

Capitalismo sem capitalistas

Jhordan Silveira de Borba

4 de julho de 2026

sbjhordan@gmail.com

Sumário

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 1 | Introdução | 4 |
| 1.1 | Há desigualdade (e isso importa) | 6 |
| I | Marxismo | 14 |
| 2 | Pressupostos | 14 |
| 2.1 | Marxismos | 14 |
| 2.2 | Concepção de Mundo | 16 |
| 2.3 | Um não-Hegeliano | 20 |
| 2.4 | Materialismo Emergentista | 23 |
| 2.5 | O que resta da filosofia | 27 |
| 2.6 | Superação do capitalismo | 35 |
| 2.7 | Guerra cultural | 42 |
| 2.8 | Economia Marxista 0 | 54 |
| 2.9 | Conclusão | 65 |
| 3 | Economia Marxista 1 | 67 |
| 3.1 | Teoria do Valor | 67 |
| 3.2 | Repartição da Renda | 69 |
| 3.3 | Excedente econômico | 71 |
| 3.4 | Acumulação e Concentração de Capital | 74 |
| 3.5 | Moeda | 76 |
| II | Economia ortodoxa | 78 |

| | | |
|------------|--|------------|
| 4 | Contabilidade Social | 78 |
| 4.1 | Conceitos básicos | 78 |
| 4.2 | Estrutura básica das contas nacionais | 81 |
| 4.2.1 | Abrindo a economia | 82 |
| 4.2.2 | Colocando governo | 84 |
| 4.2.3 | Matriz insumo-produto | 87 |
| 4.2.4 | Contas nacionais e macroeconomia | 89 |
| 4.2.5 | Identidades contábeis | 92 |
| 4.2.6 | Problemas de mensuração | 94 |
| 4.3 | A moeda | 97 |
| 4.3.1 | 7. importância e funções | 97 |
| 4.3.2 | 8. O sistema monetário | 97 |
| 4.3.3 | 9. Inflação | 97 |
| 4.4 | Indicadores sociais | 97 |
| 5 | Modelos de regressão com equação única | 97 |
| 5.1 | Método dos Mínimos Quadrados | 100 |
| 5.1.1 | FE | 105 |
| 5.1.2 | Weighted | 105 |
| III | Econofísica | 107 |
| 6 | O que é? | 108 |
| 6.1 | Formalização da lei estatística | 113 |
| 6.2 | Modelo generativo microscópico | 115 |
| 6.3 | Definição | 120 |
| 6.4 | Abordagem marxista da economia | 125 |
| 7 | Moeda | 128 |
| 7.1 | Teoria Estatal da Moeda | 128 |
| 7.2 | Por um Econofísico | 131 |
| 7.2.1 | Criação de dinheiro | 132 |
| 7.2.2 | As 12 falácias | 134 |
| 7.2.3 | A fonte última do lucro monetário capitalista é o dinheiro estatal | 143 |
| 8 | Abordagem probabilística da lei do valor | 144 |
| 8.1 | Modelagem baseada em agentes | 145 |
| 8.1.1 | O modelo | 145 |
| 8.1.2 | Divisão do trabalho | 149 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 8.1.3 | Preços Objetivos | 149 |
| 8.1.4 | Simulação | 150 |
| 8.2 | Modelagem baseada em equações | 154 |
| 8.2.1 | Equação do trabalho | 155 |
| 8.2.2 | Equação do dinheiro | 156 |
| 8.2.3 | Equilíbrio | 157 |
| 8.2.4 | Conclusão | 165 |
| 9 | Abordagem probabilística do trabalho contido | 167 |
| 9.1 | Medida de Trabalho Contido | 167 |
| 9.1.1 | Exemplo | 176 |
| 9.2 | Lei probabilística do decréscimo do trabalho contido | 182 |
| 9.2.1 | Probabilidade do preço cair | 184 |
| 9.2.2 | Valor esperado de decréscimo | 185 |
| 9.2.3 | Tendência a longo prazo | 185 |
| 9.2.4 | Limite superior | 189 |
| 9.2.5 | Produtividade | 191 |
| 9.3 | Taxa de acumulação | 192 |
| 9.4 | Problema da transformação | 197 |
| 9.4.1 | Taxa de mais-valia e queda tangencial da taxa de lucro | 201 |
| 9.4.2 | Conclusão | 202 |
| 10 | Modelo cinético com abordagem marginalista | 203 |
| 10.1 | O modelo | 203 |
| 10.2 | Modelo generalizado | 209 |
| 10.3 | Conclusão | 218 |
| 11 | Padrões universais na distribuição de renda | 220 |
| 12 | Inequality in a model of capitalist economy | 224 |
| 12.1 | Introduction | 224 |
| 12.2 | Model | 226 |
| 12.3 | Preliminary analysis | 228 |
| 12.4 | Wealth distribution | 230 |
| 12.4.1 | Influence of system size N | 230 |
| 12.4.2 | Influence of the wealth per capita \bar{w} | 231 |
| 12.4.3 | Influence of the wage interval | 232 |
| 12.5 | Income distribution | 232 |
| 12.5.1 | Influence of the system size N | 234 |
| 12.5.2 | Influence of the wealth per capita \bar{w} | 234 |

| | |
|--|------------|
| 12.5.3 Influence of wage interval | 234 |
| 12.6 Final remarks and perspectives | 234 |
| 13 Can rising consumption deepen inequality? | 237 |
| 13.1 Introduction | 237 |
| 13.2 Model | 238 |
| 13.3 Results from agent-based simulations | 242 |
| 13.3.1 Expenditure | 243 |
| 13.3.2 Market revenue | 246 |
| 13.3.3 Hiring, wage payment and firing rules | 248 |
| 13.4 Conclusions and final remarks | 250 |
| | |
| IV Conclusão | 251 |
| | |
| A Questões matemáticas e computacionais | 252 |
| A.1 Lei de Pareto como lei estatística | 252 |
| A.2 Gini | 255 |
| A.3 Revisão de conceitos estatísticos | 257 |

1 Introdução

Esta “tese”¹ tem por objetivo apresentar três resultados:

- Que a desigualdade existe;
- Que a desigualdade é danosa a sociedade;
- Que a desigualdade é uma característica intrínseca do capitalismo.

Tendo esses resultados em vista, pretendemos apontar a taxação, especialmente o imposto sobre a riqueza, como uma solução “democrática”². Evidentemente, trata-se de uma estratégia que busca eliminar o indivíduo capitalista do próprio sistema capitalista, sendo, portanto, impraticável sem a superação do próprio capitalismo. Contudo, é precisamente ao defender uma alternativa “democrática” nos limites impostos pelo capitalismo que pretendemos explicitar sua contradição intrínseca e, conseqüentemente, a necessidade de superação desse sistema.

¹Entre aspas, pois não corresponde à versão final do texto entregue à banca de doutorado, mas sim a uma compilação mais ampla e organizada de meus estudos, o que explica certa dispersão temática e a diversidade de conteúdos abordados

²Também entre aspas, dado o caráter historicamente ambíguo e disputado do termo

Observação: este conjunto de textos compreendem principalmente minhas notas de estudo³, com exceção dos capítulos em inglês que são artigos publicados. Alguns textos foram escritos em português, traduzidos pro inglês e traduzidos novamente para o português e este processo pode ter introduzido alguma imprecisão.

Principais livros lidos, sendo lidos ou a serem lidos:

- Presente:
 - “Nova Contabilidade Social: uma introdução à macroeconomia”
 - “The Logic of Capital: An Introduction to Marxist Economic Theory”
- Futuro:
 1. “Econometria Básica”
 2. “Capitalism: Competition, Conflict, Crises”
 3. “Econophysics of Income and Wealth Distributions”
 4. “Quantitative Marxism”
 5. “A Mathematical Approach to Marxian Value Theory”
- Passado⁴:
 - “Classical Econophysics”[37]
 - * “Towards a New Socialism”[36]
 - “How Labor Powers the Global Economy”[53]
 - “Laws of Chaos: Probabilistic Approach to Political Economy”[52]
 - “Statistical Laws in Complex Systems”[2]⁵
 - “An Introduction to Agent-Based Modeling”[129]⁶
 - “O capital no século XXI”[102]
 - “Economia política: uma introdução crítica”[96]
 - * “O Capital de Marx”[56]

³E não foram poucas as vezes que escrevi uma nota de estudo, achei que compreendi, e quando fui verificar com mais calma implementando uma simulação ou resolvendo analiticamente, notei que tinha escrito errado. Além disso, alguns capítulos tem caráter de exploração e aprendizado de novas ferramentas, não necessariamente concordo que seja a forma mais adequada de abordar tal assunto.

⁴Vou inserir apenas aqueles livros que considero mais diretamente relacionados aos meus estudos do doutorado ou que mais me influenciaram na forma de abordar a pesquisa do doutorado.

⁵Principalmente o capítulo 1 (e talvez o 4) que apresentam a metodologia adotada que faz uso de leis estatísticas macroscópicas e modelos generativos microscópicos para a investigação de sistemas complexos.

⁶Principalmente os capítulos 0 e 1 que apresentam o conceito de modelagem baseada em agentes.

- * “Teoria Econômica Marxista” [38]
- * “Curso de Introdução à Economia Política”[111]
- * “O Capital: compêndio”[23]
- * “Iniciação à Teoria Económica Marxista”[82]
- “Historical Materialism” [98]
 - * “The Worldview and Philosophical Methodology of ML” [97]
 - * “A Origem do capitalismo”[131]
 - * “Introdução à filosofia de Marx”[75]
 - * “Anti-Duhring”[48]
 - * “Ideologia Alemã”[91]⁷
 - * “Ludwig Feuerbach e o fim da filosofia clássica alemã”[49]

1.1 Há desigualdade (e isso importa)

Não há segredo sobre a existência de desigualdade no capitalismo. Muitas fontes e estudos diferentes podem ser consultadas. Para desenvolver essa discussão eu escolhi um relatório de 2019 elaborado pela ONU [124].

Os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável foram concebidos no âmbito da Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável e representam uma das maiores esperanças para um futuro sustentável, mas enfrentam desafios significativos. Nas palavras do prefácio do relatório:

Níveis persistentemente elevados de desigualdade perpetuam a incerteza e a insegurança entre as pessoas, reforçando divisões e minando a confiança nas instituições e no governo.

O enfraquecimento do crescimento econômico global e o aumento da desigualdade econômica representam uma séria ameaça à implementação dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável. Para que esses objetivos sejam alcançados, a comunidade internacional deve olhar além do mero crescimento econômico. Um aumento no PIB não reflete necessariamente uma melhoria na qualidade de vida.

Persiste um nível elevado de insegurança laboral no mundo: a maior parte da população está envolvida em trabalho informal ou vulnerável⁸, e um em cada três adultos enfrenta riscos crônicos de desemprego.

⁷Principalmente a primeira parte. A versão da Expressão Popular no entanto é interessante de ser lido completo.

⁸Os trabalhadores vulneráveis ocupam empregos pouco qualificados e mal remunerados, com pouca segurança no emprego. Muitas vezes, são explorados pelos seus empregadores e forçados a trabalhar longas horas por baixos salários ou em condições perigosas[123].

É necessário reduzir a desigualdade em todas as suas formas e manifestações. A Agenda 2030 adotou o lema “não deixar ninguém para trás” como princípio orientador. No entanto, na prática, há poucas evidências de que o mundo esteja vencendo a luta contra a desigualdade. Essa desigualdade impede o desenvolvimento sustentável de diversas maneiras: por meio da estagnação econômica, da limitação da mobilidade social e do desenvolvimento humano, e da erosão da confiança nas instituições.

Na prática, os efeitos da desigualdade podem ser observados, por exemplo, no fato de que conflitos violentos frequentemente surgem de desigualdades entre grupos e da insegurança habitacional. Portanto, é necessário ampliar as oportunidades econômicas e garantir moradia, especialmente para os grupos mais marginalizados e vulneráveis.

Nos países em desenvolvimento, a população gasta cerca de 80% da renda total com necessidades básicas (alimentação, moradia, saúde e energia), enquanto mesmo nos países desenvolvidos, o gasto com recursos básicos chega a quase 60%. Uma em cada cinco pessoas no mundo vive em moradias inadequadas e um bilhão de pessoas ainda vivem em assentamentos informais. Para enfrentar essa situação, é necessário agir em todas as dimensões, fortalecendo as medidas de proteção social e promovendo a redistribuição de riqueza, renda e oportunidades.

É evidente que o mundo tolerou o aumento da desigualdade por tempo demais e agora precisa encarar suas consequências, que corroem a solidariedade e a coesão social. Os esforços nacionais e internacionais devem ser direcionados para conter e reduzir a desigualdade, e isso só pode ser alcançado por meio de medidas regulatórias. Uma coisa é certa: o crescimento econômico por si só não tirará todos da pobreza, e as políticas devem ir além do crescimento do PIB. Os melhores resultados obtidos até agora na busca pelo desenvolvimento provêm de uma combinação de políticas nacionais, como as voltadas para o mercado de trabalho, e políticas de redistribuição, que protegem os mais vulneráveis e marginalizados.

Na maioria dos países, o crescimento salarial não acompanhou o ritmo da produtividade, em grande parte devido à ausência de políticas proativas. Os salários permaneceram estagnados para os 50% mais pobres da sociedade, enquanto aumentaram substancialmente para os 10% e 1% mais ricos. Ao mesmo tempo, o custo de vida subiu, afetando desproporcionalmente as camadas mais baixas da pirâmide social. Dados coletados em 2019 mostram que, nos Estados Unidos, 15% da população vive em situação de alta insegurança financeira e 25% em situação de insegurança moderada. O relatório também aponta que a insegurança financeira influencia o comportamento eleitoral, favorecendo a extrema direita.

Quanto ao resto do mundo, mais de dois terços dos países estão a registrar um aumento da desigualdade de rendimento e riqueza. Existe um mecanismo de reforço entre o emprego vulnerável e os níveis de desigualdade: por um lado, os elevados níveis de emprego vulnerável reforçam a desigualdade persistente, enquanto, por outro, a

elevada desigualdade contribui para a expansão do trabalho vulnerável.

Diante deste cenário, o setor público não pode ser excluído do debate, uma vez que é um fato observável que a concentração de riqueza resulta também numa concentração de poder político. Nos Estados Unidos, as instituições públicas atuam frequentemente promovendo políticas que favorecem uma pequena e rica fração da população em detrimento da maioria. Esta elevada concentração de poder político permite aos ricos impor políticas que servem os seus próprios interesses, mesmo quando tais políticas não beneficiam o público em geral.

Desta forma, a concentração de poder no topo da pirâmide social permite um processo de tomada de decisões que ignora e não satisfaz as necessidades das pessoas fora deste segmento privilegiado. Buscando proteger seus próprios interesses, essa fração minoritária da população, aqueles que detêm o poder político e econômico, tem tanto o incentivo quanto os meios para bloquear ativamente a implementação de medidas que reduzam a desigualdade, criando, na prática, uma armadilha da desigualdade. Os níveis mais altos de desigualdade estão associados a menor sindicalização e menor proteção trabalhista no setor público.

Ao analisarmos os dados globais, podemos observar que a desigualdade entre países, medida pelo coeficiente de Gini, diminuiu. No entanto, esse resultado deve-se em grande parte às enormes populações dos países asiáticos, cuja riqueza e renda médias per capita historicamente estiveram abaixo da média global. À medida que países como a China e a Índia convergem para as médias globais, o coeficiente de Gini global diminui automaticamente, mesmo que a desigualdade no interior destes países aumente.

Por outro lado, a desigualdade dentro dos países, também medida pelo índice de Gini, aumentou em nações que, juntas, representam mais de dois terços da população mundial. É necessário, ainda, interpretar o índice de Gini criticamente: países que registraram uma queda no coeficiente de Gini podem experimentar simultaneamente um aumento na parcela da riqueza detida pelos 10% (ou 1%) mais ricos, visto que o índice de Gini é menos sensível a variações nos extremos da distribuição.

O relatório destaca ainda que mesmo os países que apresentam uma redução na desigualdade, segundo diferentes índices, têm experimentado um crescimento salarial e uma criação de empregos que permanecem muito lentos para permitir que aqueles na base da pirâmide de renda escapem da pobreza.

Outra consequência da desigualdade inclui seu impacto restritivo sobre a mobilidade social. A elevada desigualdade está intimamente ligada à baixa mobilidade social, minando a narrativa meritocrática do capitalismo, uma vez que as famílias mais pobres enfrentam barreiras financeiras que as impedem de investir adequadamente na educação e nas oportunidades de ascensão social de seus filhos.

A desigualdade também se manifesta na forma como as crises financeiras afetam as diferentes classes sociais de maneira desigual. Enquanto a classe média sofre despro-

porcionalmente com as recessões econômicas, a classe alta não só tem maior capacidade de se preparar para crises, como muitas vezes recebe até mesmo compensação financeira dos bancos. Enquanto isso, a classe baixa tende a permanecer isolada geográfica e economicamente dos mercados nacionais e globais devido à sua posição estrutural dentro do sistema econômico.

A globalização do comércio tem sido frequentemente citada como um fator-chave no aumento da desigualdade tanto em países desenvolvidos quanto em desenvolvimento. No entanto, essa afirmação não é fortemente sustentada por evidências empíricas. Dados comparativos entre países nas últimas décadas mostram apenas uma correlação limitada entre a abertura comercial e a desigualdade interna. De acordo com estudos recentes, embora a liberalização comercial desempenhe um papel na desigualdade de renda, seu impacto é secundário ao do desenvolvimento tecnológico, da abertura financeira e da profundidade financeira. Os principais fatores determinantes são, na verdade, políticas públicas ineficazes, como o enfraquecimento do poder de negociação dos trabalhadores, o desenvolvimento educacional inadequado e o desmantelamento das redes de proteção social.

Um fato alarmante mostra que 40% da população nos países da OCDE é economicamente vulnerável, o que significa que não possui capital financeiro para viver por três meses acima da linha da pobreza caso fiquem sem renda. Há muito mais pessoas economicamente vulneráveis do que aquelas classificadas como pobres em termos unicamente de renda. Situações de insegurança estão diretamente ligadas aos níveis de desigualdade: a desigualdade muito alta intensifica os sentimentos de insegurança e incerteza. Por outro lado, o aumento da insegurança tem impactos diferentes em diferentes grupos populacionais, o que pode agravar ainda mais a desigualdade.

Por exemplo, a insegurança econômica afeta o desempenho cognitivo. Experimentos em laboratório mostram que as pessoas têm desempenhos diferentes dependendo da diferença entre o que precisam e os recursos disponíveis para atingir seus objetivos. Quanto maior essa diferença, mais a consciência da situação captura a atenção e gera pensamentos intrusivos, prejudicando a capacidade cognitiva. Aqueles que enfrentam insegurança econômica sofrem uma espécie de "imposto cognitivo", que afeta seu bem-estar e produtividade.

A desigualdade também impacta a resiliência das famílias a eventos climáticos, que depende fortemente das condições socioeconômicas. Ela mina a confiança pública nos governos, nas instituições e até mesmo entre os indivíduos, criando um ambiente político favorável a candidatos considerados “outsiders” ou “fora do sistema”, especialmente populistas e nacionalistas.

Essa divisão entre elites e trabalhadores comuns em nível nacional também se projeta internacionalmente, com forças nacionalistas capitalizando sobre o descontentamento interno e culpando as instituições multilaterais por “servirem aos interesses das

elites”. Como resultado, o sistema multilateral de comércio está em crise; as dificuldades em combater a evasão fiscal, por exemplo, refletem uma regulamentação internacional inadequada.

A menos que as principais potências econômicas façam esforços sérios para reformar o sistema multilateral, melhorar a cooperação internacional em matéria tributária, facilitar o intercâmbio de tecnologia e enfrentar a crise climática, os países menos desenvolvidos ficarão para trás, deixando suas populações mais vulneráveis arcar com o peso das consequências.

Entre o final da década de 1990 e o final da década de 2000, o apoio público à redistribuição aumentou em quase 70% das economias avançadas e em desenvolvimento pesquisadas. No entanto, isso não se materializou devido ao maior poder político dos ricos em comparação com os pobres. O recente aumento da desigualdade em todo o mundo está ligado à eliminação de regimes tributários progressivos, à redução do imposto de renda (especialmente para as faixas mais altas) e a outras políticas que beneficiam os segmentos mais ricos da sociedade. Entre as medidas propostas para combater a desigualdade, o relatório identifica a tributação como o principal mecanismo a ser utilizado. Os programas tributários progressivos são um fator importante na redução da desigualdade, enquanto os impostos sobre ganhos de capital e herança também contribuem para reduzir a desigualdade intergeracional.

Em relação às metas tributárias, afirma-se que redistribuir o poder de compra, em vez de renda, pode ser mais eficaz para diminuir a desigualdade de consumo. Uma vez arrecadado por meio de programas tributários, o dinheiro deve ser redistribuído de acordo com políticas públicas. Políticas sociais redistributivas podem incluir benefícios em dinheiro, como subsídios, bem como benefícios não monetários, como programas de saúde e educação pública. Países da América Latina experimentaram com sucesso programas de transferência de renda, e propostas para uma renda básica universal surgiram em diversas partes do mundo. Reformas agrárias também têm um histórico de contribuição para o combate à desigualdade.

Embora ainda não esteja claro qual deve ser a forma dessa mudança estrutural, sabe-se que uma abordagem proativa por parte dos Estados e legisladores é necessária, visto que deixar essas ambições ao mercado não levará à transformação estrutural necessária. Os produtores se concentram no sucesso e no lucro imediatos, muitas vezes ignorando os custos sociais e ambientais. Os consumidores são obrigados a comprar bens e serviços a preços acessíveis. O sistema atual de produção e consumo é impulsionado por mecanismos que não levam em conta a poluição e os custos sociais. As campanhas de conscientização são lentas e inadequadas para a escala e a urgência das questões ambientais. Não existe solução mágica, o que precisa ser discutido são políticas públicas para lidar com as mudanças climáticas e a desigualdade.

O relatório propõe uma mudança no discurso, passando de elogiar a "economia de

crescimento mais rápido" para elogiar o "país que mais reduziu a desigualdade". Para que isso seja possível, transformações estruturais não são apenas aceitáveis, mas parte integrante da estratégia para combater a desigualdade. É evidente que as políticas públicas adotadas no passado foram lamentavelmente insuficientes para combater a pobreza e alcançar o desenvolvimento sustentável; o melhor que se pode dizer é que houve alguma estabilidade nos últimos 15 anos, após a deterioração nos 15 anos anteriores.

Entre os impostos sugeridos pelo relatório está um imposto sobre o carbono, com o objetivo de criar um desincentivo financeiro para as emissões de CO₂. O relatório também menciona impostos sobre a propriedade e sobre a renda. Durante grande parte do século XX, os países implementaram impostos progressivos (impostos mais altos para indivíduos de renda mais alta) para garantir uma redistribuição mais equitativa e a oferta de serviços públicos de qualidade. Contudo, com base no argumento econômico de que impostos mais baixos incentivam o investimento privado e geram um efeito multiplicador maior do que o investimento público, e também devido ao poder político que indivíduos de alta renda podem exercer, propagando esse argumento, a progressividade tributária diminuiu na maioria das economias desenvolvidas nas últimas quatro décadas, especialmente entre os mais ricos.

Os impostos sobre a propriedade não mitigam diretamente a desigualdade de renda ou riqueza, mas são a principal fonte de receita para financiar a educação nos EUA. Esse tipo de imposto sobre a propriedade é amplamente utilizado em países desenvolvidos e menos em países em desenvolvimento. Os impostos sobre a riqueza, que se aplicam a ativos reais e financeiros, estão se tornando cada vez mais populares. Mas os críticos argumentam que eles geram pouca receita em relação aos custos administrativos e podem ser facilmente contornados por meio de deduções, ocultação de fundos ou realocação de ativos para outros países. Isso levou à eliminação dos impostos sobre a riqueza em muitos contextos. Em 2017, apenas sete países da OCDE mantinham esse tipo de imposto.

O imposto sobre o terreno é considerado o mais eficiente de todos os impostos. No entanto, ainda é uma novidade na maioria dos países. O conceito é simples: uma parcela significativa da riqueza está concentrada no valor da terra urbana, e esse valor aumenta principalmente devido ao investimento público na área. As ações individuais do proprietário de terras não aumentam o valor. O imposto sobre o terreno, portanto, visa o aumento do valor da terra atribuível ao investimento público, um ganho "não merecido" para o proprietário.

Como medida de redistribuição de riqueza, existe a proposta de uma renda básica universal. Essa é uma ideia que existe pelo menos desde o final do século XVIII e que ressurgiu no século XXI: um programa que fornece a cada indivíduo, independentemente de quaisquer critérios, dinheiro suficiente para cobrir as necessidades básicas.

Os defensores argumentam que isso pode permitir que os indivíduos recusem trabalhos indesejáveis, aumentando o poder de negociação dos trabalhadores e reduzindo a desigualdade.

Os oponentes, no entanto, argumentam que existe um incentivo negativo, funcionando como um desincentivo ao trabalho. É importante notar que a eficácia de qualquer política pública depende de como o programa interage com um sistema de bem-estar social mais amplo. Como complemento, a Renda Básica Universal pode ter um efeito equalizador; no entanto, como substituto de todos os programas, pode agravar a desigualdade. O maior desafio diz respeito aos recursos necessários para financiar o programa. A Finlândia realizou um estudo piloto entre 2017 e 2018, e os resultados preliminares indicam que a Renda Básica Universal não teve efeito sobre os níveis de emprego, mas aumentou a confiança no bem-estar físico e mental dos indivíduos, bem como a confiança nas instituições.

O relatório da ONU já é bastante abrangente. Para um aprofundamento no tema, recomendo o livro de Piketty, "O Capital no Século XXI"[102]. No entanto, como já tenho algumas anotações sobre o relatório do UBS de 2022, vou utilizá-las para fazer alguns comentários adicionais. Este relatório foi elaborado por dois bancos e é a fonte mais atualizada sobre a distribuição de riqueza no mundo; um dos dois bancos se autodeclara o maior gestor de patrimônio global.

Em primeiro lugar devo comentar que grande parte da análise do relatório parece adotar uma metodologia questionável, pois atribui um peso significativo à taxa de câmbio do dólar em relação a outras moedas. Por exemplo, um dos resultados apresentados é que a riqueza global diminuiu, mas grande parte disso[122] se deve à relação do dólar com outras moedas, conforme relatado. Mesmo assim, há alguns dados que merecem destaque. Primeiro, vemos a confirmação do relatório anterior de que, em grande medida, a redução da desigualdade entre os países é impulsionada pelo crescimento das economias emergentes, especialmente a China, mas também, em grande parte, a Índia. Existem também dados que indicam relativa estabilidade tanto no coeficiente de Gini quanto na riqueza do 1% mais rico desde os anos 2000.

Em relação à distribuição de riqueza entre diferentes frações da população nos Estados Unidos, a riqueza mediana das famílias negras representa pouco mais de 10% da riqueza mediana das famílias brancas. A riqueza mediana das famílias hispânicas, em comparação com as famílias brancas, é de 20%. Como relatado anteriormente, as crises afetam diferentes setores da sociedade de maneiras distintas. Parte da explicação para esse fenômeno reside na natureza diversa da riqueza entre as classes sociais. Por exemplo, a maior parte do grupo hispânico investe em imóveis (ativos físicos ou não financeiros), enquanto os homens brancos, que possuem a maior média e mediana de

riqueza, concentram a maior parte de sua riqueza em ativos não físicos (financeiros)⁹.

Em números globais, os 52,5% mais pobres da população detêm apenas 1,2% de toda a riqueza. Nos países mais pobres, 80% da população está concentrada na base dessa pirâmide, enquanto nos países mais ricos esse percentual é de 30%, sendo a distribuição mais transitória em comparação com os países mais pobres. Essa fração da população global também apresenta grande diversidade em todo o mundo. Os 1,1% mais ricos detêm 45,8% da riqueza e estão particularmente concentrados em certas regiões e países, compartilhando um estilo de vida e oportunidades semelhantes, com foco em ativos não físicos. Essa distribuição global de riqueza indica a existência de uma pirâmide internacional também entre os países.

Em termos numéricos, é preciso US\$ 9.000 para estar entre os 50% mais ricos, 16 vezes esse valor para estar entre os 10% mais ricos (US\$ 140.000) e 125 vezes esse valor para estar entre o 1% mais rico (US\$ 1.000.000). Retomando a questão da “redução” da desigualdade global, as pessoas com riqueza próxima à mediana global tendem a viver em economias emergentes e possuem sua riqueza principalmente na forma de ativos físicos, especificamente imóveis. Durante a pandemia, a população mais pobre foi impactada economicamente, precisando usar suas economias e contrair dívidas. Para a população mais pobre, os ativos não financeiros que possuem representam mais que o dobro da riqueza total, mas o valor desses ativos é compensado pelas dívidas que contraíram. A população mais rica, por outro lado, não só foi menos vulnerável, como também se beneficiou da crise.

O relatório também visa reduzir a questão da desigualdade a duas perguntas:

- Quanto distante está o topo da pirâmide do cidadão médio? Essa pergunta é frequentemente respondida pela porcentagem da riqueza detida pelo 1% (ou 10%) mais rico.
- Quanto distante está a base da pirâmide do cidadão médio?

Analisando dados de diferentes países, o 1% mais rico tende a deter entre 30% e 35% da riqueza, enquanto os 10% mais ricos detêm entre 60% e 65% da riqueza total. Comparando países, um índice de Gini de 70 é geralmente considerado relativamente baixo e 80, relativamente alto. Lembre-se de que o coeficiente de Gini mede a desigualdade e

⁹Os ativos financeiros e não financeiros diferem na forma como são comprados e vendidos. Muitos ativos financeiros, como ações e títulos, são negociados em bolsas de valores e podem ser comprados ou vendidos em qualquer dia útil em que a bolsa esteja aberta. É fácil obter o preço de mercado atual para comprar ou vender esses ativos. Por outro lado, um ativo não financeiro, como um equipamento ou um veículo, pode ser difícil de vender porque não há um mercado ativo de compradores e vendedores. O preço do item não financeiro pode ser incerto, pois não há um padrão de mercado. Em vez disso, muitos ativos não financeiros são vendidos quando o vendedor encontra um comprador em potencial e negocia um preço de venda. O tempo necessário para encontrar um comprador, concluir a venda e transferir o ativo físico torna os ativos não financeiros ilíquidos[32, 33].

varia de 0 (igualdade total) a 100 (desigualdade total). A desigualdade aumentou em países com políticas mais liberais e, segundo este relatório, diminuiu na maior parte do mundo devido à crescente importância de ativos não financeiros. No entanto, vale ressaltar que essa redução é tão pequena que eu tenderia a desconsiderá-la.

Voltando aos números globais, os 10% mais ricos detêm 81% da riqueza mundial. A distribuição de ativos financeiros e não financeiros não é uniforme. Os ativos não financeiros predominam na base da pirâmide, sendo gradualmente substituídos por ativos financeiros à medida que subimos na pirâmide. O 1% mais rico concentra sua riqueza principalmente em ativos financeiros. Dessa forma, as variações nos preços dos ativos resultam em mudanças na desigualdade e, conseqüentemente, na riqueza média e mediana.

Um fato impressionante é que o crescimento da China ao longo de 20 anos (2000 a 2022) é equivalente ao crescimento dos Estados Unidos ao longo de 80 anos (1925-2005), e os próximos cinco anos (2022-2027) devem ser equivalentes a mais 14 anos nos EUA, restando apenas 8 anos de diferença. Nesse ritmo, a China poderá alcançar os EUA até o final da década.

Outro ponto importante é que, durante a pandemia, o setor público socorreu o setor privado por meio do aumento dos gastos governamentais. Entretanto, em 2022 essa mudança temporária na relação entre riqueza pública e privada começou parcialmente a se reverter.

Parte I

Marxismo

2 Pressupostos

2.1 Marxismos

Como a base da minha análise da sociedade é o marxismo, precisamos começar por aqui. Começamos então com a questão mais óbvia possível: o que é o marxismo? A verdade é que não há um consenso sobre o que é marxismo. Há diversas vertentes que podem ser mencionadas, e cada vertente propõe uma própria definição sobre o que é marxismo e a partir desta definição, ela interpreta que a sua própria vertente é o “verdadeiro” marxismo.

Ingo Elbe[47] vai discutir a existência de três marxismos que divergem por uma questão filosófica: Marxismo Tradicional, Marxismo Ocidental e Nova Leitura de Marx. Dentro da vertente tradicional ainda podemos encontrar uma divisão entre “stalinistas”

e “trotskistas”, que tem como um dos principais pontos de divergência a reivindicação das experiências socialistas reais e as implicações que decorrem disto. Se quisermos prosseguir com mais subdivisões, dentro do “stalinismo” (marxismo-leninismo) podemos encontrar mais um leque de diferentes vertentes como maoísmo, hoxhaísmo, etc.

Mesmo quando duas vertentes concordam em algum nível (exemplo: o que define marxismo é o método) elas podem discordar em outro nível (exemplo: qual exatamente é o método). Eu não defendo que exista nenhum “verdadeiro” marxismo no sentido mais tradicional. O que me interessa é identificar qual o melhor procedimento para interpretar e modificar a realidade.

Em matéria de marxismo, a ortodoxia se refere antes e exclusivamente a um método[79].

Se entendermos marxismo como uma simples continuidade do trabalho de Marx, todas as vertentes que partem de Marx, em maior ou menor grau, se prestam a esse papel e tornam-se igualmente verdadeiras.

A tradição de todas as gerações mortas oprime como um pesadelo o cérebro dos vivos. E justamente quando parecem empenhados em revolucionar-se a si e às coisas, em criar algo que jamais existiu, precisamente nesses períodos de crise revolucionária, os homens conjuram ansiosamente em seu auxílio os espíritos do passado, tomando-lhes emprestado os nomes, os gritos de guerra e as roupagens, a fim de apresentar e nessa linguagem emprestada[83].

Agora se adicionarmos a exigência de que seja coerente com os escritos originais, precisamos refletir sobre mais uma coisa: Sequer todo o escrito de Marx é coerente entre si? E se não, a vertente deve ser coerente com que parte do trabalho de Marx? A pergunta é mais difícil do que parece. Mas eu tendo a pensar que precisamos reconhecer a existência de incoerências entre diferentes obras do Marx. Marx morreu com mais de 60 anos e por toda sua vida adulta estudou e produziu trabalhos intelectuais. É de se esperar que ao longo do tempo algumas ideias tenham sofrido alteração.

Ao longo da obra de Marx, existem ao menos seis exposições da forma-valor, sendo todas diferentes entre si[11]. Ainda há uma mudança no foco de estudo de Marx que se reflete no foco das suas obras publicadas, partindo de obras mais puramente filosóficas como “A Sagrada Família” e se movendo na direção de obras que passam a ter a economia política como tema central, como o próprio “O Capital”. O quanto de filosofia persiste em suas obras posteriores é assunto de polêmicas. Esta discussão atinge tal nível que alguns autores distinguem em Marx a existência de um “Marx esotérico” e um “Marx exotérico”[47], outros discutem um corte epistemológico entre o “jovem Marx” (fortemente influenciado por Hegel e Feuerbach;) e o “velho Marx” (quando há

uma ruptura de Marx com a influência desses dois filósofos)[78]. E até mesmo o próprio Marx chega a ser acusado de simplificar suas formulações teóricas[11].

Um relato da trajetória de estudos do Marx é dado pelo próprio no prefácio de *Para a Crítica da Economia Política*.

O meu estudo universitário foi o da jurisprudência, o qual no entanto só prossegui como disciplina subordinada a par de filosofia e história. No ano de 1842-43, como redactor da *Rheinische Zeitung*, vi-me pela primeira vez, perplexo, perante a dificuldade de ter também de dizer alguma coisa sobre o que se designa por interesses materiais. Os debates do Landtag Renano sobre roubo de lenha e parcelamento da propriedade fundiária, a polémica oficial que Herr von Schaper, então Oberpräsident da província renana, abriu com a *Rheinische Zeitung* sobre a situação dos camponeses do Mosela, por fim as discussões sobre livre-cambismo e tarifas alfandegárias proteccionistas deram-me os primeiros motivos para que me ocupasse com questões económicas[87].

Entendo que Marx possui um conjunto de obras que permite que você escolha diferentes recortes e desenvolva uma dada teoria que seja consistente com tal recorte escolhido. Este é um dos motivos por que não considero uma boa meta a busca tradicional pelo “verdadeiro” marxismo. De fato, não considero sequer existir um verdadeiro marxismo. Diversas vertentes buscam desenvolver diferentes momentos, ênfases e obras de Marx. Mas nenhuma é o próprio Marx continuando sua obra, logo. Defendo assim, que outro critério deve ser adotado.

Defendo a ideia de abandonar o personalismo e a própria figura do Marx para visar a formulação do marxismo que melhor descreva a realidade. Partindo de uma perspectiva científica, adoto a postura de que o marxismo deve ter mais compromisso com a adequada descrição do que pode ser observado, do que respeito com as ideias de qualquer indivíduo do passado. Evidentemente a correta descrição vai precisar de pressupostos corretos e é aqui que reside a herança de Marx. Entendo então, que por marxista, quero dizer que defendo que a correta descrição da realidade é obtida quando adotamos a concepção de mundo defendida por Marx e Engels, popularmente conhecida como materialismo dialético.

2.2 Concepção de Mundo

Por materialismo dialético eu quero dizer, em poucas palavras, que esta é a concepção de mundo que encontramos exposta na obra “*Anti-Dühring*”.

... o ‘sistema’ do Senhor Dühring, de que este livro é uma crítica, estende-se a domínios teóricos muito vastos: tive de segui-lo por toda Parte e opor

às suas concepções as minhas. Assim, a crítica negativa resultou positiva; a polêmica transformou-se em exposição mais ou menos coerente do método dialético e da ideologia comunista defendida por Marx e por mim, numa série de domínios bastante vastos ...

... Uma observação de passagem: tendo sido criada por Marx, e em menor escala por mim, a concepção exposta neste livro, não conviria que eu a publicasse à revelia do meu amigo. Li-lhe o manuscrito inteiro antes da impressão; e o décimo capítulo da Parte segunda, consagrada à economia política (Sobre a história crítica) foi escrito por Marx. Infelizmente, eu o tive de resumir por motivos extrínsecos. Era, aliás, hábito nosso ajudarmos mutuamente na especialização de cada um[48].

Mais do que um conjunto de leis rígidas ou um método, materialismo dialético é para mim uma concepção de mundo pautada em alguns pressupostos gerais sobre como é este mundo.

Uma concepção de mundo abrange a totalidade das opiniões e concepções de um indivíduo ou sociedade sobre o mundo, sobre nós mesmos como seres humanos e sobre a vida e a posição dos seres humanos no mundo[97].

É a partir desta obra que gosto de introduzir noções de materialismo dialético e dialética materialista.

O **Materialismo Dialético** é uma compreensão científica da matéria, da consciência e da relação entre ambas. Ele é usado para entender o mundo através do estudo dessas relações.

A **Dialética Materialista** é uma ciência que estuda as leis gerais do movimento, da mudança e do desenvolvimento da natureza, da sociedade e do pensamento humano[97].

Sob este viés, por materialismo dialético temos então uma concepção materialista do mundo que em sua totalidade, também incorpora uma relação dialética entre os entes que constitui esse mundo. Esta concepção de mundo, por ser materialista, implica ideia da existência de um mundo que existe objetivamente independente de qualquer consciência, portanto, anterior à mente, e consequentemente regido por leis naturais e impessoais.

Ao chamar a dialética materialista por ciência, não queremos que a palavra “ciência” aqui seja entendida no sentido moderno, como uma disciplina da universidade. Mas sim como um conjunto de conhecimentos sobre um dado assunto e uma área de interesse de investigação. Assim tenho por dialética materialista o conjunto de pressupostos (e a investigação) destes pressupostos que nos orientaram sobre como as entidades que

compõem o mundo se relacionam e se transformam. Ela diz respeito sobre como o mundo evolui. A dialética materialista vai exigir uma concepção de mundo onde ele esteja em constante transformação e totalmente conectado, em outras palavras, não há ente no mundo nem isolado e nem que permaneça inalterado.

Materialismo dialético e dialética materialista formam então uma só teoria que deve também englobar tanto como concebemos o mundo tanto quanto sobre o nosso lugar nele. Não devem vê-los como duas coisas separadas e unidas mecanicamente: materialismo e dialética. Temos uma concepção de mundo materialista que engloba também uma perspectiva dialética de como este mundo se transforma.

Estas definições são bastante genéricas e flexíveis. Não são nada mais do que alguns pressupostos básicos sobre como a constituição e desenvolvimento da natureza. Por marxismo, ainda faço uma adição de um posicionamento político bem definido em defesa das massas. Isto é algo que não surge necessariamente apenas de uma correta compreensão do mundo, porém é uma parte intrínseca do movimento político que recebeu este título. Entendo então o marxismo tanto quanto um movimento científico em busca da adequada descrição da realidade pautado em pressupostos materialistas e dialéticos, quanto um movimento político de transformação dessa realidade em prol das massas, necessariamente.

Esta forma particular de conceber o marxismo não é livre de polêmicas. Há quase tantas concepções de dialética quanto há marxistas no mundo. Como será explorado nas próximas sessões, estou consciente de que minha interpretação rompe com a tradição filosófica tradicional e hegeliana. De fato, eu particularmente tenho preferência por chamar o conjunto de ideias que defendo por “teoria marxista” do que “filosofia marxista”, seguindo a observação feita por Nildo Viana:

A tarefa da filosofia (que depois será também alvo de crítica de Marx e será substituída por teoria, entre outros termos ocasionais, como “socialismo científico”, “ciência” e, após ele, será chamado marxismo ou teoria)...[90]

Nesta forma de conceber a teoria marxista, Hegel passa a ser visto como uma influência filosófica em Marx, mas não necessariamente um componente crucial do marxismo. O marxismo assim exposto, torna-se independente de Hegel e sua dialética.

Gramsci, nos Cadernos do Cárcere, nos diz que é necessário entender que a filosofia da práxis nasceu de “aforismos critérios práticos por um mero acaso” e nos explica que Marx dedicou sua força intelectual de forma sistemática a outros problemas, principalmente de natureza econômica. Sua concepção de mundo aparece então apenas de forma implícita nestes aforismos.

Uma das causas do erro pelo qual se vai em busca de uma filosofia geral que esteja na base da filosofia da práxis e se nega implicitamente a esta uma

originalidade de conteúdo e de método parece que reside no seguinte: que se faz confusão entre a cultura filosófica pessoal do fundador da filosofia da práxis, ou seja, entre as correntes filosóficas e os grandes filósofos pelos quais ele se interessou fortemente em sua juventude e cuja linguagem reproduz frequentemente... e as origens ou as partes constitutivas da filosofia da práxis... os elementos de spinozismo, de feuerbachismo, de hegelismo, de materialismo francês etc. não são de modo algum partes essenciais da filosofia da práxis[63].

Não tenho como negar que há uma influência hegeliana em Marx durante toda a sua vida, e que esta influência vai deixar marcas. Mas argumento que conforme à teoria marxista se desenvolve, já em Marx e Engels, essa influência vai sendo engolida por práticas que são mais científicas que filosóficas. Vejo ecos desta interpretação principalmente na obra de Engels.

Logo que descobriremos – e afinal de contas ninguém mais do que Hegel nos ajudou a descobri-lo – que, assim colocada, a tarefa da filosofia se reduz a pretender que um filósofo isolado realize aquilo que somente a humanidade em seu conjunto poderá realizar, em seu desenvolvimento progressivo – assim que descobriremos isso a filosofia, no sentido tradicional da palavra, chega a seu fim. Já não interessa a “verdade absoluta”, inatingível por este caminho e inacessível ao único indivíduo, e o que se procura são as verdades relativas, adquiridas através das ciências positivas e da generalização de seus resultados por meio do pensamento dialético. A filosofia, em seu conjunto, termina com Hegel; por um lado, porque em seu sistema se resume, da maneira mais grandiosa, todo o desenvolvimento filosófico; por outro lado, porque este filósofo nos indica, ainda que inconscientemente, a saída desse labirinto dos sistemas para o conhecimento positivo e real do mundo.

...

Esta interpretação põe fim à filosofia no campo da história, exatamente da mesma forma que a concepção dialética da natureza torna a filosofia da natureza tão desnecessária quanto impossível. Agora, já não se trata de tirar do cérebro as conexões entre as coisas, mas de descobri-las nos próprios fatos. Expulsa da natureza e da história, só resta à filosofia um único refúgio: o reino do pensamento puro, no que dele ainda está de pé: a doutrina das leis do próprio processo do pensamento, a lógica e a dialética[49].

Mas também na obra de Marx.

É preciso “deixar a filosofia de lado”, é preciso desembarcar dela e dedicar-se como um homem comum ao estudo da realidade, tarefa para a qual existe uma gigantesca quantidade de material literário ... A relação entre filosofia e estudo do mundo real corresponde à relação entre onanismo e amor sexual[91].

É preciso comentar que apesar de ser uma posição não-tradicional, há outros marxistas que adotam uma posição próxima a minha. Paul Cockshott, em seu blog pessoal não apenas questiona o fato de uma fração dos marxistas verem como vital o estudo de Hegel para o marxismo, mas não terem a mesma opinião acerca de economistas como David Ricardo e Adam Smith (que também foram fortes influências em Marx), argumenta que vê no estudo de Hegel um potencial maior de confundir do que de esclarecer.

Taimur, você certamente é um palestrante muito bom e claro, mas não acho que a palestra tenha me tornado mais simpático à ideia de estudantes contemporâneos estudarem Hegel. Longe de ser uma ajuda, creio que seria um obstáculo ao seu desenvolvimento intelectual.

...

Temos tantas ferramentas para analisar o mundo, desenvolvidas nos últimos 200 anos, que retroceder à década de 1820 seria um terrível passo retrógrado[34].

A ideia central da crítica é relativamente simples: Hegel tem o mérito de ser um pensador avançado para o seu tempo e uma influência positiva em Marx dado o contexto no qual estava inserido. Contribuindo de forma inegável para o desenvolvimento do que hoje temos por marxismo. Mas seus métodos não constituem mais necessariamente a forma mais eficiente de entender a realidade. Pautando o objetivo do marxismo como sendo a melhor investigação e compreensão da realidade, resta ao marxista buscar as melhores ferramentas disponíveis para entender o mundo, e esta ferramenta não é, necessariamente, a dialética hegeliana.

2.3 Um não-Hegeliano

Devido a posição central que a dialética ocupa na polêmica que envolve Marx, Engels e Hegel, eu acredito ser necessário esclarecer que meu afastamento de Hegel se dá de forma consciente. É comum a ideia de que há um método em Marx no sentido hegeliano. A partir disso, algumas pessoas então vão se dedicar a procurar a dialética hegeliana oculta em o “O Capital”. Eu reconheço que em “O Capital” há uma tentativa por Marx de usar a dialética mais no sentido concebido por Hegel do que Engels, especialmente no primeiro capítulo, conforme confessado pelo próprio Marx. O que coloco em questão e tanto a profundidade quanto a relevância deste esforço.

Confessei-me, portanto, abertamente discípulo daquele grande pensador e coquetei mesmo aqui e ali no capítulo sobre a teoria do valor com o modo de expressão que lhe é peculiar[88].

Os manuscritos do Grundrisse são possivelmente o mais perto que chegamos de um trabalho de Marx com este tom mais profundamente filosófico e hegeliano. Porém este mesmo projeto foi abandonado por Marx e o resultado disso é que torna-se necessário procurar o método dialético considerando que ele existe mas está oculto em suas obras publicadas, além de manuscritos abandonados. Já Engels, diferente de Marx, escreveu de forma mais propositiva sobre filosofia. Porém Engels se afasta mais de Hegel que Marx se afastou. É mais fácil encontrar elementos da dialética de Hegel no “O Capital” do que no “Anti-Dühring”.

Porém é interessante recordarmos que esta obra foi revisada por Marx antes da publicação após ser decidido em comum acordo entre ambos sobre a necessidade dela e de que incumbiria a Engels escrevê-la, conforme relatado por José Paulo Netto em um texto introdutório para a edição da Boitempo do Anti-Dühring[48]. Além disso Marx contribuiu diretamente para a obra escrevendo um dos capítulos e recomendou em cartas. Evidentemente isto não implica que ambos compartilhem da mesma percepção de dialética, mas me parece razoável assumir que a concepção engelianiana não era considerada um absurdo para Marx.

... e se o Sr. Most falhou em notar que há muito a ser aprendido com as exposições positivas de Engels [no “Anti-Dühring”], não apenas por trabalhadores comuns e até mesmo ex-trabalhadores como ele, que se supõem capazes de conhecer tudo e se pronunciar sobre tudo no menor tempo possível, mas até mesmo por pessoas cientificamente educadas, então eu só posso ter pena dele por sua falta de julgamento[86].

Não entendo que a concepção de dialética hegeliana que por ventura Marx possuísse seja sua principal contribuição, e conseqüentemente não é isto que vai definir o marxismo. No próprio “O Capital”, entendo que temos mais uma organização da exposição das idéias seguindo um modelo típico dialético, do que descobertas que foram feitas devido a aplicação do método de investigação dialético conforme o a concepção hegeliana. O citado primeiro capítulo no qual Marx quis render homenagem ao Hegel é reescrito já na segunda edição pelo próprio Marx. Essa posição não é algo inteiramente nova, Adorno discutindo uma possível interpretação equivocada da dialética escreve:

se denomina dialética apenas um método determinado de pensamento, uma maneira determinada de se apresentar [darstellen] a coisa [Sache] - tal como Marx designou, numa ocasião talvez não exatamente feliz[1]

Esta vem acompanhada com a seguinte nota de rodapé:

Adorno se refere aqui manifestamente a uma passagem no posfácio de Karl Marx à segunda edição de O capital, a qual conduziu a uma torrente de interpretações conflitantes com respeito ao significado e alcance da dialética em Marx... Marx defende aqui seu "método dialético" contra seus críticos, diferenciando o "modo de apresentação" do "modo de investigação". Isso conduziu à questão de se, segundo a compreensão marxiana, dialética seria apenas uma forma de apresentação científica de um assunto (Sache), ou se (também) seria a lei histórica e, correlativamente, genética da própria coisa apresentada[1].

Dessa forma, me parece que a dialética hegeliana no "O Capital", acaba ganhando uma sobrevida por uma questão estética de como os resultados foram apresentados, não sendo igualmente claro que tenha se provado ser o método último de investigação da realidade. É popular encontrarmos nesta discussão a distinção entre método de exposição e método de investigação. Assim, o método de exposição apresentado no "O Capital" é de relativamente fácil observação pois é diretamente acessível pela própria exposição das ideias no livro, já quanto ao método de investigação os estudiosos sofrem para tentar "reconstruí-lo" investigando "método oculto" no livro.

Marx comenta a existência de um "método oculto" em "Para a Crítica da Economia Política"[11]. Por isso eu entendo a existência desta discussão acerca da centralidade de Hegel em Marx. Minha crítica está na avaliação de que esta reconstrução seja produtiva. Prossequindo a discussão, precisamos então discutir "qual" é a dialética que eu considero importante. Eu defendo que seja o conjunto de pressupostos gerais como apresentado por Engels, ou seja, princípios de como o mundo se transforma e evolui. Na minha visão, esta é uma formulação mais interessante da dialética. Dessa forma, ela funciona mais como um guia para a investigação, como um conjunto de princípios norteadores, do que um método em si. Além de ser também menos nebuloso e mais flexível.

Ao meu lado, tenho todos grandes movimentos políticos derivados da obra marxista que obteve êxito em algum grau, todas as revoluções socialistas que se inspiraram nas obras de Marx. Todos estes movimentos se basearam em uma teoria no qual não teve especial carinho pela dialética hegeliana. O que acredito que levanta um debate saudável sobre quais são os aspectos da teoria marxista que através da prática se provaram válidos e fundamentais.

Reforço então que tenho por marxista, uma questão de princípios gerais que moldam nossa concepção do mundo e sobre como nos posicionamos neste mundo. Isto é, defender os pressupostos materialistas de como o mundo é (matéria antes da mente, etc) em conjunto com os pressupostos dialéticos de como esse mundo material evolui (tudo está em constante transformação, etc), associado com uma questão política sobre

como nos posicionamos e atuamos politicamente no mundo (em defesa da classe dos trabalhadores e pela superação do capitalismo).

2.4 Materialismo Emergentista

Eu fiquei interessado pela crítica à dialética — ou, mais precisamente, ao materialismo dialético — apresentada por Bunge no livro "Materialismo Y Ciencia" e fui atrás do livro para ler o capítulo equivalente. Particularmente, sempre adotei a posição de que os princípios da dialética devem ser trabalhados de forma mais aberta, mais como orientações de pesquisa do que como princípios rígidos, tendo como componentes centrais a ideia de que a matéria é essencialmente dinâmica e de que todo objeto real é um sistema ou parte de um sistema, utilizando a terminologia do Bunge.

De fato, uma crítica que pode ser feita à minha posição é que ela talvez seja vaga, e considero essa crítica justa. Por outro lado, essa mesma abertura me dá flexibilidade suficiente para considerar o materialismo emergentista mais como um esforço de "atualização" do que propriamente uma oposição ao materialismo dialético, ao menos da forma como sempre o entendi. Coloco "atualização" entre aspas porque sei que não é essa a intenção do autor; não me parece que Bunge pretenda se inserir como continuidade da tradição do materialismo dialético, uso esse termo apenas porque, para mim, ele preserva muitos dos elementos que considero centrais nessa tradição. O que de fato não chega a surpreender uma vez que se Bunge não quer atualizar o materialismo histórico, ele quer atualizar o materialismo em si.

Sua posição em relação à cultura é relativamente compatível e complementar à discussão que Bakhtin faz sobre a vida social humana, ainda que a formalização de Bunge tenha um alcance mais limitado devido a sua exigência de uma formalização quantitativa, além de falhar em perceber a posição especial que a esfera econômica ocupa na sociedade. Porém ainda sim é possível encontrar contribuições do seu formalismo para programas de pesquisa que visam abordar aspectos quantitativos das ciências humanas, como a própria econofísica.

Porém encaro esse projeto como um esforço de definir mais claramente os componentes filosóficos de uma filosofia materialista, rejeitando um linguajar mais obscuro e excessivamente abstrato. Inclusive, quando Bunge comenta que o materialismo dialético é "um embrião que pode se desenvolver em uma teoria propriamente dita", tendo a concordar, se aqui estivermos nos referindo particularmente as formações iniciais dos primeiros marxistas. A tarefa de toda tradição marxista é exatamente desenvolver esse embrião. É neste sentido que sempre coloquei Marx e Engels como tendo lançado a pedra angular da concepção de mundo comunista, e não sua versão finalizada.

Porém, feitas essas observações, em certa medida, acho que há uma implicância, embora também compreenda a preocupação em definir de forma mais rigorosa o que

se quer dizer com "opostos", "contrários" e conceitos semelhantes. Mas tenho também a impressão de que existe também um esforço de se dissociar do materialismo dialético, acredito que poderíamos reformular algumas questões de forma compatível com o sistema de Bunge com um pouco mais de boa intenção. Quando ele busca formular os opostos, por exemplo, ele chega em uma formulação e descarta por considerar que seja "evidente demais", mas talvez seja de fato, evidente.

É interessante notar que apesar das divergências, Bunge acabe concordando com muitos dos resultados a que materialistas dialéticos chegam. Por exemplo, tanto o materialismo dialético quanto o materialismo emergentista concordariam que a ciência é materialista e que, querendo ou não, cientistas precisam adotar algum tipo de materialismo para fazer ciência. Ambos concordariam também que tudo está em constante mudança. O materialismo dialético procura explicar isso recorrendo, ainda que nem sempre de forma clara, a ideias como luta de opostos e desenvolvimento imanente.

Enquanto Bunge descarta a luta de opostos, ele se assume que tudo está em constante transformação. E, se tentarmos esclarecer por que isso ocorre, talvez retornemos a explicações não tão diferentes, apenas reformuladas em outros termos. Como o próprio sistemismo afirma que não existem elementos completamente isolados. Parece-me que para sustentar que tudo está sempre em transformação seria preciso admitir que essa capacidade de transformação é, em algum sentido, imanente aos próprios entes; caso contrário, se ela dependesse exclusivamente de condições externas específicas, não haveria razão para negar a possibilidade de algo existir de forma imutável¹⁰. Evidentemente essa crítica serve para os dois lados. Adicionar a ideia de que o motivo da transformação é imanente para responder porque nada pode ser imutável, desloca o questionamento sobre o motivo de tudo possuir essa capacidade de se transformar de forma imanente.

De forma geral, considero a crítica de Bunge válida na maior parte do tempo. Aprecio sua preocupação com a clareza conceitual e o rigor, considerando talvez o melhor texto filosófico contemporâneo que tenho lido de um autor não-marxista. Só não estou convencido de que ele explique fenômenos que o materialismo dialético seja, em princípio, incapaz de explicar. Mas talvez seu principal ganho esteja menos em ampliar o alcance explicativo e mais em aumentar a precisão conceitual e a clareza das formulações através das suas críticas.

Nesse sentido gostaria de apresentar a caracterização de objeto material de Bunge. Primeiro podemos perceber quanto à exigência de um mundo em que nada é imutável:

Podemos, portanto, caracterizar um objeto material como um objeto que pode estar em pelo menos dois estados, de modo que possa transitar de um

¹⁰Entendo que seria possível, na formulação Bungeana algo ser mutável mas apenas por causas externas, mas nesta formulação eu discordo.

para o outro...

E também de que não existe ente isolado:

Um objeto é real se, e somente se, influencia ou é influenciado por outro objeto, ou é composto exclusivamente de objetos reais....Todo objeto real (material) é um sistema ou um componente de um sistema. Em outras palavras, não existem coisas isoladas.

Que são exatamente os dois elementos que eu tenho destacado como centrais pro materialismo dialético. É interessante também trazer “ Os postulados, definições e teoremas precedentes constituem o núcleo de uma ontologia materialista que possui as seguintes características”:

- (a) exata: todo conceito é exato ou pode ser tornado exato;
- (b) sistemática: toda hipótese pertence a um sistema hipotético-dedutivo;
- (c) científica: toda hipótese é compatível com a ciência contemporânea;
- (d) dinâmica: toda entidade é mutável¹¹;
- (e) sistêmica: toda entidade é um sistema ou um componente de algum sistema;
- (f) emergentista: todo sistema possui propriedades que seus componentes não possuem;
- (g) evolucionista: toda emergência original é um estágio em algum processo evolutivo.

No geral me agrada. Porém, o item (a), precisa ser melhor esclarecido. Não há conceito exato, a menos que seja algo formulado matematicamente (e talvez nem mesmo assim), portanto a ideia de ter um sistema filosófico apenas como conceito exato torna este um projeto falho desde sua concepção. Para que fosse possível só temos duas opções, restringir a discussão apenas à aquilo que pode ser modelado matematicamente, o que restringiria o escopo de qualquer teoria, ou acreditar que algo pode ser escrito em linguagem sem nenhuma ambiguidade. A ideia de desenvolver uma linguagem que possa abarcar sem ambiguidade é um projeto humano histórico fracassado. A ambiguidade é inerente da linguagem humana, sendo assim não vejo possibilidade de discutir filosofia com a precisão matemática ou construir uma linguagem livre de ambiguidade.

A própria lista de características não é exata neste sentido matemático. Porém podemos substituir esta formulação por algo mais craco, como “todo conceito busca

¹¹Talvez aqui eu faria o ajuste de afirmar que “nenhuma entidade pode permanecer imutável”, isto é, não apenas as entidades podem mudar, mas elas necessariamente vão mudar. Uma formulação mais forte.

tornar-se o mais exato quanto possível”, isto é, ter como guia geral o propósito de desenvolver uma ontologia que seja clara e direta.

Não vou me prolongar, mas acho que essa ontologia geral é a parte mais forte da obra de Bunge, quando ele busca discutir tópicos específicos (como teoria da mente e teoria da cultura) sinto que sua contribuição se torna mais questionável, e no melhor dos casos menos substancial. Em resumo, Bunge tem uma posição interessante sobre materialismo e sobre idealismo de forma geral. Quando vai pra dialética, tem algumas contribuições no sentido de cobrar mais clareza na formulação teórica de seus princípios, ainda que faça uma leitura de “má vontade” quanto a alguns elementos tradicionalmente atribuído à ela.

Já quando vai pra questões mais específicas e tenta elaborar uma contribuição mais direta, tem algum valor no sentido de formalizar algumas grandezas quantitativas que podem servir de apoio para sub-disciplinas que trabalham com modelagens quantitativas, mas a formalização não promove nenhum avanço imediatamente e é abstrata demais para me garantir de que permitirá um avanço no futuro, ao ponto que algumas vezes soam apenas como metáforas matemáticas. Por fim, Bunge ainda se vê obrigado a restringir a lista de tópicos que é capaz de discutir de forma satisfatória muitas vezes mudando a questão proposta originalmente devido a limitação do formalismo matemático proposto.

Não apenas seu refrasamento com termos matemáticos não ganha poder explicativo, como é necessário refletir ,se não pode levar a perder. Se for comparar sua formulação com as teorias atuais das ciências humanas nos campos que decidiu explorar, deve-se questionar se sua reformulação das teorias não provoca um esvaziamento nas mesmas. Mas fornecendo o benefício da dúvida, considerando possibilidade de reformular o que já existe em sua linguagem, isto implicaria que nada seria perdido, mas não implicaria que algum avanço seria obtido necessariamente.

Baseado então nessa discussão, vamos reformular os princípios de nossa ontologia materialista:

- Sistemática: toda hipótese pertence a um sistema hipotético-dedutivo;
- Científica: toda hipótese é compatível com a ciência contemporânea;
- Dinâmica: nenhuma entidade permanece indefinidamente imutável.;
- Sistêmica: toda entidade é um sistema ou um componente de algum sistema;
- Emergentista: todo sistema possui propriedades que seus componentes não possuem¹²;

¹²De fato, essa hipótese parece universal demais e nem Bunge a justifica. Em princípio, podemos ter sistemas que não apresentam propriedades emergentes (ao menos relevante), é exatamente a exis-

- Evolucionista: toda emergência original é um estágio em algum processo evolutivo.

Evidentemente apesar de eu ter tirado como um núcleo, devemos buscar formular nossa ontologia sempre da forma mais clara e menos ambígua que nos for possível, mas isso diz mais respeito a como a escrevemos do que seus elementos centrais. Para concluir, elementos típicos do materialismo dialético, como luta dos contrários, negação da negação e transformação de quantidade em qualidade pode ser visto como princípios quanto a como as entidades se transformam. Poderíamos incluir em uma espécie de 'núcleo da transformação das entidades da ontologia materialista', mas eu acredito que possuem imporância secundária frente ao resto.

2.5 O que resta da filosofia

Para fechar essa discussão, gostaria de dispensar a leitura mais tradicional do papel da filosofia. Praticamente desde que me interessei por marxismo eu tenho lido sobre a filosofia. Isso decorreu do fato de que eu sempre fui crítico e cético quanto à filosofia. Porém eu gosto de entender o que quero criticar, logo, senti a necessidade de entender melhor a filosofia

Uma das primeiras coisas que tive a oportunidade de aprender foi de que não há um consenso sobre o que é filosofia. Cada pensador que ganhou o direito de ser reconhecido como filósofo definiu a filosofia de uma forma diferente. E isso de certa forma fornece uma certa flexibilidade para que a filosofia seja defendida de forma abstrata. Em um momento filosofia é “pensar de forma crítica” (e ninguém vai se opor à esta tarefa), mas em outro momento não existe filosofia chinesa pois a filosofia é definida como uma tradição que nasceu na Grécia antiga.

As duas alegações nunca podem ser defendidas em conjunto, pois implicaria em dizer que os chineses não eram capazes de pensar de forma crítica. Me parece que em grande parte a definição mais regular de filosofia na academia é aquela que é dada pela disciplina de história da filosofia colocando sua origem necessariamente no mundo grego antigo. É isto que vamos encontrar na coleção de “História Da Filosofia” de Giovanni Reale[104].

Este projeto de história da filosofia que trata ela como um “produto exclusivo do gênio grego”, me parece um projeto que nasceu intrinsecamente como um projeto eurocêntrico, desde Hegel. E normalmente, quando eu teço críticas a filosofia, minha crítica se refere principalmente a esta tradição com origem em platão. Outra descoberta que tive foi de que também não há também consenso sobre o que é a filosofia marxista.

tência de uma propriedade emergente que caracteriza um sistema como sistema complexo. Logo essa afirmação equivale a dizer que todo sistema é um sistema complexo, poderíamos reformular para algo diferente, mas acredito que não causa muito dano ficarmos com esta formulação por agora.

Porém, para que o materialismo dialético na formulação marxista-leninista recebesse o título de filosofia, foi necessário adotar uma definição de filosofia que fosse adequada. Pode ser lido em “Dialectical Materialism” do Spirkin[114], por exemplo, que filosofia é a unidade de uma concepção de mundo e um método de investigação, parafraseando o próprio Engels quando descreve a teoria que desenvolveu junto de Marx como uma concepção de mundo comunista e método de investigação dialético[48]. Esta é uma posição similar ao que podemos encontrar em Gramsci:

É preciso, portanto, demonstrar preliminarmente que todos os homens são “filósofos”, definindo os limites e as características desta “filosofia espontânea”, própria de “todo o mundo”, isto é, da filosofia que está contida: 1) na própria linguagem, que é um conjunto de noções e de conceitos determinados e não, apenas, de palavras gramaticalmente vazias de conteúdo; 2) no senso comum e no bom senso; 3) na religião popular e, portanto, também em todo o sistema de crenças, superstições, opiniões, modos de ver e de agir que se descortinam naquilo que geralmente se chama de “folclore”[63].

O fato é que o materialismo dialético na concepção marxista leninista, é significativamente diferente da filosofia como é tradicionalmente concebida. Algo que o próprio Spirkin reconhece e o leva a classificar o marxismo como uma filosofia científica, e mais precisamente, como a primeira filosofia verdadeiramente científica. Um título que talvez não faça muito sentido da forma que a filosofia é tradicionalmente concebida.

Essa ruptura com a filosofia clássica fica evidente por exemplo em Engels quando escreve o “Ludwig Feuerbach e o fim da filosofia clássica alemã” e o “Anti-Dühring”. Não por coincidência, meus textos preferidos sobre o assunto. Mas como o próprio Engels coloca, isso não implica que necessariamente tudo da filosofia clássica tenha se tornado obsoleto e que a própria tarefa de filosofar não possua mais nenhuma utilidade. Eu defendo apenas uma redução de escopo e ambição. É nesse sentido que aprecio o “Investigações Filosóficas” do Wittgenstein[130].

Entendo hoje, que a filosofia, em sua formulação mais tradicional e abrangente, isto é, a filosofia que não é marxista, mas também não se restringe à tradição iniciada em Platão, mas sim uma reflexão especulativa geral sobre tudo, não deve ser uma teoria que visa explicar o mundo. Mas sim que a filosofia deve ser encarada como uma atividade de esclarecimento sobre o uso da linguagem: ela dissolve pseudoproblemas ao revelar quando estamos usando a linguagem além dos limites do sentido.

Me parece que Wittgenstein, de certa forma, assim como Engels, não elimina a filosofia por completo, mas altera a ideia sobre qual é o papel da filosofia. Ao invés de vermos na filosofia o papel de questionar como o mundo é, transferimos esta responsabilidade para as ciências e permitimos que a filosofia tenha por atividade questionar como usamos a linguagem. A filosofia se torna então uma prática de esclarecimento

da linguagem. Eu tendo a pensar que a filosofia na prática, que eu não iria discordar da utilidade, é exatamente isso. Quando se pergunta "Deus existe?" A gente acaba tendo que discutir o que queremos dizer com "Deus". E talvez até mesmo o que quer dizer com "existir". Se tivermos tudo esclarecido (e nem tudo pode ser esclarecido), podemos então buscar a comprovação ou não de sua existência através da ciência. Esta é a discussão que entendo ser por natureza filosófica.

Dessa cabe a ciência produzir conhecimento, e não a filosofia. A filosofia, pela forma que opera, pelos limites da lógica, não é capaz de produzir conhecimento, pois ela não se baseia na observação e extração de 'verdade' nenhuma do mundo real. Acredito que minha posição é coerente com as ideias expostas por Engels.

Por toda a parte, não se trata mais de congeminar conexões na cabeça, mas de as descobrir nos factos. Para a filosofia desalojada da Natureza e da história, fica ainda então apenas o reino do pensamento puro, na medida em que ainda resta: a doutrina das leis do próprio processo do pensar, a lógica e dialéctica[49].

Agora que já esclarecemos como a filosofia encontrou seu auge e fim com Hegel e que já reduzi a filosofia clássica à função de resolver os problemas de linguagem, eu queria discutir a relação entre ciência e filosofia, e de certa forma, contestar a ideia de que a filosofia seja a mãe da ciência. De forma simples, meu argumento é de que a ciência atual e a filosofia atual ambas se originam em uma mesma tradição mais antiga, que pode ser chamada tanto como "filosofia universal" quanto como "ciência universal". Isto é, não é nem a filosofia atual e nem a ciência atual.

Assim que compreendermos — e, em definitivo, ninguém nos ajudou mais a essa compreensão do que o próprio Hegel — que a tarefa da filosofia, colocada dessa maneira, não significa senão a tarefa de que um filósofo singular deve realizar aquilo que só a humanidade inteira no seu desenvolvimento progressivo pode realizar — assim que compreendermos isto, estará também no fim toda a filosofia no sentido da palavra até aqui. Abandona-se a «verdade absoluta», inalcançável por esta via e por cada um individualmente, e, em troca, perseguimos as verdades relativas alcançáveis pela via das ciências positivas e do compêndio dos seus resultados por intermédio do pensar dialéctico. Com Hegel, rematà-se, em geral, a filosofia; por um lado, porque ele reuniu todo o desenvolvimento dela no seu sistema, da maneira mais grandiosa; por outro lado, porque, se bem que inconscientemente, ele nos mostra o caminho [que nos leva] deste labirinto dos sistemas ao conhecimento positivo real do mundo[49].

Além disso, a ciência moderna deve mais ao conhecimento prático e empírico acumulado por séculos pelas classes baixas, do que às abstrações frequentemente especulativas e

erradas dos filósofos que pertenciam à classe dominante. Esse apagamento histórico de um lado e exaltação além da realidade do outro é, ao meu ver, fruto direto da luta de classes.

Basta dizer que, antes de 1600, antes do "nascimento da ciência e da filosofia modernas", a colheita de frutos da árvore da filosofia era bastante escassa.

...

Por outro lado, os antigos gregos e romanos e os antigos egípcios demonstraram uma arte e uma habilidade maravilhosas na construção e mesmo na engenharia mecânica. As suas abóbadas e arcos, que suportavam cargas tão pesadas, foram construídos com tal precisão e força que indicam um conhecimento altamente sofisticado da mecânica prática. Seja como for, o conhecimento destes antigos construtores e engenheiros não era científico, mas tecnológico. Era puramente empírico, não se baseava em princípios filosóficos[58].

Começamos então com estes dados históricos. Platão, que está na raiz da filosofia ocidental moderna, teria nascido uns 4 séculos antes de cristo, o que nos dá uma janela de tempo de 2 mil anos de existência da filosofia sem que desse muitos frutos. Se formos voltar a Tales de Mileto, precisamos adicionar mais 2 séculos de improdutividade da filosofia. Só isto já deveria ser o suficiente para questionar. E este período de escassa produção corresponde exatamente ao período anterior ao nascimento da ciência moderna. Isto é, a filosofia só foi capaz de produzir frutos quando a ciência moderna surgiu. Esta declaração revela uma posição semelhante à de Einstein:

Admiramos a Grécia antiga porque fez nascer a ciência ocidental... Mas para atingir uma ciência que descreva a realidade, ainda faltava uma segunda base fundamental que, até Kepler e Galileu, foi ignorada por todos os filósofos. Porque o pensamento lógico, por si mesmo, não pode oferecer nenhum conhecimento tirado do mundo da experiência. Ora, todo o conhecimento da realidade vem da experiência e a ela se refere. Por este fato, conhecimentos, deduzidos por via puramente lógica, seriam diante da realidade estritamente vazios. Desse modo Galileu, graças ao conhecimento empírico, e sobretudo por ter se batido violentamente para impô-lo, tornou-se o pai da física moderna e provavelmente de todas as ciências da natureza em geral. Se, portanto, a experiência inaugura, descreve e propõe uma síntese da realidade...

Acredito que esta analogia sobre[42] a colheita da árvore da filosofia venha da afirmação de Descartes de que a 'utilidade' da filosofia está nos seus frutos. Evidentemente isso

não significa que as civilizações do passado não detinham conhecimento, pelo contrário. Porém, se pegarmos o conhecimento do mundo antigo, que era um conhecimento menos geral e mais técnico voltado ao desenvolvimento de tecnologias, isto existiu de forma independente da filosofia. Frequentemente se fala isso sobre outras nações como Índia e China, mas muitos tentam colocar civilizações ocidentais como “superiores” pois supostamente não tinham “apenas tecnologia, tinham filosofia”. Porém, como podemos ver desde o surgimento da filosofia, até o nascimento da ciência, ela não produziu grandes frutos, nem mesmo no mundo ocidental.

O grande fosso que existiu durante a Antiguidade e a Idade Média entre "princípios" e "saber-fazer", entre "ciência" e "tecnologia", estava intimamente ligado à estrutura social. O "saber-fazer" do artesão e do engenheiro era adquirido através do trabalho físico e não do puro esforço intelectual. Era o conhecimento empírico do homem de baixo estatuto social, do artesão e até do escravo. O conhecimento filosófico era cultivado e promovido pelos homens de estatuto social elevado, nomeadamente os padres e os estadistas. Os estratos "inferiores" colecionavam "factos"; os superiores avançavam princípios. O contacto entre os dois tipos de conhecimento era desencorajado pelos costumes sociais. Se um homem de estatuto social elevado tentasse aplicar a sua "filosofia" ou "ciência" ao trabalho do artesão, era condenado ao ostracismo[58].

Temos então uma separação social, uma questão de classes na valorização do conhecimento produzido pelos trabalhadores de classes baixas e pelos intelectuais da classe alta. Ou seja, não é apenas que o conhecimento empírico não se baseia na filosofia, mas o conhecimento empírico estava fatalmente separado do conhecimento filosófico. Não apenas eram áreas distintas, como as pessoas que praticavam eram pessoas distintas.

E ainda mais, eram pessoas que não tinham contato entre si pois pertenciam a diferentes classes. Se alguém de classe alta fosse “pego” trabalhando com um conhecimento empírico, seria punido socialmente. Então aqui a gente tem que a evolução destas diferentes áreas do conhecimento ocorreu de forma independente, por pessoas diferentes, de classes sociais diferentes.

Eu não estou negando que em torno do século XV, quando surgiu o que hoje chamamos de ciência, este processo esteve relacionado com o que hoje chamamos de filosofia. Devido a mudanças sociais na época, membros da classe alta com mais tempo livre para abstrair questões práticas, treinados na filosofia, tiveram contato e se interessaram então por este conhecimento técnico, criando as condições necessárias para o surgimento de em uma ciência mais geral e abstrata.

Se quisermos, podemos localizar aqui a contribuição da filosofia. Porém precebo que neste processo de transformação do conhecimento técnico em ciência, a separação

que existia entre filosofia e conhecimento técnico, se transforma na separação entre filosofia e ciência. E é preciso notar que descrevendo a história da ciência desta forma, temos um conhecimento empírico que se transforma em ciência, beneficiada do contato com a filosofia, mas está mesmo permanece tanto separada do conhecimento técnico no passado, quanto da ciência no presente¹³.

Ainda sim, a história do desenvolvimento da ciência moderna está atrelada também às necessidades do modo de produção moderno. Se reconhece que o conhecimento técnico nasceu em resposta às necessidades materiais, por exemplo, a matemática como necessidade de calcular áreas e controlar o imposto, mas a ciência moderna também responde a condições materiais específicas. O desenvolvimento da termodinâmica não é apenas causa da revolução industrial, mas também consequência.

Assim o desenvolvimento da ciência também responde a uma questão social. Porém, da mesma forma que a astronomia surge por aqueles que se interessavam em astrologia, ou a química por quem se interessava por alquimia, a ciência surge por aqueles que se interessavam por filosofia. Dessa filosofia pré-1600, considerada então uma espécie de ciência/filosofia universal, surge então a “filosofia própria” e a “ciência própria”. Poderíamos então dizer que a ciência é a mãe da filosofia? Acredito que não seria uma ideia bem recebida.

Kant afirmou sem rodeios que os factos observáveis do mundo físico são completa e satisfatoriamente descritos e sistematizados pela "ciência propriamente dita"; a "filosofia propriamente dita" nunca nos poderá dizer nada sobre eles. A função da filosofia é erigir uma superestrutura sobre a ciência, não para fazer afirmações sobre factos físicos, mas antes para atribuir "valor" a certos tipos de ação humana... A investigação que procura afirmações verdadeiras para além do domínio da "ciência propriamente dita" e tenta obter essas afirmações a partir de uma "interpretação filosófica da ciência" é chamada "investigação metafísica". O resultado deste tipo de investigação é um ramo do pensamento sistemático conhecido como "metafísica", cuja função é fornecer-nos regras para a conduta humana, para nos mostrar "o bem"[58].

Ou seja, a filosofia conforme descrita aqui trata daquilo que não são os fatos do mundo físico. Kant então “proíbe” a filosofia de fazer afirmações sobre o mundo físico. Antes de concluir, acredito que é interessante acompanharmos mais um trecho:

Segundo Duhem, em suma, Platão distingue três graus de astronomia: observacional, geométrica e teológica. A concepção platónica da astronomia

¹³Estou ciente que dizer que permanece separado é uma afirmação polêmica. Mas leia de forma bastante aberta tendo por mente que os cientistas modernos tradicionalmente não estudam filosofia. Isto é, produzem ciência sem ter formação e frequentemente nem interesse em filosofia.

torna clara a natureza da divisão dentro da "filosofia" ou da "ciência". A astronomia observacional e geométrica constituem, em conjunto, um instrumento que permite prever as posições observáveis dos astros, mas a "astronomia teológica" não é necessária nem sequer útil para esse efeito. O que ela pode fazer é dar-nos uma imagem do universo que será considerada uma réplica da sociedade humana ideal; ela pode ajudar a moldar a conduta humana[58].

E se ainda há dúvidas sobre o caráter teológico e a distinção explícita entre ciência e filosofia desde Platão, podemos consultar as próprias palavras de Platão:

Existem três graus de conhecimento. O grau mais baixo é o conhecimento pela observação sensorial. . . . O grau supremo é o conhecimento pelo intelecto puro... Entre o primeiro (mais baixo) e o terceiro (supremo) grau de conhecimento existe um tipo de raciocínio misto e híbrido que ocupa o grau intermediário (segundo). O conhecimento nascido desse raciocínio intermediário é o conhecimento geométrico. A esses três graus de conhecimento correspondem três graus de astronomia.

A percepção sensorial é responsável pela astronomia da observação. Esse tipo de astronomia persegue as curvas complicadas descritas pelas estrelas... e não pode fornecer nenhuma relação comensurável ao aritmético, nem nenhuma figura definida ao geômetra... Por meio do raciocínio geométrico, a mente produz uma astronomia capaz de figuras precisas e relações constantes. Essa "verdadeira astronomia" substitui os caminhos erráticos que a astronomia observacional atribuía às estrelas por órbitas simples e constantes; ela produz as aparências complicadas e variáveis que são conhecimento falso. ... É a aproximação do conhecimento pelo intelecto puro, que revela a terceira e suprema astronomia, a astronomia teológica. ... Na constância dos movimentos celestes, ela vê uma prova da existência de espíritos divinos que estão unidos aos corpos celestes[58].

Podemos perceber que os dois primeiros graus de conhecimento, os dois primeiros graus de astronomia são exatamente o que corresponde a ciência. O primeiro degrau corresponde ao conhecimento empírico, à experimentação. À coleta de dados e observação da natureza através dos sentidos. O segundo degrau corresponde à generalização e abstração dos dados observados, à construção de modelos gerais, na física em particular, à construção das leis matemáticas que generalizam os casos observados.

E deixamos então para a filosofia o último grau. O conhecimento superior na ideia dos filósofos. Mas novamente o que a filosofia aqui está discutindo, já não é mais o mundo físico, mas discutindo mais a questão do ideal humano, algo que visa moldar

a conduta humana. Neste debate, uma definição interessante entre ciência e conhecimento técnico, é que o conhecimento técnico nos permite lidar com circunstâncias que nos deparamos antes, e o objetivo do pensamento científico é aplicar o passado a novas circunstâncias. Isto é, uma generalização do conhecimento produzido no passado para que consigamos ter uma capacidade de predição sobre novas coisas do futuro, conectando então o desenvolvimento da ciência como a evolução natural do conhecimento técnico do passado.

Evidentemente a história da humanidade é complicada e certamente a ciência não tem apenas uma origem, mas meu esforço aqui é resgatar esta conexão esquecida. Um possível caminho do conhecimento, que parte da tecnologia, passa pela ciência e culmina na “filosofia”, considerando-a uma unificação no conhecimento pode ser tracejado. É uma possibilidade, mas isto torna a filosofia uma espécie de ciência universal, e em grande parte, retoma nossas definições anteriores da filosofia como uma concepção de mundo. Neste caso, uma concepção de mundo moldada pelo conhecimento científico.

Segundo Philipp, a primeira grande cisão entre filosofia e ciência moderna ocorre com a astronomia. O filósofo e astrônomo, até então a mesma pessoa, teria se visto obrigado a escolher uma das duas opções[58]:

- Manter os princípios “inteligíveis” e conformar-se à falta de concordância com os dados observados.
- Desistir da compreensão do mundo apenas pela razão e ficar satisfeito com uma hipótese “ininteligível” que concorda com os fatos.

É evidente que a filosofia opta pelo primeiro caminho, priorizando os princípios, e a ciência pelo segundo buscando concordar com os fatos. Neste contexto, “inteligível” não significa simplesmente compreensível no sentido comum, mas aquilo que pode ser deduzido da razão pura como necessário e evidente, obedecendo a princípios racionais considerados universais e autoexplicativos. Um mundo inteligível é aquele que “faz sentido por si”, independentemente da experiência, como no ideal clássico da filosofia antiga.

O “ininteligível” então não designa algo absurdo ou irracional, mas uma hipótese que não pode ser justificada por princípios racionais evidentes, sendo aceita apenas por sua concordância com os fatos observados. Como exemplo, um princípio inteligível no sentido clássico é a ideia de que as órbitas dos planetas deveriam ser círculos perfeitos, já que o círculo era concebido como a forma geométrica perfeita e, portanto, a mais adequada para descrever o movimento dos corpos celestes. Em contraste, a hipótese ininteligível e apoiada pelos dados, é a de que as órbitas planetárias possuem excentricidades, isto é, são elípticas. Essa hipótese concorda com os dados observacionais, mas não decorre de nenhum princípio racional autoevidente sobre perfeição, harmonia

ou necessidade. A partir disso, Philipp destaca dois critérios para checar a validade de uma declaração[58]:

- Pode ser derivado logicamente de uma declaração auto-evidente;
- Pode ser tratado como uma hipótese que podemos derivar consequências e testar com fatos.

A primeira consiste então em um critério “filosófico” e o segundo “científico”. Aqui busco adotar sempre que possível o critério científico.

2.6 Superação do capitalismo

Já comentamos sobre a filosofia marxista (*vulgo* materialismo dialético), um próximo tema importante é o socialismo marxista (*vulgo* socialismo científico). Socialismo científico pode ser entendido como nada mais sendo do que a investigação e a prática acerca da superação do capitalismo. Conseqüentemente, a construção de uma sociedade pós-capitalista (*vulgo* comunista). Colocado dessa forma, o socialismo, como um dos componentes do marxismo não deve ser entendido de forma simplista como um mero modelo de estado, nem como sendo apenas uma etapa de transição. De fato, Marx nunca falou sobre socialismo neste sentido, o que há é uma distinção do comunismo em fase inferior e fase superior, assim como menções à ditadura do proletariado, mas nenhuma destas etapas recebe na obra marxiana o nome do socialismo.

Entre a sociedade capitalista e a sociedade comunista medeia o período da transformação revolucionária da primeira na segunda. A este período corresponde também um período político de transição, cujo Estado não pode ser outro senão a ditadura revolucionária do proletariado.

...

Do que se trata aqui [- a fase inferior do comunismo -] não é de uma sociedade comunista que se desenvolveu sobre sua própria base, mas de uma que acaba de sair precisamente da sociedade capitalista e que, portanto, apresenta ainda em todos os seus aspectos, no econômico, no moral e no intelectual, o selo da velha sociedade de cujas entranhas procede. . . Estes defeitos, porém, são inevitáveis na primeira fase da sociedade comunista

...

Na fase superior da sociedade comunista, quando houver desaparecido a subordinação escravizadora dos indivíduos à divisão do trabalho e, com ela, o contraste entre o trabalho intelectual e o trabalho manual; . . . só então será possível ultrapassar-se totalmente o estreito horizonte do direito

burguês e a sociedade poderá inscrever em suas bandeiras: De cada qual, segundo sua capacidade; a cada qual, segundo suas necessidades[85].

Já em Engels, quando se fala de socialismo científico em “Do Socialismo Utópico ao Socialismo Científico”, refere-se ao socialismo como uma ciência, no sentido amplo. Como um conjunto de conhecimentos e práticas relacionadas à investigação acerca da superação do capitalismo. Nunca como um modelo de sociedade. É neste ponto que se inserem algumas das maiores contribuições de Lênin. Sua obra aprofunda a teoria marxista ao formular uma concepção de partido revolucionário que atua como instrumento consciente da transição. Também gostaria neste assunto de destacar a contribuição do Paul Cockshott em “Towards a New Socialism” onde ousa propor um possível modelo de sociedade comunista.

Em termos de instituições democráticas e mecanismos de planejamento eficientes, devemos reconhecer que os problemas que emergiram no caso soviético refletem certas fragilidades do marxismo clássico... Marx, Engels e Lenin foram muito mais incisivos em suas críticas ao capitalismo do que em suas teorizações positivas sobre a sociedade socialista... Quanto aos mecanismos de planejamento, Marx e Engels apresentaram algumas sugestões interessantes, mas estas nunca foram desenvolvidas além do nível de generalidades bastante vagas[36].

Esta proposta recebe o nome de cibercomunismo por alguns autores, e nada mais é do que a proposta de um modelo de comunismo onde utiliza-se os mais recentes avanços científicos e computacionais no desenvolvimento e gestão desta sociedade pós-capitalista. Não ficando restrita ao uso da computação apenas para cálculos econômicos, mas transformando a tecnologia em uma ferramenta de efetiva participação popular nas decisões políticas e econômicas desta sociedade, isto é, colocando nas mãos do trabalhador o poder de decisão sobre a produção e distribuição de bens.

A primeira coisa a esclarecer sobre a natureza deste projeto é que o planejamento comunista nada mais significa do que a regulação consciente, racional e democrática da economia... Nesse sentido, o cibercomunismo está longe de ser uma “economia algorítmica” ou um “governo por algoritmos”. Pelo contrário, trata-se de um tipo de economia onde... os processos de avaliação e decisão individual, bem como os de deliberação democrática, permeiam toda a operação econômica: desde a escolha pessoal da profissão ou dos meios de consumo até a definição democrática dos objetivos de desenvolvimento econômico e social, passando pelo controle social do investimento, pela promoção de talentos individuais e pela implementação

de novos projetos produtivos. Não se trata, portanto, de um “supercomputador” ou de uma “inteligência artificial central” que tente “adivinhar os desejos e preferências dos indivíduos”, “prever o futuro” ou “programar a vida social”. Muito pelo contrário: o que se propõe aqui é justamente ampliar o horizonte da autonomia individual e da participação democrática com o auxílio dos avanços científico-técnicos, dentro de uma estrutura de igualdade social e plenas liberdades individuais.

Sobre a superação do capitalismo um tópico que não pode ser ignorado é a revolução. O que é a revolução comunista e em que condições ela se dá. Primeiro algumas definições:

Modo de produção: O método de produção dos bens e serviços necessários à vida (seja para saúde, alimentação, moradia ou necessidades como educação, ciência, nutrição, etc.). O Modo de Produção é a unidade das forças produtivas e das relações de produção.

Forças de produção: As forças produtivas são a unidade de todo o trabalho, os instrumentos de produção (ex.: edifícios e máquinas) e os sujeitos de produção (ex.: matérias-primas).

Relações de produção: As relações materiais objetivas que existem em qualquer sociedade, independentemente da consciência humana, formadas entre todas as pessoas no processo de produção social, troca e distribuição de riqueza material[92].

Por revolução eu estou falando em uma mudança nas relações sociais de produção, que conseqüentemente conduz a uma mudança no modo de produção. Isto se dá quando as forças de produção se desenvolvem de tal modo que as atuais relações de produção passam a ser incompatíveis com as forças de produção, servindo então como uma amarra de seu potencial. Neste momento apenas uma revolução nas relações de produção é capaz de libertar as forças de produção para o seu máximo potencial através da implementação de novas relações de produção mais compatíveis com o atual nível das forças de produção, configurando então um novo modo de produção. O materialismo histórico tem sua exposição mais clara no prefácio de Para a Crítica da Economia Política.

O resultado geral a que cheguei e que, uma vez obtido, serviu-me de guia para meus estudos, pode ser formulado, resumidamente, assim: na produção social da própria existência, os homens entram em relações determinadas, necessárias, independentes de sua vontade; essas relações de produção correspondem a um grau determinado de desenvolvimento de suas forças produtivas materiais. A totalidade dessas relações de produção constitui a estrutura econômica da sociedade, a base real sobre a qual se eleva uma

superestrutura jurídica e política e à qual correspondem formas sociais determinadas de consciência. O modo de produção da vida material condiciona o processo de vida social, política e intelectual. Não é a consciência dos homens que determina o seu ser; ao contrário, é o seu ser social que determina sua consciência. Em uma certa etapa de seu desenvolvimento, as forças produtivas materiais da sociedade entram em contradição com as relações de produção existentes, ou, o que não é mais que sua expressão jurídica, com as relações de propriedade no seio das quais elas se haviam desenvolvido até então. De formas evolutivas das forças produtivas que eram, essas relações convertem-se em entraves. Abre-se, então, uma época de revolução social. A transformação que se produziu na base econômica transforma mais ou menos lenta ou rapidamente toda a colossal superestrutura... Do mesmo modo que não se julga o indivíduo pela ideia que de si mesmo faz, tampouco se pode julgar uma tal época de transformações pela consciência que ela tem de si mesma. é preciso, ao contrário, explicar essa consciência pelas contradições da vida material, pelo conflito que existe entre as forças produtivas sociais e as relações de produção.

[87]

Em segundo lugar, eu acredito que a gente vive uma situação particularmente diferente de todos países que que sofreram revolução. Próximo a época de revolução, estes países viveram uma situação de intensa instabilidade, e não por conta dos comunistas. Ou seja, a instabilidade que estes países se encontravam não foi produto dos comunistas, o que os comunistas fazem é guiar esta revolução. Por exemplo, a China estava ocupada militarmente pelo Japão, já Cuba vivia sob a ditadura de Fulgêncio Batista, etc... Entendo que isto cria verdadeiramente uma sensação de que “não há nada a perder”.

De certa forma, talvez a Rússia seja o país mais próximo do Brasil, já que ela não era colonizada. Mas ainda sim, o império russo estava envolvido em uma Guerra Mundial e sequer encontrava-se ainda com um modo de produção capitalista. Ou seja, não vivia sob um “capitalismo democrático” como o Brasil. Mesmo se tentássemos ignorar os efeitos da Primeira Guerra Mundial, devemos lembrar que a assembleia constituinte formada entre a revolução de fevereiro (revolução burguesa) e a revolução de outubro (revolução socialista) constava com mais de 20% dos deputados eleitos pertencendo ao partido bolchevique¹⁴. Isto é, em um primeiro momento houve uma revolução burguesa, e no segundo momento, anterior à revolução socialista, os comunistas gozavam de cada vez mais popularidade. No momento não temos nenhum dos dois cenários no Brasil.

Hoje o Brasil é relativamente estável politicamente. Além disso, o capitalismo aprendeu a ceder algumas migalhas em prol da estabilidade[102]. Como resultado,

¹⁴Das 767 cadeiras, os bolcheviques eram o segundo maior partido, ocupando 183.

a classe média¹⁵ cresceu e se tornou uma das principais forças políticas, chegando a rivalizar com a classe baixa em termos de tamanho (a depender da métrica utilizada) e possuindo mais poder político. Se a pequena burguesia já era uma classe vacilante na época de Marx, ela possivelmente é ainda mais nos dias de hoje devido ao poder econômico e político que ganhou nas últimas décadas.

A ascensão do capitalismo a partir do longo século XVI está associada a uma queda nos salários para níveis abaixo da subsistência, uma deterioração na estatura humana e um aumento na mortalidade prematura. . . . Onde houve progresso, melhorias significativas no bem-estar humano começaram apenas por volta do século XX. Esses avanços coincidem com a ascensão de movimentos políticos anticoloniais e socialistas[115].

Então como eu vejo a revolução sendo possível? O caminho que consigo visualizar é através da proposta de levar aos limites a democracia burguesa. Eu não vejo a possibilidade de convencer a população a expropriar os capitalistas enquanto as pessoas não defenderem sequer a existência de um salário mínimo, eu não vejo como vamos convencer a planificar a economia se as pessoas não defendem nem mesmo a existência de um imposto progressivo, então eu acredito que ainda existe um grande trabalho a ser feito dentro dos limites da democracia burguesa.

Como lidar com uma população que é fortemente povoada por uma classe média com poder político e vacilante? Eu defendo que devemos seguir com certa precaução o exemplo do Salvador Allende, usar as vias legais tanto quanto possível. Se pudermos avançar em reformas, não há porque nos negarmos. Isso serve de propaganda das ideias comunistas de duas formas. Primeiro, quando os projetos são aprovados e executados serve como uma demonstração que nosso projeto de sociedade é de fato superior. E segundo, quando reprovado serve como uma denúncia sobre a perseguição que as ideias comunistas sofrem, mesmo que sejam do interesse da maioria dos trabalhadores.

Sob as condições de que a classe dominante em um país capitalista esteja disposta a permitir que o Partido Comunista opere legalmente, o referido partido não rejeita a oportunidade. Afinal, o principal interesse de tal partido é elevar o nível de consciência do proletariado e de outras pessoas e organizá-las. Reformas também podem ser conquistadas de tempos em tempos[112].

É importante ressaltar que não tenho por meta uma nem uma revolução armada e nem um cenário de instabilidade. Não tenho por objetivo a violência de nenhuma forma.

¹⁵Classe baixa, média e alta não são sinônimos de proletariado, pequena burguesia e burguesia, mas há entre elas uma correspondência aproximada. Sobre o desenvolvimento da classe média no século passado, “O Capital no Século XXI” de Thomas Piketty é uma interessante leitura.

No melhor dos cenários o comunismo é atingido via reformas legais. Minha principal divergência com partidos sociais democratas se dá principalmente pelo horizonte reformista apresentado no discurso. Neste processo, eu defendo que o partido comunista tenha abertamente a intenção de superação do capitalismo, isto é, um horizonte revolucionário. As propostas devem seguir esse caminho, mesmo quando sabemos que serão rejeitadas, a rejeição deve servir de propaganda. O discurso deve se manter transparente, o objetivo não é tornar o capitalismo mais dócil, mas superá-lo. Ainda que, enquanto não superado, seja útil promover também projetos reformistas que garantam um alívio na classe trabalhadora.

Através de uma postura propositiva que inclua projetos de políticas públicas realistas, a atuação política das organizações comunistas devem permitir que as pessoas vislumbrem uma nova possibilidade de vivência e percebam que é possível ir além do capitalismo. De fato, nada disso é totalmente novo. Apenas desejo ressaltar a importância de utilizarmos os meios legais até onde for possível para promover o desenvolvimento da qualidade de vida da classe e das forças de produção, até atingirmos um ponto que uma mudança nas relações de produção torna-se uma possibilidade concreta.

Isso também implica que a questão central é a disputa da consciência de classe. Hoje em dia, as forças militares do estado são mais fortes do que em qualquer outro momento da história. O poder bélico estatal não tem adversários à altura que não seja outro poder militar estatal. Mais do que nunca, é necessário o apoio da população, é a população que deve fazer resistência contra o ataque da burguesia. População, do qual, inclusive as forças policiais e militares fazem parte.

Tomando como exemplo a Revolução de Outubro: “os rebeldes Bolcheviques encontraram pouca resistência e foram capazes de penetrar no edifício sem muita dificuldade e tomá-lo. Na sua maioria, a revolta em Petrogrado ocorreu sem derramamento de sangue e numa atmosfera de normalidade geral na capital. Estima-se que apenas cinco marinheiros e um soldado entre os atacantes foram mortos no assalto e que os defensores não sofreram baixas fatais.[128]”

Esta necessidade de que a revolução seja feita pela massa de trabalhadores deve estar sempre muito clara. Quem faz a revolução é, e sempre foi a classe trabalhadora. O partido comunista é apenas o guia da revolução. Mas não é o partido que faz a revolução. Para isso o partido deve estar inserido na classe trabalhadora deve se tornar capaz de reconhecer seus objetivos e anseios, e assim conseguir apresentar propostas efetivas, que são tomadas pela classe trabalhadora como um guia.

Para triunfar, a revolução deve ser dirigida pela classe operária ... A moralidade revolucionária consiste em unir-se às massas, em ter confiança nelas, em compreendê-las, em escutar atentamente suas opiniões. Por suas palavras e seus atos, os membros do Partido, da União da Juventude tra-

balhadora e os quadros ganham a confiança, a admiração e o afeto do povo, realizam a união estreita das massas em torno do Partido, organizam-nas, fazem a propaganda entre elas, mobilizam-nas, para aplicar com entusiasmo a política e as resoluções do Partido [94].

Os trabalhadores devem desenvolver uma consciência acerca do poder que a própria classe possui, uma consciência acerca das contradições do capitalismo, e assim devem se tornar conscientes da necessidade de superação do capitalismo. Apenas através desse processo de educação que entendo que a classe trabalhadora seja capaz de aderir ao projeto político comunista e termine então por defender a revolução comunista.

Quando se discute sobre a via legal como uma ferramenta para a construção do comunismo, torna-se impossível não discutir o significado da eleição de candidatos que se declaram socialistas ou comunistas. Pensando nos acontecimentos recentes, podemos refletir sobre a eleição nos EUA, especificamente para prefeito de Nova York, onde algumas coisas me chamaram a atenção. Eu quero deixar claro que não o considero revolucionário, comunista, nem sequer socialista. Grande parte da campanha de Zohran Mamdani foi baseada em diferenciar o que ele entende de socialismo do que ele entende de comunismo, deixando claro que não é comunista e limitando sua defesa do socialismo a uma redução da desigualdade sem superação do modo de produção capitalista. Ao mesmo tempo que se vende como uma campanha socialista, também promove uma campanha que se apoia fortemente no anticomunismo para traçar essa linha de separação entre ambos. Uma consequência desta prática, é que apaga-se a separação do capitalismo e socialismo, alterando o próprio sentido de socialismo. Isto faz com que a luta-anticapitalista sob esta bandeira do socialismo deixe de ser sobre a socialização dos meios de produção, e se torne meramente um capitalismo com menor desigualdade através de algumas políticas de redistribuição de renda.

Em vez do lema conservador de: “Um salário justo por uma jornada de trabalho justa!”, deverá inscrever na sua bandeira esta divisa revolucionária: “Abolição do sistema de trabalho assalariado!”[84].

Mas dito isso, eu ainda acredito que há o que aprender desta experiência. Afinal é a maior cidade do mundo, e me parece evidente que a principal preferência burguesa nestas eleições saiu derrotada. De forma alguma eu estou negando o poder e influência da ideologia dominante, até porque quem venceu não foge totalmente dela, o “socialismo” venceu dentro dos limites da defesa do capitalismo.

Mas ainda sim, demonstra como a política é complexa, e sob certas condições, mesmo uma campanha com menos dinheiro pode derrotar o principal candidato da burguesia. Evidentemente a disponibilidade de recursos financeiros e a postura adotada do candidato diante da classe burguesa ainda é muito importante e claramente apontam

tendências sobre quem serão os favoritos, mas sobra espaço para um certo grau de manobra em determinados contextos.

Eu entendo que estas eleições recentes não foram uma derrota da burguesia pelo proletariado, o candidato eleito não pode trazer grandes mudanças estruturais pois independente das ideias que pessoalmente traz, sua atuação está limitada pelo próprio funcionamento da estrutura capitalista. Mas eu vejo como uma derrota da grande burguesia para a pequena burguesia, e isto é significativo. Evidentemente que a burguesia pode impedi-lo de implementar todas as propostas fazendo com que o episódio se converta em uma derrota para a pequena-burguesia (e possivelmente para toda classe trabalhadora), mas isso não apaga o que foi feito. Como diz Antonio Candido: “O que se pensa que é a face humana do capitalismo é o que o socialismo arrancou dele[119]”.

2.7 Guerra cultural

Apesar da ênfase da minha pesquisa atual ser sob a esfera econômica da sociedade, a esfera cultural não pode ser negligenciada. O trabalho é, para Marx, uma atividade teleológica, e de certa forma, este é o grande diferencial do trabalho humano em relação às atividades de outros animais. No primeiro volume de O Capital, Marx distingue o trabalho do tecelão à atividade de uma aranha escrevendo:

Nós supomos o trabalho numa forma em que ele pertence exclusivamente ao homem. Uma aranha realiza operações que se assemelham às do tecelão e uma abelha, através da construção dos seus alvéolos de cera, envergonha muitos mestres-de-obras humanos. O que, porém, de antemão distingue o pior mestre-de-obras da melhor abelha é que ele construiu o alvéolo na sua cabeça antes de o construir em cera. No fim do processo de trabalho obtém-se um resultado que, no começo do mesmo, já na ideia do operário, portanto, já idealmente, se achava presente[88].

Ou seja, um dos principais aspectos do trabalho humano é que quando realizamos um trabalho, nós o realizamos seguindo um plano que elaboramos em nossa mente. Nós agimos baseados neste plano visando atingir um fim específico. Inevitavelmente o fim que queremos atingir vai determinar qual é o plano que vamos adotar, e o plano que adotamos vai determinar como vamos agir. Não precisamos aqui entender determinar’ de forma muito restrita, devemos ler no sentido de “limitar”, ou seja, os fins que queremos atingir limitam que estratégias podemos desenvolver e conseqüentemente também como podemos agir, ainda que mais de uma estratégia ou ação esteja disponível.

Ideia semelhante é abordada sob uma perspectiva antropológica em um dos melhores livros que eu li, o livro de Agustín Fuentes chamado “Why We Believe: Evolution and the Human Way of Being”[59]. Neste livro Agustin não apenas reconhece esta

capacidade tão distintivamente humana de trabalhar, mas também associa esta forma de proceder com a nossa própria capacidade de imaginar no seu sentido mais amplo possível.

A partir desta abordagem antropológica, Agustin demonstra que nossa capacidade de imaginar é uma habilidade vital para a sobrevivência de nossa espécie, certamente resultado do próprio processo de seleção natural. A partir desta leitura somos expostos à tese de que a capacidade de imaginar coisas possíveis e coisas impossíveis é uma só. Poderíamos estender a reflexão ao fato de que, na prática, muitas coisas que imaginamos ser possível, só estaríamos em condições de descobrir que estávamos errados após tentarmos realizar esta imaginação na vida real. Ou seja, é a prática real que distingue o que pensamos entre o que é possível e o que não, mas o processo de imaginar é o mesmo.

Esta capacidade então de imaginar e acreditar que nasce com a própria atividade do trabalho se estende então para todas esferas da vida humana. É fácil perceber como ela é a mesma capacidade humana que nos permite criar ficção e a arte como um todo. O gênio criativo humano que nos permite desenvolver teorias científicas elaboradas e tecnologias modernas, que permite avançarmos na compreensão da natureza é fundamentalmente o mesmo que nos permite produzir arte.

A esta altura, você pode estar se perguntando aonde eu quero chegar. Em “O que fazer?” Lenin escreveu: “É preciso sonhar!”[74]. A ideia que eu quero formular é relativamente simples: para que o ser humano execute seu trabalho de forma adequada, ele precisa ter um plano de como realizar o trabalho para atingir um determinado fim, e para isso ele precisa exercer seu poder de imaginação. Não é possível executar um trabalho de forma adequada sem conseguir antecipar antes mentalmente qual é o resultado deste o trabalho.

O impacto disto é profundamente importante e acredito, que muitas vezes ainda subestimado. A construção de uma nova sociedade pós-capitalista, o objetivo final de todo mundo movimento comunista, só pode ser realizado como fruto do trabalho humano. E sendo assim, como todo trabalho humano, este é um esforço que acontece de forma orientada, buscando concretizar uma sociedade que foi previamente planejada, ainda que o planejamento não tenha sido elaborado de forma detalhada, a sociedade futura foi previamente imaginada. Não é surpreendente então a afirmação de que para construir uma nova sociedade, é preciso primeiro que sejamos capazes de imaginar uma nova sociedade.

É evidente que como este é um movimento que inclui milhões de seres humanos anti-capitalistas buscando tornar real sua própria ideia de uma nova sociedade, em um confronto ideológico com outros tantos milhões de defensores do capitalismo que buscam concretizar também sua própria ideia de sociedade (e ainda que estas pessoas defendem a manutenção do capitalismo, eles precisam projetar esta sociedade no futuro

através da imaginação e trabalhar para que o capitalismo do futuro corresponda aquela ideia que ele tem de como o capitalismo deveria ser neste futuro), o resultado final deste confronto de intenções não é simples. O resultado final não será exatamente a projeção mental de nenhum indivíduo isoladamente, como Engels já bem colocou em uma carta a Joseph Bloch de 21 de setembro de 1890:

a história faz-se de tal modo que o resultado final provém sempre de conflitos de muitas vontades individuais, em que cada uma delas, por sua vez, é feita aquilo que é por um conjunto de condições de vida particulares; há, portanto, inúmeras forças que se entrecruzam, um número infinito de paralelogramas de forças, de que provém uma resultante — o resultado histórico —, que pode ele próprio, por sua vez, ser encarado como o produto de um poder que, como todo, actua sem consciência e sem vontade. Pois, aquilo que cada indivíduo quer é impedido por aquele outro e aquilo que daí sai é algo que ninguém quis. Assim, a história até aqui decorreu à maneira de um processo natural e está também essencialmente submetida às mesmas leis de movimento. Mas, de que as vontades individuais — em que cada um quer aquilo a que o impele a sua constituição física e circunstâncias exteriores, em última instância económicas (quer as suas próprias pessoais quer as gerais-sociais) — não alcançam aquilo que querem, mas se fundem numa média total, numa resultante comum, daí não deve, contudo, concluir-se que elas são de pôr como igual a zero. Pelo contrário, cada uma contribui para a resultante e está, nessa medida, compreendida nela[50].

Aqui eu quero fazer um breve comentário para defender Engels de acusações de positivismo. É preciso ter em mente que esta analogia com as leis da natureza é até certo ponto apenas isto, uma analogia, Engels não está submetendo o desenvolvimento da sociedade humana à segunda lei de Newton, apenas operando uma analogia onde visa demonstrar que nossa sociedade não se encontra fora da natureza. Assim como Marx apontou na Ideologia Alemã:

Conhecemos uma única ciência, a ciência da história. A história pode ser examinada de dois lados, dividida em história da natureza e história dos homens. Os dois lados não podem, no entanto, ser separados; enquanto existirem homens, história da natureza e história dos homens se condicionarão reciprocamente. A história da natureza, a assim chamada ciência natural, não nos diz respeito aqui; mas, quanto à história dos homens, será preciso examiná-la, pois quase toda a ideologia se reduz ou a uma concepção distorcida dessa história ou a uma abstração total dela[91].

Pode-se dizer inclusive que Engels adianta o desenvolvimento da econofísica conforme se daria apenas próximo dos anos 2000 onde é demonstrado matematicamente que

podemos observar comportamentos análogos quando tratamos a sociedade como um sistema complexo e outros tipos de sistemas complexos tipicamente encontrados em ciências da natureza. Há um fundo científico na analogia. Mas retomando a discussão que nos propomos inicialmente, a questão central é que mesmo que o futuro da sociedade não esteja perfeitamente na mente de nenhum dos membros que a constitui, o seu desenvolvimento é resultado de um confronto de vontades individuais, que agem conforme imaginam e projetam como a sociedade deveria ser no futuro. E é com esta perspectiva que a capacidade de imaginar como a sociedade poderia ser é determinante pro desenvolvimento de como a sociedade realmente será.

Neste contexto, defendo então duas ideias:

1. A construção da sociedade é fruto de diversos processos teleológicos individuais, na mesma medida que o trabalho humano é em si próprio uma atividade teleológica;
2. A disputa cultural pelo imaginário popular é uma disputa fundamental para a construção de uma sociedade melhor.

Este seja um bom momento de compartilhar algumas anotações do livro “Revolução, arte e cultura” de Anatoli Lunatcharski onde ele ressalta o impacto da arte na construção da sociedade. É importante também destacar que o que fazemos é reconhecer a influência da arte e da cultura na construção da sociedade em qualquer época, e não reduzir a arte do futuro a propaganda política.

As classes dominantes a utilizaram para erigir a sociedade de acordo com os seus interesses. A arte também foi utilizada como arma na luta pelas classes que foram levadas, por seu desenvolvimento histórico, a se contrapor àquelas classes dominantes. A chamada “arte pela arte” é uma arte que foge da vida, que se mantém extremamente distante dos problemas reais da vida, e até mesmo pronunciadamente os despreza; é uma arte que, ativa ou passivamente, consciente ou inconscientemente, se distancia das forças sociais; mas também é, apesar de tudo, uma força social, que às vezes serve de forma inequívoca e determinada a interesses específicos[80].

Mas dentro do contexto político que nos inserimos, onde visamos construir uma sociedade melhor, a arte então coerente com este projeto construir uma contra-cultura e assume um papel central:

Nossa arte não pode ser outra coisa senão uma força que exerce violenta influência no transcorrer geral da luta e da construção... [consideramos] a arte, absoluta e completamente, como uma divisão do nosso exército de luta e de construção do socialismo.

A arte é uma grande força em nossas mãos para a realização dessa obra. A arte é capaz não só de orientar, mas também de formar. Para o artista, não se trata apenas de mostrar a toda sua classe como o mundo é hoje, mas de ajudá-la a encontrar o seu caminho na existência, de educar o homem novo. Com isso pode acelerar o ritmo de desenvolvimento da realidade, e ele pode construir, através da criação artística, um centro ideológico que se encontre acima dessa realidade, que a eleve, que permita uma perspectiva do futuro e, com isso, acelerar o ritmo[80].

Grande parte das minhas ideias sobre cultura e arte são inspiradas no trabalho de Bakhtin. Sendo assim acho pertinente uma pequena exposição sobre o que entendo das ideias deste pensador antes de avançarmos, tomando então a mediação da vida social através dos signos como ponto de partida da nossa discussão. Bakhtin aprofunda a discussão marxista quanto à relação entre matéria e consciência, a partir do pressuposto de que a ideologia é um fenômeno social.

Todo signo é ideológico; a ideologia é um reflexo das estruturas sociais; assim, toda modificação da ideologia encadeia uma modificação da língua[9].

Isso tendo em mente o que ideologia significa para Bakhtin:

Para o Círculo de Bakhtin, a palavra ideologia tem significado diferente daquele usado por parte da tradição marxista... a palavra ideologia é usada em geral para designar o universo dos produtos do “espírito humano”, aquilo que algumas vezes é chamado por outros autores de cultura imaterial ou produção espiritual... Assim, ideologia para o Círculo de Bakhtin, abrange um grande universo: a arte, a filosofia, a ciência, religião, ética, política. Todo produto ideológico parte de uma realidade (natural ou social), possui um significado e remete a algo que lhe é exterior, ou seja, é um signo[41].

Nesta concepção a ideologia pode ser encontrada nos signos que utilizamos nesta mesma vida social e existe de forma exterior a nós, como um produto de nossa atividade social. Estes signos por sua vez tem a importante característica de que estes signos estão sempre inseridos em uma luta ideológica. Dessa forma, o primeiro ponto importante é que devemos entender que nossa própria consciência emerge da nossa vida social mediada por signos.

O segundo ponto importante é que devemos lembrar que o signo não tem uma existência meramente abstrata, ele precisa ter uma existência material, ele precisa existir como algo que possa ser percebido e compartilhado, mesmo que seja um som ou um registro escrito. Dessa forma a classe dominante ao controlar os meios de produção

materiais, também controla a produção e compartilhamento de signos, e de maneira geral, a própria cultura hegemônica.

Um terceiro ponto, é que ao considerar que todo signo estar inserido em uma disputa ideológica, isto é, quando selecionamos um signo realizamos também um julgamento de valor, então estamos implicando no fato de que forma e conteúdo estão relacionados de maneira indissociável, já que uma vez que trocamos a forma, trocamos o signo, e conseqüentemente, pode ser estejamos expressando um diferente valor. Para ficar claro, por signo aqui podemos entender como o produto da unidade entre pelo menos um significante, um significado e um valor. Isto é, a palavra “cachorro” é um signo, o significado é o próprio animal que nos referimos, o símbolo gráfico a partir do qual lemos a palavra é o significante se for escrito, e se for falado, então é o som correspondente à palavra que é o significante. Além disso a escolha por um signo carrega em si também um julgamento de valor quanto ao que

Podemos encontrar diversas disputas políticas quanto ao uso de diferentes palavras para se referir a mesma coisa, principalmente no contexto das lutas sociais promovidas pela população historicamente marginalizada, como por exemplo, a escolha entre as palavras “índio” e “índigena”, ou “tribo” e “nação”. Em uma conversa oral, até mesmo uma mudança na entonação em uma mesma palavra pode sugerir diferentes interpretações para a mensagem final.

É importante ter em mente que a construção do significado, valor e do próprio signo em si se dá através da vida social coletiva de uma comunidade. O que implica também que diferentes signos podem ser percebidos de forma diferente em diferentes comunidades. Não há atividade social neutra. A propagação ou combate de determinadas ideologias se faz presente em todos aspectos da vida social.

... a “ideologia do cotidiano”, que se exprime na vida corrente, é o cadinho onde se formam e se renovam as ideologias constituídas... A ideologia do cotidiano constitui o domínio da palavra interior e exterior desordenada e não fixada num sistema, que acompanha cada um dos nossos atos ou gestos e cada um dos nossos estados de consciência. Considerando a natureza sociológica da estrutura da expressão e da atividade mental, podemos dizer que a ideologia do cotidiano corresponde, no essencial, àquilo que se designa, na literatura marxista, sob o nome de “psicologia social”[9].

Dentre os signos existentes, a palavra ocupa uma posição especial, pois ela é um instrumento da consciência e é devido a esse papel que a “... palavra funciona como elemento essencial que acompanha toda criação ideológica, seja ela qual for.” Isto se dá pelo fato de que a consciência tem o poder de abordar cada signo, independente da sua natureza, de modo verbalmente. Então a palavra se torna “...o objeto fundamental do estudo das ideologias”. Por isso então:

A única maneira de fazer com que o método sociológico marxista dê conta de todas as profundidades e de todas as sutilezas das estruturas ideológicas “iminentes” consiste em partir da filosofia da linguagem concebida como filosofia do signo ideológico[9].

Um grande progresso que se faz a partir de Bakhtin é diluir a fronteira entre a atividade mental como atividade interior e a comunicação como atividade exterior. Ambos são tratados como uma mesma atividade, onde a atividade mental interior é vista como uma “conversa interna”. A diferença entre ambos se dá mais pelo grau que pela qualidade, a atividade mental tende a ser mais confusa e fragmentada, ela ganha clareza à medida que passa a se transformar em uma comunicação. Mesmo quando organizamos nossas ideias como uma auto explicação, ela já se aproxima desta dimensão de exteriorização da atividade mental mais organizada.

Essa forma de entender a consciência forma uma base radical de pensar na vida social humana. Se os signos utilizados na comunicação tem uma origem social. Isso imprime uma natureza social na nossa própria atividade mental interior. Ficamos então impossibilitados de que estejamos, a qualquer momento, totalmente isolados das influências culturais da sociedade. E por sua vez, a natureza social dos signos também os vincula a uma realidade material a partir da qual essa realidade social é construída. Assim sendo, nossa própria atividade mental interior encontra-se em uma relação direta com a realidade material no qual estamos inseridos e que nos fornece os signos que internalizamos.

Nossa existência então, como animais sociais, se dá tanto em uma dimensão material onde a vida material se desenrola, quanto em uma dimensão simbólica (ou dimensão ideológica) onde a vida social acontece. Ambas dimensões relacionam-se entre si de forma dialética, isto é, ambas dimensões afetam e são afetadas por sua contraparte.

Resumindo:

- Não existe pensamento sem signos;
- Não existe signo que não seja social;
- Logo, a consciência individual é sempre atravessada pela vida social.

Podemos nos afastar então tanto de uma leitura economicista da sociedade (ou seja, ver a cultura como um mero reflexo do capitalismo) quanto de uma leitura culturalista (ver a cultura como uma dimensão isolada das bases materiais da sociedade). Mas não podemos deixar de perceber que a cultura cumpre um papel vital na sustentação do capitalismo.

Caminhando para a conclusão dessa sessão, estamos então em uma situação que é interessante definir o que queremos dizer com a palavra cultura: um conjunto histori-

camente produzido de signos, valores¹⁶ e práticas que mediam toda atividade social, organizando a experiência humana em torno de uma concepção de mundo. Dito isso, é útil relembrarmos o que é concepção de mundo:

Concepção de mundo: abrange a totalidade das opiniões e concepções de um indivíduo ou sociedade sobre o mundo, sobre nós mesmos como seres humanos e sobre a vida e a posição dos seres humanos no mundo[97].

A proposta revolucionária do marxismo consiste no seu objetivo em promover a superação do modo de produção capitalista. Uma vez que o que define se o modo de produção como capitalista são as relações de produção, a revolução socialista não é outra coisa senão uma mudança nas relações de produção. Assim sendo, as relações de produção ocupam uma posição central no debate. Uma vez entendido isso, para avançar na reflexão podemos sintetizar três ideias já expostas:

- De acordo com a própria definição das relações de produção, os seres humanos não podem produzir fora de uma estrutura social.
- De acordo com Bakhtin toda atividade social é mediada por signos que nunca são neutros.
- De acordo com nossa definição, a cultura é um conjunto de signos historicamente produzidos.

Com isso em mente, podemos perceber como a cultura é parte da estrutura social no qual as relações de produção - e conseqüentemente o modo de produção - existem. Ainda sim, vale enfatizar, a cultura não deve ser vista como autônoma, ela é determinada pelo modo de produção, porém, por “determinada”, o que queremos dizer é que o modo de produção impõe um limite nas possibilidades de desenvolvimento cultural que podem emergir nesta sociedade, não que não existam possibilidades.

Nem toda relação social é uma relação de produção. Relações de produção possuem um significado mais estrito, podemos ler na definição dada pelo glossário da MIA que “a base das relações de produção é a propriedade dos meios de produção”[92]. Ou seja, o modo de produção determina (limita) a cultura, porém também depende da existência de uma cultura hegemônica correspondente coerente com a sua própria existência. Não há um modo de produção que exista a parte de qualquer cultura.

Como toda atividade social é mediada por signos que nunca são neutros, e estes são produzidos socialmente dentro de uma dada cultura hegemônica, a cultura pode ser entendida como um dos mecanismos responsáveis por manter o modo de produção capitalista estável de forma “democrática”. É impossível superar o capitalismo sem

¹⁶Sobre valores capitalistas e anti-capitalistas uma leitura interessante é “Como ser anticapitalista no século XXI?” de Erik Olin Wright[132].

mexer na sua base econômica, mas sua estabilidade também demanda uma cultura propícia para tal.

E aqui consiste uma das principais características do capitalismo, o senso de liberdade e escolha democrática construído pela cultura hegemônica. O fato é que grande parte dos trabalhadores aceitam se submeter à exploração capitalista “voluntariamente”, pois esta exploração foi (através da cultura hegemônica) naturalizada.

A opressão em outros modos de produção pré-capitalistas se dava através de mecanismos extra-econômicos, ou seja, a opressão se dava muitas vezes através da força bruta. O nascimento do capitalismo é marcado pela separação das esferas político-jurídica e econômica, de modo que há também uma modificação nos meios empregados para a exploração, de meios extra-econômicos para meios econômicos. Ellen Wood discute brilhantemente esta etapa de transição em seu livro “A Origem do Capitalismo”[131]. Esta distinção entre os diferentes meios de coerção adotado pelas sociedades pré-capitalistas e capitalistas está presente desde Marx:

No evoluir da produção capitalista desenvolve-se uma classe de trabalhadores que, por educação, tradição e hábito, reconhece as exigências desse modo de produção como leis naturais e evidentes por si mesmas . . . a coerção muda exercida pelas relações econômicas sela o domínio do capitalista sobre o trabalhador. A violência extraeconômica, direta, continua, é claro, a ser empregada, mas apenas excepcionalmente[88].

Podemos comparar esta situação imposta pelo capitalismo, com uma situação híbrida, onde o capitalismo ainda não se tornou o modo de produção dominante.

Basta, aqui, uma simples alusão a formas híbridas, em que o mais-valor não se extrai do produtor por coerção direta e que tampouco apresentam a subordinação formal do produtor ao capital. Nesses casos, o capital ainda não se apoderou diretamente do processo de trabalho[88].

Fica então evidente o contraste entre a coerção direta de formas pré-capitalistas e a coerção indireta no capitalismo. Merece uma atenção especial o fato de que a classe de trabalhadores aceita o modo de produção através da “educação, tradição e hábito”:

Não basta que as condições de trabalho cristalizem em um dos polos como capital e no outro polo contrário como homens que não têm mais nada que vender a não ser sua força de trabalho. Não basta tampouco obrigar estes a se vender voluntariamente. No transcurso da produção capitalista, vai sendo formada uma classe operária que, por força de educação, de tradição, de costume, se submete às exigências deste regime de produção como às mais lógicas leis naturais. A organização do processo capitalista de

produção já desenvolvido vence todas as resistências, a existência constante de uma superpopulação relativa mantém a lei da oferta e da demanda de trabalho em concordância com as necessidades de exploração do capital, e a pressão surda das condições Econômicas sela o poder de mando do capitalista sobre o operário. Ainda é empregada, de vez em quando, a violência direta, extraeconômica; mas só em casos excepcionais. Dentro do transcurso natural das coisas, já pode deixar-se o operário a mercê das 'leis naturais da produção', isto é, entregue ao predomínio do capital, predomínio que as próprias condições de produção engendram, garantem e perpetuam[88].

Esta ideia reaparece no mesmo livro de Ellen Wood, quando é feito um comentário sobre as contribuições de Thompson.

Em sua obra o desenvolvimento do capitalismo ganha vida não apenas como um processo de proletarização, particularmente em seu clássico *A formação da classe trabalhadora inglesa* (1963), mas também como um confronto vivo entre os princípios do mercado, as práticas e valores alternativos[131].

Ou seja, para que o capitalismo possa surgir, temos um confronto vivo entre diferentes valores e práticas. Se lembrarmos que definimos cultura como um conjunto de signos, valores e práticas, podemos presumir que foi necessário a formação de uma nova cultura hegemônica. Para complementar esta discussão, também é possível encontrar um exemplo quanto à questão dos signos no mesmo livro. Enquanto discorre sobre o desenvolvimento do capitalismo Wood chama a atenção do leitor para o fato de que a palavra “melhorar” em sua acepção original significava literalmente “fazer alguma coisa com vistas ao lucro monetário”, então propõe a seguinte reflexão:

... essa palavra foi adquirindo um significado mais geral, no sentido como a conhecemos hoje (e seria interessante pensar nas implicações de uma cultura em que a palavra correspondente a “tornar melhor” enraíza-se no termo que corresponde a lucro monetário)[131].

Na mesma linha de raciocínio, há também uma breve discussão análoga sobre as mudanças no significado da palavra “produtor” com o advento do capitalismo. Assim, não deve nos surpreender que Thompson, segundo Wood novamente, teria dito que um dos momentos axiais da formação do capitalismo seja o “o processo em que foram forjados um novo proletariado e uma nova cultura da classe trabalhadora.”

A exploração no capitalismo nasce então da atuação das forças econômicas, da necessidade que o trabalhador tem de vender a sua força de trabalho. Ainda que em teoria, qualquer um pode se tornar explorador, é preciso apenas dinheiro, e não mais

depende de algo imutável como descendência real, é principalmente a estrutura social que mantém essa divisão entre explorados e exploradores.

Isto resulta na constatação de que um dos grandes focos de poder no capitalismo, se dá na dimensão da cultura. Isto é, na construção dos nossos valores e gostos, na construção do nosso imaginário. Uma das grandes ferramentas de controle e organização do capitalismo é sua capacidade de criar uma cultura que perpetua e justifica a exploração. A força militar surge de forma secundária principalmente em momentos de crise, mas não é a principal força atuante no cotidiano para a maior parte da população, ainda que inegavelmente se faça presente.

Por isso é preciso ter em mente que a indústria no capitalismo não se reduz a “indústria material”, aquela que tipicamente pensamos quando pensamos em indústria, ou seja, aquela indústria que produz bens materiais. Mas a indústria capitalista inclui, e não com menor importância, a indústria cultural, isto é, a indústria que produz cultura. Como exemplo desta indústria, podemos lembrar da indústria de Hollywood estado-unidense exportando uma cultura atrelada ao “American Way of Life”, ou então o fenômeno global de popularização da cultura sul-coreana chamada de onda coreana “Hallyu”, também poderíamos citar o Japão e o soft-power construído a partir da indústria de animes e mangás.

Podemos trabalhar então com uma definição de cultura hegemônica: refere-se ao domínio de um grupo cultural sobre outros dentro de uma sociedade. Esse domínio é estabelecido e mantido por meio de instituições culturais, como a mídia, a educação e a religião. A hegemonia cultural molda percepções, normas e valores, muitas vezes levando à marginalização de perspectivas e estilos de vida alternativos¹⁷.

Ou seja, a classe dominante produz a cultura hegemônica (dominante) que promove sua própria concepção de mundo. Esta cultura abrange, expande e modifica conforme necessário um conjunto de signos, valores e práticas que justificam e sustentam a manutenção desta mesma classe no poder. Não foi ao acaso que Marx, na Ideologia Alemã declarou que “as ideias da classe dominante são as ideias dominantes”[91]. Esta dominação é construída através da dimensão cultural da sociedade.

Assim sendo, as próprias relações de produção que ocupam uma posição especial na estrutura social não são exteriores a esta estrutura social e cultural que a justifica. Uma das grandes contribuições de Marx para o debate da economia política foi reconhecer o aspecto social do trabalho. O próprio “valor” conforme exposto por Marx, só existe como uma relação de troca, ou seja, uma relação social, e não como uma propriedade intrínseca do bem produzido.

Produzir uma “economia comunista” no sentido de elaborar apenas um plano técnico de produção levando em conta a tecnologia, matéria prima e ferramentas dispo-

¹⁷ Adaptado de Oxford Review[99].

níveis, considerando que todo mundo já concorda com o comunismo, não é o maior desafio, é uma questão meramente técnica. Podemos lembrar das propostas apresentadas em “Towards a new Socialism”[36] ou “Ciber-comunismo: planificación económica, computadoras y democracia”[35], ambos do mesmo autor.

Não que seja simples, mas é uma questão técnica mais fácil de se trabalhar. A ciência e tecnologia necessárias já existem. O desafio que ainda resta é sobre como produzir uma cultura no qual as pessoas estejam comprometidas em construir e manter esse modo de produção comunista? Líderes comunistas históricos sentiram na prática a necessidade de abordar o aspecto cultural na superação do capitalismo, e eu gostaria de comentar rapidamente antes de concluir a sessão.

Podemos começar lembrando do fato de que a China realizou uma revolução cultural onde visava literalmente “revolucionar” a cultura, construindo e consolidando uma “nova cultura proletária” em detrimento de uma “antiga cultura burguesa”. Discute-se o sucesso desse esforço e os métodos que foram empregados, mas dificilmente comunistas discordam da necessidade de realizar uma revolução cultural. É possível que um dos problemas da URSS que levou ao fim do bloco soviético tenha sido exatamente a ausência de uma revolução cultural mais contundente. Ou seja, um dos possíveis motivos para a dissolução do bloco soviético pode consistir exatamente no aspecto cultural.

Não podemos ver a cultura como um mero reflexo, mas também é mais que um mero acessório do modo de produção, uma vez que aparentemente, sem uma cultura hegemônica adequada, um modo de produção pode falhar em se estabelecer a longo prazo. A experiência tem nos mostrado que não é possível esperar realizar primeiro uma revolução política e econômica, para apenas futuramente realizar uma revolução cultural de forma separada, todas estas dimensões (política, econômica e cultural) precisam ser modificadas de forma conjunta.

E isto não é, de fato, algo que passou despercebido pelo movimento comunista. Ho Chi Minh por exemplo, fala da necessidade dos membros do partido abandonarem o individualismo, que estes deveriam servir como modelos para os trabalhadores[94], isto é, na prática, a construção de uma nova cultura de valores coletivos em detrimento de uma cultura individualista. Em outro episódio, em um discurso intitulado “Construindo um Povo Socialista”, Ho Chi Minh explicou que um dos principais objetivos da revolução social vietnamita é construir um povo socialista com valores e costumes socialistas[98].

Enver Hoxha vai falar da necessidade de reforçar a “consciência comunista” das massas trabalhadoras[67], o que é isto se não a construção de uma nova cultura? Che Guevara vai dizer que precisamos criar o Homem do século XXI[65]. Kim Il Sung vai discutir sobre a necessidade de educar o povo e inspirar neste povo um amor ardente ao seu lugar de origem[116], ideia que está nos pilares da Ideia Juche. Certamente poderíamos seguir citando outros revolucionários que caminham sob a mesma linha,

mas para concluir, quero deixar apenas uma última citação:

Nos últimos vinte anos, para onde quer que essa nova força cultural tenha levado os seus ataques, verificou-se uma grande revolução, tanto no conteúdo ideológico como na forma (por exemplo na linguagem escrita). A sua influência é tão grande e o seu impacto tão poderoso que se afigura invencível onde quer que chega. A mobilização a que se procedeu ultrapassou a de qualquer outro período na China. Lu Sun foi o maior e mais corajoso porta-bandeira dessa nova força cultural. Comandante em chefe da revolução cultural chinesa, ele não foi apenas um grande homem de letras, foi também um grande pensador e um grande revolucionário. Lu Sun foi um homem de coluna vertebral tesa, sem sombra de servilismo nem obsequiosidade — qualidade inestimável dos povos das colônias e semi-colônias. Na frente cultural, Lu Sun foi o representante da grande maioria da nação, o herói nacional mais correto, mais bravo, mais firme, mais fiel e mais ardente, um herói que abriu brecha e arrasou a cidadela do inimigo, um herói sem igual. A via de Lu Sun foi justamente a via da nova cultura nacional da China[120].

Como exatamente isso deve ser feito é uma questão em aberto, porém não há discussão sobre que isso precisa ser feito. Trabalhando com um exemplo nacional, devemos lembrar do Augusto Boal e da sua posição de que: “Pode ser que o teatro não seja revolucionário em si mesmo, mas estas formas teatrais são certamente um ensaio da revolução[16].” Brecht também é conhecido por defender uma posição onde vê no teatro, e na arte no geral, uma ferramenta política a ser utilizada pelo movimento comunista. Não é apenas sobre construir a tecnologia necessária para que seja possível um novo modo de produção e distribuição de bens, mas também sobre a construção de novos valores e afetos, de uma nova concepção de mundo comunista, e conseqüentemente, de um novo modo de vida comunista.

Os reacionários – especialmente os fascistas – procuram evitar que essa situação seja devidamente compreendida, procuram escamotear a significação política global da arte e até procuram estetizar a política. . . Essa estetização da política (com o embelezamento fascista da guerra) exige uma réplica: “A resposta do comunismo é a de politizar a arte[14]”. . . o problema estético surge quando eles se perguntam como a arte deve se politizar[71].

2.8 Economia Marxista 0

A terceira componente é a economia marxista. É preciso investigar os aspectos econômicos da sociedade capitalista para saber como superá-lo. Podemos notar como na

verdade o materialismo dialético, o socialismo científico e a economia marxista não podem ser entendidos como disciplinas isoladas. É preciso mobilizar todos os conhecimentos para uma efetiva transformação da realidade. Quanto a primeira fase do comunismo, Marx nos fornece alguns detalhes da organização socioeconômica que ele visava para esta etapa histórica:

O que o produtor deu à sociedade constitui sua cota individual de trabalho. Assim, por exemplo, a jornada social de trabalho compõe-se da soma das horas de trabalho Individual; o tempo Individual de trabalho de cada produtor em separado é a parte da jornada social de trabalho com que ele contribui, é sua participação nela. A sociedade entrega-lhe um bônus consignando que prestou tal ou qual quantidade de trabalho . . . e com este bônus ele retira dos depósitos sociais de meios de consumo a parte equivalente à quantidade de trabalho que prestou. A mesma quantidade de trabalho que deu à sociedade sob uma forma, recebe-a desta sob uma outra forma diferente. . . Variaram a forma e o conteúdo, porque sob as novas condições ninguém pode dar senão seu trabalho, e porque, de outra parte, agora nada pode passar a ser propriedade do indivíduo, fora dos meios individuais de consumo[85].

Agora para entendermos melhor como se daria a construção desta sociedade, sobre como este bônus deve operar e como ele difere do dinheiro, acabamos tendo que nos dedicarmos ao estudo da economia marxista.

Quando Marx afirma que os certificados de trabalho não valem mais do que um ingresso de teatro, podemos inferir certas implicações:

- (1) Os certificados não circulam; eles só podem ser trocados diretamente por bens de consumo.
- (2) . . . Somente a pessoa que realizou o trabalho poderia usá-los.
- (3) Eles seriam cancelados após um único uso. . . A loja, como uma organização comunitária, não precisa comprar mercadorias, apenas as recebe, portanto, seu único interesse nos comprovantes de trabalho é para fins de registro.
- (4) Eles não serviriam como reserva de valor. Eles poderiam ter uma data de validade[36]. . .

Evidentemente, a forma com que esta ciência será abordada, irá depender de como entendemos o materialismo dialético, e isto impactará por sua vez no desenvolvimento do socialismo científico. Ou seja, apesar de tradicionalmente discutirmos que o marxismo tem três componentes, estes três componentes não podem ser entendidos de maneira

isolada. Faço esta discussão com o propósito de contextualizar a defesa de que quando vamos estudar economia política, temos hoje ferramentas disponíveis mais interessantes e úteis do que as que Marx dispôs em sua época, de forma que é natural adotarmos novas abordagens. Em outras palavras, reafirmo a ideia expressa anteriormente de que a dialética hegeliana não é mais a principal ferramenta para realizar esta investigação.

Seguindo esta linha de raciocínio, só para citar alguns exemplos, Farjoun e Machover vão desenvolver uma formulação probabilística da economia política e da teoria do valor ao longo de suas principais obras[52, 53]. Paul Cockshott vai escrever uma contribuição para a continuação da tradição marxista que se inicia com o trabalho de Marx, mas que não abre mão do uso de ferramentas científicas modernas[37].

Após uma análise das trocas básicas de mercadorias, passamos a examinar o dinheiro e o que Marx denominou ‘a forma do valor’. A obra de Marx permanece interessante, pois tentou aplicar uma análise formal à troca e ao dinheiro, utilizando as ferramentas então disponíveis: a lógica hegeliana. Tentamos reanalisar o aspecto formal do valor de troca utilizando uma tríade de conceitos extraídos de teorias modernas de sistemas formais:

- (1) o conceito de espaço métrico,
- (2) a noção de simetria e
- (3) a ideia de assinatura[37].

Nesta mesma obra, Ian Wright vai também contribuir com abordagens probabilísticas e estatísticas que investigam temas como a arquitetura social do capitalismo[133, 135] e a lei do valor[134]. De certa forma, eu entendo por economia marxista simplesmente uma abordagem da economia que respeita os pressupostos do materialismo dialético. De modo geral podemos falar em:

- **Economia Marxista:** quando realizamos uma investigação econômica coerente com o materialismo dialético e nasce da crítica à economia política inglesa.
- **Socialismo científico:** quando realizamos uma investigação e prática acerca da superação do capitalismo coerente com o materialismo dialético e nasce da crítica ao socialismo utópico francês, necessariamente coerente com a economia marxista.
- **Materialismo Histórico:** quando realizamos uma investigação acerca da realidade histórica e social da humanidade em particular, e evidentemente, coerente com o materialismo dialético assim quanto a economia marxista.

O argumento de que o socialismo seria menos produtivo que o capitalismo é frequentemente mobilizado por críticos do socialismo. Embora eu não veja razões para que um

modo de produção socialista seja intrinsecamente menos produtivo, afinal, ele pode se apropriar de todas as tecnologias existentes e utilizá-las de forma ainda mais racional, livre das restrições impostas pela busca do lucro, há um problema real que merece atenção: o ritmo de desenvolvimento das forças produtivas.

Diversos autores marxistas reconhecem que um dos diferenciais históricos do capitalismo em relação aos modos de produção anteriores foi o incentivo permanente à maximização da produtividade. Trata-se de um mérito histórico específico: nenhum modo de produção anterior estimulou de forma tão contínua o desenvolvimento das forças produtivas. Esse incentivo, no entanto, não é voluntário, mas coercitivo. O capitalista é compelido a priorizar o lucro sob pena de falência, e essa lógica o obriga a investir continuamente em produtividade de forma mais intensa que em qualquer outro modo de produção anterior da humanidade.

Nos modos de produção pré-capitalistas, a exploração operava predominantemente por vias extra econômicas. O aumento da exploração ocorria por meios como a ampliação de tributos ou a conquista de novas terras, isto é, a intensificação da coerção política direta. Mesmo quando havia pressão por maior produção, essa pressão tendia a se estabilizar após certo ponto. No capitalismo, ao contrário, a coerção econômica é permanente, forçando o reinvestimento contínuo.

Além disso, a ameaça constante do desemprego cria também para o trabalhador um incentivo coercitivo à elevação da produtividade. Diferentemente do servo, que não podia ser facilmente expulso da terra, o trabalhador assalariado pode ser substituído, o que intensifica a disciplina do trabalho. O problema que se coloca é que, no socialismo, essa coerção econômica capitalista é suprimida. Isso não implica menor produtividade em termos absolutos, mas pode implicar um ritmo menor de inovação tecnológica, caso não existam mecanismos substitutivos capazes de sustentar um desenvolvimento acelerado das forças produtivas. A China por exemplo, reintegrou com mecanismos de coerção econômica baseados no mercado, mantendo a lei do valor em funcionamento. Isso permite caracterizar a China menos como um modo de produção socialista e mais como uma forma específica de ditadura do proletariado operando sobre um modo de produção capitalista.

Devemos entender que no vocabulário marxista, ditadura do proletariado não é sinônimo da ditadura militar da mesma forma que normalmente é utilizado pela mídia. No marxismo, devido ao caráter de classe do estado, se considera que enquanto existir classes, sempre existirá uma ditadura, pois a classe que controla o estado, exerce o monopólio da violência contra as outras classes, o que caracteriza a “ditadura”. No capitalismo temos a ditadura da burguesia, na transição para o comunismo teríamos a ditadura do proletariado. Socialismo é outro termo que frequentemente aparece para descrever o período de transição para o comunismo, de fato, há um intenso debate sobre o que seria socialismo. Enquanto nunca existiu uma etapa chamada de socialismo

nas obras de Marx, Lenin tem diferentes conceitos de socialismo ao longo da sua vida. Eu defendo a definição no qual um “governo socialista” não implica necessariamente em ter um “modo de produção socialista”.

Creio que ninguém, ao analisar a questão do sistema econômico da Rússia, negou seu caráter de transição. Creio também que nenhum comunista negou que o termo “República Socialista Soviética” implica a determinação do poder soviético em realizar a transição para o socialismo, e não que o novo sistema econômico seja reconhecido como uma ordem socialista[57].

Esta é uma posição semelhante a adotada pelo partido comunista do Vietnã.

A orientação socialista implica avançar em direção ao socialismo, ou, em outras palavras, estar em um período de transição para o socialismo. Quando, em 1921, surgiram dúvidas sobre o nome do país — República Socialista Soviética —, V. I. Lenin explicou que o termo significava que o governo soviético estava determinado a avançar para o socialismo, mas não significava, de forma alguma, que reconhecesse o novo regime econômico como socialismo. Da mesma forma, o termo “República Socialista do Vietnã” expressa apenas a determinação do Partido, do Estado e do povo do Vietnã de avançar para o socialismo, mas não significa que o Vietnã tenha concluído a construção do socialismo. A situação é semelhante na China[121].

Assim sendo, adoto uma definição intencionalmente ampla de socialismo como um governo que permita que os trabalhadores exerçam poder político e que esteja comprometido com a superação do modo de produção capitalista. Para fins de esclarecimento, podemos adotar a ditadura do proletariado como um período mais amplo conforme definido por Kim Il Sung:

Mas, aqui levanta-se uma outra questão: logo que se realize o comunismo num país ou numa região, quando o capitalismo ainda subsiste no mundo, que acontecerá à ditadura do proletariado? Enquanto a revolução mundial ainda não estiver acabada e o capitalismo e o imperialismo subsistirem, mesmo que o comunismo esteja realizado num país ou numa região, esta sociedade não poderá evitar a ameaça do imperialismo, nem a resistência dos inimigos do interior ligados aos inimigos do exterior. Em tais condições, o Estado não poderá extinguir-se e a ditadura do proletariado deverá permanecer sempre, mesmo na fase superior do comunismo. No caso da revolução estalar sucessivamente em todos os países do mundo e no caso do capitalismo se arruinar, triunfando a revolução socialista à escala mundial, o período de transição e a ditadura do proletariado coincidirão e, quando o

período de transição chegar ao fim, a ditadura do proletariado já não será necessária e extinguir-se-ão as funções do Estado[117].

Ou seja, a partir do momento em que os trabalhadores tomam o controle do Estado e passam a utilizá-lo para impor seus interesses históricos, tendo como objetivo a superação do modo de produção capitalista, inicia-se aquilo que designo como “socialismo”: um período de transição entre o capitalismo e o comunismo. Com a superação das relações capitalistas de produção, ingressa-se então no que Marx denomina de “primeira fase do comunismo”, caracterizada pela abolição do trabalho assalariado e pela distribuição da produção de acordo com a contribuição de cada trabalhador. Durante todo esse processo, enquanto persistirem classes sociais antagônicas, isto é, enquanto existir uma burguesia buscando retomar o poder, tanto interna quanto externamente, uma vez que o capitalismo constitui um sistema global, permanece também aquilo que se convencionou chamar de “ditadura do proletariado”: o controle do Estado pelos trabalhadores como instrumento de repressão da burguesia e de transformação das relações sociais. Nesse sentido, o definhamento do Estado, tal como proposto por Marx e Engels, pressupõe a abolição das classes sociais em escala internacional.

Além da alternativa chinesa, há outras alternativas, como a generalização de cooperativas, oficialmente defendida pela Coreia Popular[118]. Porém esta alternativa também não elimina completamente a coerção econômica, já que a lei do valor persiste nas relações entre unidades produtivas. É preciso avaliar se tais experiências demonstraram capacidade de sustentar um ritmo de desenvolvimento comparável ao das potências capitalistas, especialmente no plano militar.

Antes de concluir essa sessão, ainda que seja introdutóri, é necessário entendermos o que significa superar o capitalismo? De forma resumida, é superar a lei do valor. Dessa forma um governo socialista deve buscar construir as condições necessárias para que a lei do valor seja abolida. Por isso precisamos ter uma compreensão básica sobre o que é a lei do valor. Eu gostaria de discutir em que situações o valor corresponde ao preço.

Para que os preços a que as mercadorias são trocadas correspondam aproximadamente aos seus valores, nada mais é necessário do que 1) que a troca das várias mercadorias deixe de ser puramente acidental ou apenas ocasional; 2) no que diz respeito à troca direta de mercadorias, que essas mercadorias sejam produzidas em ambos os lados em quantidades aproximadamente suficientes para atender às necessidades mútuas, algo aprendido com a experiência mútua no comércio e, portanto, uma consequência natural do comércio contínuo; e 3) no que diz respeito à venda, que não haja nenhum monopólio natural ou artificial que permita a qualquer uma das partes contratantes vender mercadorias acima de seu valor ou obrigá-las a

vender abaixo do valor. Por monopólio acidental entendemos um monopólio que um comprador ou vendedor adquire por meio de uma situação acidental de oferta ou demanda. A suposição de que as mercadorias das várias esferas de produção são vendidas pelo seu valor implica, naturalmente, que o seu valor é o centro de gravidade em torno do qual os seus preços flutuam, e que as suas subidas e descidas contínuas tendem a se equalizar[89].

Esta forma do Marx abordar a questão, conduz diretamente a uma interpretação probabilística da lei do valor. A lei do valor nos diz que, em equilíbrio, o preço médio de uma mercadoria, a expressão monetária desta lei, tende a se correlacionar com seu valor, expresso quantitativamente através do número médio de horas necessárias para sua produção. Ou seja, se a sociedade produzir uma determinada mercadoria em quantidade suficiente para atender à demanda, o preço médio dessa mercadoria estará relacionado ao tempo médio necessário para sua produção.

Comparando com outras mercadorias em equilíbrio, quanto maior o tempo de produção, maior o preço. Evidentemente, uma unidade individual de uma mercadoria pode ser vendida acima ou abaixo desse preço. E, como se trata de uma média, também é necessário que a mercadoria seja produzida em grande escala para que a lei do valor se manifeste dada a sua natureza estatística. Evidentemente, não quer dizer que o valor em si seja estatístico, mas sim que a maneira como o valor se manifesta nos preços só pode ser compreendida como uma tendência estatística: ele se torna visível nas médias quando observada toda a produção em grande escala ao longo do tempo. Este é um tema longe de ser consensual.

Portanto, a lei do valor não nos diz nada sobre o preço pelo qual a camisa autografada por Michael Jackson foi vendida em um leilão, pois este trata-se de um bem único, não de uma mercadoria produzida em grande escala. Assim, é importante notar que o preço serve como um sinal da relação entre demanda e oferta. Por exemplo, se uma mercadoria não está sendo produzida em quantidade suficiente para atender à demanda, isso causará uma distorção de preço, fazendo com que ela seja vendida muito acima de seu preço médio de equilíbrio. Por outro lado, a superprodução levará à venda abaixo da média.

É nítido então que o marxismo não ignora a distorção nos preços causado pela relação entre oferta e demanda de uma mercadoria, apenas a insere em um contexto mais amplo. É aqui também que surge as maiores críticas ao comunismo, pois defensores do capitalismo alegam que o livre-mercado é a melhor ferramenta que temos para processar as informações sobre que mercadorias a sociedade demanda e que recursos temos para produzir essas mercadorias, ou seja, para gerenciar a produção de bens.

É importante notar que a demanda não representa o interesse genuíno da sociedade

por um determinado bem, apenas a demanda da fração da sociedade que tem condições de pagar por este bem. Além disso, os avanços tecnológicos que foram realizados pelo próprio capitalismo nos últimos 2 séculos tornam esta questão um tanto ultrapassada. Em um cenário de baixa tecnologia, o livre mercado é uma ferramenta rudimentar mas eficiente para estimar a demanda. Ele demanda a simples observação na variação do preços para estimar a relação de oferta e demanda no mercado, ou até mesmo ir ajustando empiricamente o preço das minhas mercadorias conforme a relação entre oferta e demanda que encontro. Porém hoje em dia há diversos recursos que podem ser utilizados para entender a demanda real por uma dada mercadoria na sociedade. Seria inocência acreditar que as maiores empresas capitalistas dependem apenas de observar a relação entre demanda e oferta para organizar sua produção e precificar seus produtos.

Outra maneira de entender a lei do valor é pensar nos produtos digitais. Para que o preço médio de uma mercadoria tenda para o seu valor, conforme descrito por Marx, é necessária a concorrência. Quando a concorrência é restrita, como no caso do monopólio, a expressão monetária da lei do valor fica distorcida. Um jogo digital, uma vez produzido, pode ser copiado infinitamente a custo virtualmente zero. Naturalmente, se a empresa A produz um jogo e o vende a qualquer preço inicial, a empresa B poder copiá-lo e vendê-lo mais barato, ou até o próprio usuário poderia copiá-lo e distribuí-lo gratuitamente, então nesse cenário em que a lei do valor poderia operar sem barreiras, o preço tenderia a zero.

No entanto, isso não acontece na realidade. Longe de negar a lei do valor, o que acontece é que as empresas de jogos impedem legalmente esse cenário por meio da propriedade intelectual. São criados então obstáculos que impedem outras empresas de vender o jogo, o que garante um monopólio e distorce a lei do valor.

Antes de concluir, é preciso lembrar que o desenvolvimento das forças produtivas leva a uma mudança nas relações de produção uma vez que elas se tornam uma restrição. Foi durante o capitalismo que desenvolvemos as forças produtivas a um nível em que podemos desenvolver softwares complexos, alcançando níveis sem precedentes de automação e integração de dados na história da humanidade. Estamos discutindo questões como a Indústria 4.0 e até mesmo a 5.0 em alguns países. Tamanho nível de desenvolvimento tecnológico tem o potencial de proporcionar uma vida mais confortável há toda humanidade, mas isso não interessa à classe que detém o poder político; ela usa sua posição privilegiada nas relações de produção para criar restrições burocráticas que impedem o desenvolvimento e o uso dessas ferramentas e, conseqüentemente, afetam negativamente a produção.

É importante ter aqui claramente a concepção de que ser comunista não é nem negar os avanços que o capitalismo trouxe, nem buscar retroceder na história. Pelo contrário, é acreditar que todo o progresso proporcionado pelo capitalismo pode ser amplificado

com as relações sociais de produção adequadas. A discussão sobre a automação do processo de produção e sua relação com a teoria do valor não é novidade.

Uma terceira e última prova da veracidade da teoria do valor-trabalho é a prova por redução ao absurdo. Além disso, é a mais elegante e “moderna” das provas.

Imagine por um momento uma sociedade na qual o trabalho humano vivo desapareceu completamente, ou seja, uma sociedade na qual toda a produção foi 100% automatizada... Mas imaginemos que esse desenvolvimento foi levado ao extremo e o trabalho humano foi completamente eliminado de todas as formas de produção e serviços. O valor pode continuar a existir nessas condições? Pode haver uma sociedade em que ninguém tenha renda, mas as mercadorias continuem a ter valor e a ser vendidas? Obviamente, tal situação seria absurda. Uma enorme quantidade de produtos seria produzida sem que essa produção gerasse qualquer renda, uma vez que nenhum ser humano estaria envolvido nessa produção. Mas alguém iria querer “vender” esses produtos para os quais não havia mais compradores!

É óbvio que a distribuição de produtos em tal sociedade não seria mais efetuada na forma de venda de mercadorias e, na verdade, a venda se tornaria ainda mais absurda devido à abundância produzida pela automação geral. Em outras palavras, uma sociedade na qual o trabalho humano fosse totalmente eliminado da produção, no sentido mais geral do termo, incluindo os serviços, seria uma sociedade na qual o valor de troca também teria sido eliminado. Isso prova a validade da teoria, pois, no momento em que o trabalho humano desaparece da produção, o valor também desaparece com ele[82].

É também compartilhando a partir desta linha de raciocínio que Coggiola declara que a semente da superação do capitalismo está contida no próprio capitalismo. O aumento do capital constante (custos como instalações fixas, máquinas, terrenos, prédios, matérias primas, etc) em razão do capital variável (os custos com a mão de obra) devido aos constantes desenvolvimento tecnológicos empurraria a humanidade para uma situação propícia para a superação do capitalismo[38].

Erik Wright também faz uma discussão parecida apontando sobre a precarização do trabalho e do salário de grande parte dos trabalhadores e como isso poderia forçar a instituição de uma renda básica universal como forma de conter a crise[132]. Independente da estratégia adotada pela sociedade para lidar com as consequências do desenvolvimento da automação, é evidente que o desenvolvimento das forças produtivas no capitalismo caminham em uma direção de se chocar cada vez de forma mais

violenta com as próprias relações de produção que definem o capitalismo, uma vez que o aumento de produtividade do capitalismo faz com que cada vez seja preciso menos trabalho para produzir as condições materiais necessárias para a manutenção da sociedade.

Em uma sociedade de produção abundante, o capitalismo não faz sentido. É por isso que o capitalismo precisa produzir escassez e novas necessidades. Neste contexto de abundância, o capitalismo perde o seu grande “mérito” de ser o mais eficiente motor que a humanidade já construiu para maximizar a produtividade, uma vez que não há mais esta necessidade. Para aumentar sua própria sobrevivência, o capitalismo ainda adota diferentes estratégias, como a expansão das suas fronteiras espaciais quando possível, e quando não mais possível, a destruição da base material através de guerras.

Até aqui, eu discuti apenas a manifestação monetária do valor dado pelo preço da mercadoria, ou de forma mais geral, a sua manifestação quantitativa dada pela quantidade de horas socialmente necessárias na produção da mercadoria. Mas é importante ter claramente que o valor não se reduz a isso.

O valor de uso e o valor não são, como sustenta Bohm-Bawerk, duas diferentes propriedades das coisas. O contraste entre ambos é provocado pelo contraste entre o método das ciências naturais, que trata a mercadoria como uma coisa, e o método sociológico, que trata de relações sociais “fundidas com coisas”. “O valor de uso expressa uma relação natural entre uma coisa e um homem, a existência de coisas para o homem. Mas o valor de troca representa a existência social das coisas”[109]...

Algo que não havia ainda sido comentado é o caráter social do valor. Isto é, o valor de uma mercadoria não é uma propriedade intrínseca da mercadoria. Não é como o peso de um bem material, que é uma propriedade física desse material. Mas uma mercadoria só adquire valor dentro de um contexto social adequado. Até mesmo sua expressão quantitativa como a quantidade socialmente de horas necessárias, exige considerar a sociedade no qual a produção está inserida e conecta os produtores entre si, uma vez que o valor não é resultado da produção isolada deste produtor. Também conecta o produtor a possíveis consumidores, afinal a relação entre oferta e demanda não vai afetar apenas a expressão monetária do valor, mas a própria existência do mesmo.

Se você plantar uma laranjeira apenas para consumo pessoal, não há valor de troca nesta laranja. Se ninguém ver uso nesta laranja, mesmo que você tenha produzido para troca, não há valor de uso. Em ambos os casos, o valor cessa de existir. É preciso ter de forma clara que o que determina o capitalismo são as relações sociais de produção, que são em si relações sociais entre indivíduos. O próprio valor de uma mercadoria é fruto de uma relação social.

Em uma economia socialista podemos utilizar como métrica para organizar a produção a quantidade média de horas necessárias para que uma dada mercadoria seja produzida[36], mas isto não é mais o valor expresso na teoria do valor marxista, pois isto diz respeito especificamente à uma relação que existe no modo de produção capitalista.

Esta natureza social do capitalismo é constantemente ocultada pela cultura hegemônica capitalista. Esquecemos que a sociedade se organiza através da relação entre pessoas, e passamos a pensar que a sociedade se manifesta pela relação entre pessoas e coisas, ou muitas vezes, até mesmo apenas pela relação entre coisas. Aquilo que tem uma natureza social, passa a ser vista como se tivesse uma existência autônoma e é naturalizado como algo imutável e eterno, desde o valor de uma mercadoria, até a própria existência do capitalismo.

Esta é uma discussão sobre algo que constantemente ganha o nome de fetiche. Marx em seus escritos mais tardios muito pouco usou este termo. Quando pensamos no nosso exemplo da laranja, podemos observar que uma simples produção visando a troca no mercado conecta todos produtores e consumidores entre si diretamente, tanto para a existência do valor quanto para a determinação do valor seja na sua expressão monetária em preço na sua sua expressão quantitativa em horas socialmente necessárias. Podemos ainda pensar que de forma direta ou indireta o produtor também se relaciona aos fornecedores de insumos necessários para a produção de laranja e de outras frutas, assim como a demanda por outras frutas no mercado. Podemos seguir este raciocínio de forma indefinida, não é difícil perceber que em última análise toda a sociedade está conectada.

Esta relação tende a ser ocultada no capitalismo e a relação entre pessoas nos parece uma relação entre coisas. Que uma troca entre um saco de 1kg laranja por uma moeda de R\$1, é uma relação entre as moedas e as laranjas apenas. Que 1kg de laranja vale 1 real pelas propriedades físicas da laranja e das moedas. Mas isso oculta toda natureza social do sistema de produção e as relações sociais envolvidas neste processo.

Mas isso não é um mero acaso que ocorre no capitalismo, isto decorre da forma com que o capitalismo organiza a sociedade. Pois ainda que seja determinado pelas relações sociais, a posição que as pessoas ocupam nesta arquitetura social do capitalismo é determinada pelas coisas que as pessoas possuem. Uma pessoa se torna capitalista por possuir capital. Agora, diferente de outros modos de produção que muitas vezes a posição que os indivíduos ocupavam na sociedade era definida predominantemente por relações sanguíneas, agora sua posição é definida pelos bens em sua posse. Ou seja, qualquer um, independente de sua origem, que passe a possuir capital, passa a ocupar a posição de capitalista. Isto é, se por um lado há uma objetificação das relações sociais, e por outro lado há uma humanização das coisas.

Evidentemente na prática, a posse das coisas e a mobilidade social é largamente

herdada de nossos antepassados, uma vez que como discutido anteriormente, o capitalismo é, antes de tudo, uma forma de organizar as relações sociais de produção. E isso nos permite conectar toda esta discussão da dimensão econômica da sociedade com sua dimensão cultural. Rubin discutindo a forma social do capitalismo é obrigado a falar do estabelecimento de uma nova cultura, ainda que não intencionalmente.

Esta objetivação, ou "reificação" das relações de produção entre as pessoas sob a forma social de coisas, dá ao sistema econômico maior durabilidade, estabilidade e regularidade. O resultado é a "cristalização" das relações de produção entre as pessoas. Quando o tipo de produção dominante era a produção artesanal, na qual o objetivo era a "manutenção" do artesão, este ainda se considerava um "mestre artesão" e considerava seu rendimento como a fonte de sua "manutenção", mesmo quando expandia sua empresa e já tinha se tornado, em essência, um capitalista que vivia do trabalho assalariado de seus operários. Ele ainda não considerava seu rendimento como o "lucro" do capital, nem seus meios de produção como "capital"[109].

Isto é, tanto da objetivação das relações sociais quanto da humanização das coisas não emergem de uma única ou poucas trocas isoladas. De fato, o mercado e a prática de trocas de mercadorias, inclusive com o uso de uma mercadoria comum ou dinheiro existiu desde muito antes do estabelecimento do modo de produção capitalista. Estas práticas precisam ocorrer com certa frequência e intensidade, para que só então ocorra de fato uma "reificação" ou "cristalização" das relações de produção. É apenas neste cenário que se estabelece então uma nova cultura hegemônica onde novos signos, valores e práticas passam a dominar a sociedade, conseqüentemente organizando também um novo modo de vida.

Concluindo então, entendo que a cristalização de novas relações sociais de produção implica simultaneamente a constituição de uma cultura hegemônica, na medida em que tais relações só conseguem existir enquanto modos socialmente reconhecidos, reiterados e vividos de agir, perceber e se orientar no mundo por pelo menos uma fração significativa da população que detém o monopólio da força. Se lido corretamente, o que Rubin descreve por um lado é uma descrição materialista da formação de uma nova cultura hegemônica determinada pela base material da sociedade, e por outro lado a descrição da importância da dimensão cultural no estabelecimento a longo prazo deste novo modo de produção.

2.9 Conclusão

Eu tenho pensado sobre como eu me posiciono exatamente no meio disto tudo. Pensando nas três componentes do marxismo (de acordo com Lênin), eu acredito que posso

me posicionar da seguinte forma: quanto a filosofia, eu sou adepto do materialismo dialético. Quanto à política, eu defendo a supressão da apropriação individual do trabalho social. E quanto à economia, identifico-me com a tradição da economia política clássica e com as abordagens contemporâneas da teoria do valor-trabalho.

Alguns esclarecimentos podem ser convenientes. Primeiro, é preciso notar que sigo, a certa distância, toda a contribuição intelectual de Marx e Engels e daquilo que ficou conhecido como marxismo. Eu pessoalmente tendo a me auto-intitular marxista. Mas não estou colocando na base do meu posicionamento a adesão a nenhum partido nem dependendo da defesa de nenhuma experiência socialista em particular.

Além disso, eu reconheço as diversas divergências no interior do marxismo, de forma de que não tenho interesse em reivindicar títulos. Quanto ao meu posicionamento filosófico, por exemplo, sou adepto da teoria que ficou conhecida como materialismo dialético, que começa em Engels, é desenvolvida por Lenin e pela URSS, e encontro por exemplo uma exposição clara nos materiais traduzidos para o Inglês que foram produzidos originalmente em vietnamita pelo Partido Comunista do Vietnã. Por um lado meu vínculo é claro, por outro, eu não me preocupo aqui sobre se essa é a posição original de Marx ou não.

Politicamente, eu não abro mão do horizonte revolucionário de fim da propriedade privada como a entendemos hoje. Dessa forma tenho críticas a modelos de mercado de orientação socialista como Vietnã e China, porém ao mesmo tempo reconheço que esta discussão envolve até mesmo questões jurídicas um tanto complexas. Almejo colocar o controle da produção na mão da sociedade ,decidindo o que produzir e como produzir. Porém gostaria de enfatizar a centralidade da questão da apropriação individual. Consigo ver avanços significativos em propostas de uma economia de cooperativas por exemplo, ainda que neste caso o excedente de cada cooperativa esteja distribuído apenas entre seus trabalhadores, assim como as decisões estejam restritas também a estes trabalhadores, e não toda sociedade.

Acredito aque é um assunto teórico válido para debate até mesmo reformas fiscais e jurídicas radicais, ainda que provavelmente inviáveis sob a ditadura burguesa, mas que modifiquem os regimes de propriedade privada e visem forçar uma redistribuição do excedente. Esta é uma abordagem que, em seu extremo utópico, ganha o título de “capitalismo sem capitalistas¹⁸” por economistas capitalistas como Piketty através de propostas como um pesado imposto sobre a riqueza. A viabilidade disto não é que seja irrelevante, mas é um assunto secundário na medida que caso isto se comprove impossível sob o capitalismo, deixa como alternativa exatamente a alternativa mais radical de rompimento completo com o modo de propriedade (e produção) capitalista.

E por fim, assim como os dois tópicos anteriores, nota-se novamente a influência

¹⁸O que na minha perspectiva, deixaria então de ser capitalismo.

de Marx na minha abordagem de economia uma vez que Marx é o último grande nome da economia política clássica a desenvolver uma nova abordagem da teoria do valor-trabalho, desenvolvendo as ideias de David Ricardo e Adam Smith. Eu poderia inclusive, intitular “abordagem marxista”, mas para fugir das discussões se dada abordagem em particular é “marxismo de verdade” ou “revisionismo” devido as questões que existem quanto à obra marxiana, como por exemplo questões como a uniformidade da taxa de lucro e sua tendência ao decréscimo, opto por deixar formulado minha posição de forma mais geral de maneira que não haja polêmica ao adotar abordagens mais modernas destas questões, ainda que sejam autores que se identifiquem explicitamente como a abordagem marxista.

Assim sendo, eu sinto que me sinto suficientemente defensor do legado marxista, sem o peso de ter que defender rótulo algum.

3 Economia Marxista 1

Na parte anterior eu apresentei as bases do meu pensamento. Inclusive de forma sucinta o aspecto econômico da teoria marxista. Agora eu gostaria de aprofundar mais a questão de alguns aspectos da economia marxista com uma abordagem mais técnica. Para isso vou trazer de forma condensada o conteúdo do livro de Paul Singer[111] para abordar algumas questões.

3.1 Teoria do Valor

Precisamos começar com o fato de que existe um conflito básico que divide a economia em duas abordagens opostas, esta é uma divisão tão significativa que sequer estas abordagens conservam uma linguagem em comum. A discussão aqui será feita baseado na abordagem que adota a teoria do valor-trabalho. Para entendermos o que é esta teoria precisamos começar discutindo o problema do valor. A economia tem como uma característica fundamental a possibilidade de quantificação, isto é, a maior parte das leis econômicas pode ser expressa matematicamente e verificada empiricamente. Essa possibilidade de quantificação decorre precisamente da teoria do valor.

Este é um conceito básico na economia que permite a utilização de uma unidade essencial, para praticamente todos os fenômenos do mundo econômico. Então o conteúdo desta medida é uma pedra fundamental para todo edifício científico. Existem duas maneiras completamente diferentes de se definir valor: a teoria do valor-utilidade e as diversas teorias do valor-trabalho. Este não é um espaço adequado para compararmos ambas as teorias e por hora, basta que saibamos dessa distinção e que toda discussão feita daqui em diante, quando não dito explicitamente o contrário, se dará fazendo uso da teoria marxista do valor.

Essa teoria expressa o valor a partir das relações sociais de produção estabelecidas entre os homens. O valor neste caso é o fruto das relações que se criam entre os homens na atividade econômica. De maneira mais precisa, se mede pelo tempo de trabalho produtivo que os homens gastam na atividade econômica.

A teoria do valor-trabalho parte da ideia de que a atividade econômica é essencialmente coletiva. Ou seja, não nos interessa as atividades individuais. Se um eletrodoméstico quebra e o próprio dono o consertar, isto é uma atividade particular e do ponto de vista desta teoria, não é uma atividade econômica. Isto é diferente se o dono chamar um eletricitista que realizará um serviço de conserto, um serviço que deverá ser remunerado. Podemos ver também que as relações sociais que interessam a esta teoria, no capitalismo são aquelas relações que são mediadas pelo dinheiro.

Segundo esta teoria, o valor de uma mercadoria pode ser medido pelo tempo de trabalho médio socialmente necessário investido nessa mercadoria, desta forma, a teoria do valor-trabalho parte da ideia de que o valor é intrinsecamente social e objetivo, isto é, ele pode ser medido objetivamente. Apesar de que não nos aprofundaremos neste debate é importante ter em mente o caráter social do valor, isto é, o valor de uma dada mercadoria não é dada pelo tempo que esta mercadoria de forma individual levou para ser produzida, mas pela média do tempo que a sociedade em seu conjunto leva para produzir este tipo de mercadoria. Se uma determinada empresa levar o dobro de tempo do que a média para produzir este tipo de mercadoria, sua mercadoria não terá o dobro de valor. Em compensação se outra empresa consegue produzir a mesma mercadoria com metade do tempo médio da sociedade, ela conseguirá produzir mais mercadorias que as empresas concorrentes em um mesmo tempo, de forma que uma vez que cada mercadoria tenha o mesmo valor independente de qual empresa a produziu, esta empresa estará produzindo mais valor que suas concorrentes devido a maior quantidade de mercadoria total que está sendo produzida.

Outro aspecto que não entraremos em detalhes até aqui, é o fato evidente de que as mercadorias devem satisfazer necessidades humanas para terem algum valor. Ainda que esta necessidade não seja suficiente para definir qual é o valor, é necessária para que a mercadoria tenha algum valor. Para a teoria do valor-trabalho, o valor do produto social é medido pelo tempo médio de trabalho socialmente necessário gasto na produção de certa quantidade de mercadorias. Porém este produto social vai encontrar um limite, pois para uma dada população, podemos pensar que ela vai requerer uma determinada quantidade de mercadorias, que vai depender de aspectos da população como cultura, composição etária, do poder aquisitivo, etc... o fato é que qualquer mercadoria produzida além desse limite não é necessária e o trabalho gasto nesta produção não é socialmente necessário, portanto não tem valor.

Evidentemente isto levanta o debate sobre a relação entre o preço e o valor, uma contra-argumentação comum seria de que a quantidade de mercadoria "necessária"

depende do preço da mesma. A resposta que se encontra na literatura dos partidários do valor-trabalho é de que as mercadorias não chegam ao mercado sem preço. No processo de produção da mercadoria, estas empresas jamais se planejavam para vender suas mercadorias abaixo de um preço mínimo necessário para cobrir os custos e garantir uma margem de lucro, para chegarmos neste preço final no mercado, há uma intrincada série de transições a partir do valor da mercadoria de tal modo que, na abordagem marxista, preço e valor são distintos. Temos então dois sistemas distintos: um para tratar dos preços (sistema de preços) e outro para tratar dos valores (sistema de valores). Não cabe a nós aqui nos aprofundarmos nesta discussão, basta sabermos que existe uma relação indireta que estabelece um vínculo entre valor e preço. Como regra geral, estaremos focando nossa discussão sempre em valor.

Evidentemente existem flutuações no preço (a longo prazo, de acordo com a teoria do valor-trabalho, em torno do valor), mas a existência desta relação (ainda que transformada) entre o preço e o valor, e principalmente devido à própria existência de um conceito objetivo de valor, são características que tornam a teoria do valor-trabalho extremamente interessante e compatível com nossa pesquisa. Como contra-exemplo, podemos lembrar da teoria do valor-utilidade que atribui um conceito subjetivo ao valor.

Alguns breves comentários ainda devem ser feitos antes de concluir a sessão: primeiramente o fato de que teoria do valor-trabalho é histórica por definição, ela tem como fundamento explicar o valor do produto social pela divisão social do trabalho, então evidentemente só pode ter valor na medida em que há esta divisão social do trabalho. Em uma era pré-capitalista onde boa parte dos indivíduos trabalham para si próprio e sua atividade é predominantemente não-econômica, não podemos esperar que esta teoria seja válida. E um segundo comentário diz respeito ao fato de que os adeptos da teoria do valor-trabalho reconhecem a aplicação da teoria do valor-utilidade na prática imediata, na explicação dos preços efetivos no mercado. E por fim, a teoria do valor-trabalho parte da produção, pois considera que o valor não surge no mercado, ela surge no trabalho e é realizado na circulação.

3.2 Repartição da Renda

Podemos começar a discussão lembrando que o problema da repartição da renda é um dos tópicos mais antigos e clássicos da Economia Política. David Ricardo considerava este o verdadeiro objeto da economia política. De uma forma geral, podemos dizer que as teorias da distribuição tentam explicar de que maneira o produto social é repartido entre as classes fundamentais da sociedade. Isso equivale a investigar de que forma o produto social é distribuído entre certos rendimentos, classicamente os rendimentos são divididos em: salário, lucro, renda da terra e o juro.

Vamos começar com uma definição do que há para ser repartido, ou seja, vamos definir melhor o que significa o produto social, pra isso, precisamos definir o que é trabalho produtivo e o que é trabalho não produtivo. O primeiro diz respeito ao trabalho que é remunerado, e mais especificamente remunerado por uma parte do capital (denominado capital variável, que consiste exatamente na parte do capital que se transforma em salário). Este é o trabalho responsável por produzir valor e necessariamente deve produzir um produto maior que sua própria remuneração, o que para os partidários desta teoria, é uma determinação social e não técnica. Porém existem outros tipos de trabalho que são trocados por rendimentos e não são produtivos. Podemos entender melhor esta distinção entre trabalho produtivo e não produtivo com um exemplo: pensando em uma cozinheira, se ela trabalha na casa de uma família, ela está recebendo uma parte da renda desta família, apenas transformando o trabalho que presta em renda monetária. Isto é diferente se ela prestar o mesmo trabalho mas agora para um restaurante. Neste novo cenário agora ela passa a desempenhar um trabalho produtivo, pois o trabalho que ela produz entrega ao capitalista que a emprega mais do que ela recebe, agora existe um produto que vai ser transformado em lucro. É apenas neste segundo caso que ela contribui pro produto social.

Um novo exemplo pode ajudar a reforçar esta distinção: se um médico tem uma clínica particular sem funcionários, seu trabalho é não produtivo. Novamente temos apenas a conversão de um trabalho em renda. Porém se o médico trabalha para uma hospital, ele se torna assalariado e entra para o rol dos trabalhadores produtivos, sua remuneração em termos de horas de trabalho socialmente necessárias será necessariamente inferior ao número de horas de trabalho socialmente necessário que ele investiu no serviço. Pois o hospital, como um empreendimento capitalista, necessariamente precisa de uma margem de lucro que será obtida através desta diferença. É também exatamente esta diferença que vai compor o excedente social.

Para esta abordagem econômica, o que interessa é exatamente a divisão do produto social entre o produto necessário e o excedente, isto é, como se reparte o produto global entre a parcela necessária para a manutenção da capacidade produtiva, física e mental dos trabalhadores e a outra parte que é o excedente social. Esta repartição se dá principalmente pela luta de classes. Isto é, a determinação do nível salarial do trabalhador não é uma questão intrinsecamente econômica ou técnica, e portanto a própria determinação do produto necessário também não é uma questão puramente técnica. Este nível depende em grande parte da capacidade de luta da classe trabalhadora, por exemplo, se os trabalhadores estão organizados ou não em sindicatos. Em resumo, o salário não tem apenas uma determinação econômica, ele é fortemente dependente do equilíbrio de forças dentro de certos limites.

Evidentemente, a possibilidade de redução da remuneração do trabalho tem limites. Citando limites extremos, podemos comentar que há limites fisiológicos pois abaixo de

um certo nível a quantidade e a qualidade da força de trabalho vai reduzir, uma vez que os trabalhadores não conseguem mais viver. E também limites políticos que dependem de circunstâncias históricas e pode levar por exemplo a greves e mobilizações populares de maior ou menor intensidade. Há também evidentemente um limite superior, pois o próprio produto necessário tem como limite o produto social, ou seja, o trabalhador nunca pode receber além daquele ponto em que o excedente social fica igual a zero, mas este limite jamais é alcançado. Antes desse limite ser atingido, ocorre uma restrição da acumulação de capital que conduz a economia à uma crise. Nesta condição, provavelmente os salários retomarão a um patamar “conveniente” uma vez que crises aumentam o desemprego e diminuem o poder de barganha do assalariado.

Outro elemento a ser discutido diz respeito à taxa incremental de lucro do capitalista. De acordo com esta teoria, a taxa de lucro é resultado da luta concorrencial entre os capitais. Os ramos que estão dando menos lucro serão aqueles que serão abandonados pelo capital, isto é, há uma tendência de diminuição de fluxo de novos capitais, já os ramos que dando maior lucro terão um afluxo de capital, pois terão a preferência dos capitalistas, e isso fará com que depois de algum tempo a capacidade produtiva deste ramo seja aumentada, levando a uma oferta maior de quantidade de mercadorias. Isto tem também por consequência uma tendência de baixa nos preços da mercadoria, o que em última análise também conduz a uma diminuição da taxa de lucro neste ramo. Esta movimentação do capital produz então uma tendência de equalização da taxa de lucro incremental. Esta tendência é desafiada pelo dinamismo tecnológico do sistema o que permite o desenvolvimento cada vez maior das forças produtivas.

Outro ponto que merece destaque é que há um pressuposto de racionalidade nesta teoria. Supõe-se que os capitalistas sabem o que estão fazendo, de modo que o conjunto dos capitalistas tende a agir racionalmente. Apesar disso, um certo número sempre erra e desaparece, e então surgem outros capitalistas que tomam o lugar dos eliminados.

3.3 Excedente econômico

Excedente econômico é em linhas gerais, a parte da produção que não é absorvida pelos gastos necessários à produção da mesma. Na abordagem que estamos adotando coincide com o que é denominado mais-valia total produzido na economia durante um certo tempo. Se denominarmos o produto social como P , o capital constante como c e o capital variável como v , e a mais-valia total como mv , temos então:

$$P = c + v + mv$$

Capital constante são os elementos produtivos gastos para obter o produto social, isto é matéria prima, material auxiliar, máquinas e instalações, etc. Enquanto máquinas e instalações compõem o que é chamado de capital fixo, isto é, certos elementos

que vão se desgastando durante o processo de produção, a matéria prima faz parte do que é chamado de capital circulante, isto é, o que é totalmente consumido na produção. Capital circulante e capital fixo são subconjuntos do capital constante. Além disso, o capital constante é determinado pela técnica de produção utilizada. O **capital variável** por sua vez é, como já vimos, a quantidade de salários pago pelo trabalho produtivo, e este por sua vez, como também já vimos é determinado principalmente pela luta de classes, isto é, pelo conflito entre a capacidade que os trabalhadores têm de defender o seu padrão de vida, e a capacidade de que os empregadores têm de reduzir ao máximo a remuneração paga aos trabalhadores.

Ou seja, o excedente econômico, que aparece sob a forma de mais-valia em uma economia capitalista é dado por:

$$mv = P - (c + v)$$

Novamente, assim como no caso da discussão da teoria do valor, temos uma grandeza objetivamente determinada. Neste caso, temos que o excedente econômico resulta de uma configuração que é ao mesmo tempo social e técnica, da estrutura produtiva da sociedade. Evidentemente a mais-valia tem duas utilizações possíveis: uma utilização produtiva, ou uma utilização improdutiva. No primeiro caso é um excedente potencial que quando utilizado pela sociedade de forma produtiva, então P aumentará também, por exemplo, aumentando c . Porém no segundo caso, se não for usado produtivamente, então não aumentará.

Mas estamos interessados em como o tamanho do excedente é determinado ao longo do tempo. Há duas formas de aumentar o excedente: com a produção de mais-valia absoluta e a produção de mais-valia relativa. O primeiro caso, como o nome sugere, decorre do fato de que se aumentarmos o trabalho humano gasto durante um certo tempo, sem aumentar a remuneração isso acarretará em um acréscimo de mais-valia. Lembrando que o valor do produto é medido em horas de trabalho socialmente necessário, dessa forma todos os termos da nossa equação também são, esta é a unidade essencial da teoria do valor-trabalho.

Vamos trabalhar com um exemplo prático. Para facilitar os cálculos também vamos considerar trabalhadores com tal eficiência que suas horas de trabalho correspondam exatamente às horas de trabalho socialmente necessárias na sua função, isto é, estes trabalhadores levam o tempo médio de toda sociedade para produzir determinada mercadoria. Então se um trabalhador trabalha 8 horas por dia por 250 dias no ano, isso dá 2000 horas de trabalho. Então 1000 pessoas vão produzir 2 milhões de horas de trabalho socialmente necessárias. Vamos supor que deste valor total, 1.2 milhão de horas socialmente necessárias foi convertido em remuneração da força de trabalho e 800 mil horas é o excedente. Se for possível fazer um funcionário passar a trabalhar 2200

horas por ano, sem aumentar a remuneração, ou seja mantendo constante o capital variável v , então a mais-valia passará de 800 mil horas para 1 milhão de horas, pois todo esse acréscimo será convertido em mais-valia.

Este acréscimo é a mais-valia absoluta e foi a principal forma de aumentar o excedente utilizado no início da industrialização, porém depois desse início, a indústria passou então a adotar um aumento de mais-valia relativa. Mantendo o exemplo, vamos manter a quantidade de 1.2 milhão de horas socialmente necessárias para manter a força de trabalho de 1000 pessoas. Essa quantidade serve para que essas pessoas se alimentem, se vistam, criem seus filhos, etc... ou seja, esta quantidade está incorporada numa série de bens que permite que vivam e mantenham um dado padrão de vida¹⁹. Se a produtividade aumentar, é possível produzir os mesmos bens de uso em menos horas de trabalho, e este é o objetivo e resultado de todo desenvolvimento tecnológico.

Então agora, digamos que agora com o desenvolvimento tecnológico é possível reduzir o capital variável de 1.2 milhão para 1 milhão de horas, pois agora em cada hora de trabalho, se produz mais bens. Dessa forma, sem reduzir o padrão de vida dos trabalhadores (mas também sem aumentar), cai o montante do capital variável necessário para manter o mesmo padrão de vida para a mesma quantidade de trabalhadores, e consequentemente aumenta o excedente social. Com este aumento o excedente econômico passa a valer também 1 milhão de horas, como no caso anterior, mas agora esta é a mais-valia relativa. Vale lembrar que estamos falando em valor como horas socialmente necessárias, não necessariamente em salário nominal. Um exemplo de quando acontece a mais valia relativa de forma individual é quando um capitalista introduz um avanço tecnológico e consegue aumentar produtividade, dessa forma ele se torna temporariamente capaz de produzir mercadorias em um tempo menor que o tempo socialmente necessário, até que os concorrentes adotem a mesma tecnologia e o tempo socialmente necessário então seja reduzido a um novo patamar, este capitalista consegue maximizar seus lucros.

Em resumo, no caso de mais-valia absoluta o volume total de trabalho socialmente necessário desempenhado pelos trabalhadores aumentou, e no caso da mais valia-relativa o que varia é a distribuição do trabalho entre v e mv , ainda que o volume de trabalho tenha se mantido constante, v reduziu, o que se traduz em um acréscimo em mv , por isso o nome relativo. Historicamente, foi a geração de mais valia relativa a forma que o capitalismo encontrou para aumentar o excedente. Para medir a proporção que o trabalho se reparte entre o capital variável e a mais valia (que juntos são chamados de trabalho vivo, em oposição ao capital constante) foi proposta a taxa de exploração dada por mv/v . No exemplo anterior tínhamos $mv/v = 800/1200 = 0.67$. Isso significa que para cada hora de trabalho socialmente necessária o trabalhador

¹⁹Este padrão de vida mínimo exigido pelos trabalhadores, considerado o custo mínimo para a reprodução da sua vida social é determinado historicamente e varia conforme tempo e lugar.

trabalha “para si” , ou seja, que retorna em forma de salário, ele trabalhou mais 40 minutos (0.67h) que será apropriado pelo o capitalista. No caso da mais valia relativa, passamos a ter uma taxa de exploração dada por $mv/v = 1000/1000 = 1$ o que implica que agora para cada hora que o trabalhador “trabalha para si”, ele trabalha outra hora inteira para o capitalista.

Uma característica interessante a ser comentada é que foi observado que a mais valia como proporção de todo o produto se manteve constante a longo prazo, embora flutuasse. Evidentemente isso não implica que o excedente absoluto seja constante, pelo contrário, o excedente tende a ter um crescimento constante, porém principalmente o capital constante tende a crescer também, pois para aumentar a produção é necessário uma quantidade de instalações e máquinas cada vez maior. Uma segunda observação que foi feita é que há uma tendência monopolista do capitalismo.

3.4 Acumulação e Concentração de Capital

A acumulação de capital é o processo pelo qual uma parte do excedente econômico é convertido em novo capital, ampliando a sua capacidade de produção. Uma parte do produto social toma a forma física dos meios de vida de trabalhadores e outra de máquinas, matérias primas, prédios e demais infraestrutura que vão se somar aos recursos já existentes. Dessa forma é possível aumentar o nível de produção no período seguinte. Nos interessa saber como esse processo de acumulação de capital se dá.

Vamos começar supondo um capitalismo com um mercado concorrencial, isto é, uma situação em que em um dado ramo qualquer nenhum dos participantes, seja produtor ou comprador, tem capacidade de sozinho determinar o preço. Ainda que alguns autores considerem que o caráter competitivo do capitalismo tende a desaparecer em prol de um caráter monopolista, outros autores argumentam que a medida que se estabelece oligopólios ocorre o oposto: uma intensificação da competição. Vamos considerar o capitalismo ainda em uma fase concorrencial para analisar o processo de acumulação. Neste caso, o estímulo de acumular provém da concorrência, o capitalista precisa usar a mais-valia para acumular porque o sistema capitalista o força a isso, aquele que não cresce e não amplia a sua empresa tende a desaparecer.

O limite da acumulação é atingido então quando o conjunto dos desempregados passa a ser incorporado na economia, uma situação de pleno emprego. Quando a acumulação se acelera, há a possibilidade de que um número cada vez maior de empregos vão ser criados, porém se chegarmos em uma situação de pleno emprego, então o poder de barganha dos trabalhadores aumenta muito. A partir do momento que aumentamos o produto necessário aumentando os salários, então conseqüentemente reduzimos a mais-valia e reduzimos também então o excedente social, como última conseqüência temos que a acumulação tende a parar.

Porém, no momento que a economia se aproxima do pleno emprego, as inovações tecnológicas que substituem a mão de obra por máquinas passam a ser altamente rentáveis. Neste caso a acumulação passa a ser muito menos no sentido de estender a capacidade produtiva, e passa a ser muito mais no sentido de aprofundar a capacidade produtiva, ou seja, de mudar a tecnologia visando aumentar a produtividade do trabalho. A consequência desta tomada de decisão é o incremento no índice de desemprego. Este acontecimento recebe o nome de “desemprego tecnológico”. Com isso recupera-se a existência de um conjunto de desempregados. A passagem do período de acumulação “extensiva” para o de acumulação “intensiva” é marcada pela crise.

Porém, em que medida os capitalistas podem investir e aumentar a capacidade produtiva? A capacidade produtiva aumenta cada vez que há um investimento. Mas um investimento só se realiza, na medida em que os produtos gerados pela nova capacidade de produzir são vendidos. Se não forem vendidos a mais valia não se realiza, e dessa forma não pode ser acumulada. Portanto existe a necessidade de uma demanda para que a acumulação se realize, isto é, para que se aumente a capacidade produtiva é preciso ter em vista alguém que vá comprar os produtos adicionais que se vai produzir.

Essa demanda é necessariamente externa a um sistema simplificado em que há apenas trabalhadores e capitalistas, pois enquanto os trabalhadores precisam receber menos do que produzem, e por consequência não podem comprar tudo que foi produzido, os capitalistas são exatamente aqueles interessados em acumular. Esta demanda pode então vir do exterior do sistema capitalista ou do interior, neste último caso isto ocorre fundamentalmente na figura do Estado. O Estado, principalmente no capitalismo contemporâneo tanto nos países em desenvolvimento como nos desenvolvidos têm uma possibilidade de atuar diretamente e indiretamente sobre o nível de acumulação, qualquer teoria que esqueça o Estado está analisando um sistema qualquer que não é relevante para a situação presente do capitalismo.

Relacionado à acumulação, também existe outra tendência central e fundamental no capital que é a concentração de capital. A mera existência do capital da empresa individual já implica em uma concentração de meios de produção, sob o comando único de um proprietário ou um grupo de proprietários. Uma empresa capitalista com um pequeno exército e trabalhadores sob seu comando já implica por si só em uma concentração de recursos produtivos.

A acumulação de capital tende a se acelerar o tempo todo na medida que a economia cresce, uma vez que o sentido do progresso é de aumentar a produtividade humana. Porém este aumento de produtividade do trabalho humano é obtido antes de mais nada através de se colocar à disposição do trabalhador um volume cada vez maior de recursos produtivos, é apenas com o auxílio desta maquinaria que o trabalhador consegue produzir cada vez mais. Este fenômeno é chamado de concentração de capital.

A concorrência entre os capitalistas força-os a adotar a melhor técnica disponível,

aquela que é capaz de proporcionar a melhor produtividade e normalmente esta também é a que requer mais capital. Os capitais individuais tendem então a crescer mediante a acumulação de capital, ou seja, através da transformação do excedente em um novo capital que permita que eles não apenas produzam mais, mas produzam mais com menos trabalho. Dessa forma temos que a concentração de capital é resultado da própria acumulação do capital. Este processo obviamente tem um limite que é a própria acumulação da sociedade inteira, os capitais individuais só podem crescer na medida que o capital de toda sociedade cresce. Concluindo, o processo de concentração é então por definição, o crescimento por acumulação dos capitais individuais.

Ainda há um outro processo chamado de centralização que merece ser discutido. Este processo diz respeito à dominação de capitalistas por outros capitalistas. Como a produtividade do trabalho depende do volume de capital posto à disposição do trabalhador, os capitais maiores possuem as condições necessárias para expropriar os menores. O processo de centralização atua como uma força de atração dos capitais maiores sobre os menores. O que resta aos menores é se fundir entre si para poder resistir a pressão dos grandes capitais, transformando-se então eles próprios em um grande capital, ou então ser quebrado e absorvido por grandes empresas.

Em resumo, há duas tendências que devem ser mencionadas: a concentração, que nada mais é que o crescimento da empresa média em função da procura de maior produtividade mediante a acumulação de capital, isto é, da transformação de uma parte dos lucros em novo capital. E a centralização, que decorre diretamente da luta concorrencial e das vantagens das maiores empresas. O primeiro tem como limite a acumulação da riqueza de toda sociedade, e o único limite da segunda é todos os meios de produção estarem concentrados na mão de um único proprietário. É notável novamente a tendência intrínseca do capitalismo em direção ao monopólio.

3.5 Moeda

Antes de concluirmos a discussão deste livro, uma última discussão deve ser feita. Enquanto a produção econômica necessariamente aumenta com o tempo, o mesmo não é necessariamente verdade sobre a quantidade de moedas.

O capitalismo exige a existência de uma mercadoria que possa atuar como equivalente geral das demais. Isto decorre do fato de que no capitalismo cada um dos seus componentes, isto é, as propriedades privadas dos meios de produção, tem autonomia para atuarem de forma desarticulada. Dessa forma é função da troca (ou do mercado, entendido como o lugar onde as trocas se realizam) superar a desarticulação da economia capitalista. O mercado assume então o papel de ajustar as atividades produtivas em um momento posterior à produção e isso é feito por um sistema de prêmios e punições. Aqueles que produzem bens escassos em relação à demanda são recompensados

com uma parcela maior da mais-valia, já aqueles que produzem em excesso perdem parte ou toda a mais-valia que esperavam obter.

Toda essa função do mercado se realiza através do processo de circulação e troca de mercadoria, mas para que esse processo de troca possa ocorrer de forma eficiente, é necessário que exista uma mercadoria que possa ser utilizada como equivalente geral às demais. Esta mercadoria passa então servir unicamente como equivalente das demais mercadorias e perde seus outros possíveis usos. Praticamente todas as mercadorias já serviram de moeda alguma vez na história para algum povo, mas para a maior parte da economia capitalista o equivalente geral que foi escolhido foi o metal precioso, especificamente ouro e prata. Dessa forma, a existência da moeda é o elemento central em qualquer economia capitalista, ela desempenha a função de informar aos diferentes produtores a viabilidade econômica da sua atividade pregressa.

Devemos nos ocupar então de saber qual é a quantidade de moeda que deve circular na economia. Como uma mesma unidade monetária pode funcionar para mais de uma transação, a quantidade de moeda necessária na economia não precisa ser a soma total de transações em um dado intervalo de tempo, mas pode ser esse número dividido pelo número médio em que cada unidade monetária é utilizada. Esse número médio se chama de V (velocidade média de circulação da moeda). Vamos a um exemplo: Vamos supor que o volume total de transações durante o ano seja 100 unidades, se cada unidade monetária durante o ano for utilizada em média em 10 transações, a quantidade de moedas existentes precisará ser apenas 100 dividido por 10. Dessa forma, em cada momento existe uma quantidade necessária de moeda (Q) que depende do volume total de transações na economia e da velocidade média de circulação da unidade monetária.

Em um cenário em que o ouro é a moeda, quando há escassez, o preço de todas as mercadorias medidas nesta moeda vai descer. Consequentemente a mesma quantidade de mercadorias, ou melhor, o mesmo valor em mercadorias pode circular com menos moeda. De forma mais precisa, no caso do ouro e outras moeda-mercadorias a inflação e deflação não depende apenas da quantidade da moeda em circulação, mas também das mudanças do seu valor²⁰, mas por hora isso nos basta pois o caso muda quando se trata da moeda-papel. Especialmente a partir do momento que o estado dentro de uma economia nacional pode impor a aceitação de seus papéis, criando então uma moeda inconvertível, isto é, o monopólio da emissão por parte do estado lhe permitiu controlar a quantidade de moeda em circulação independentemente do valor de qualquer moeda-mercadoria, como era o caso do ouro. Na fase atual do capitalismo temos uma relação mais complicada, pois ainda que o estado tenha o monopólio da emissão, ele não tem a capacidade de determinar exatamente a quantidade de moeda

²⁰Medido da mesma forma que as demais mercadorias: pelo tempo de trabalho socialmente necessário para a sua produção.

pois os bancos também podem criar moeda, mas a complexidade desta discussão foge do escopo desta introdução, então vamos nos concentrar nesta fase anterior ao estado atual do capitalismo.

Neste caso, quando o governo emite, o efeito é similar que quando havia maior produção de ouro no caso da moeda-mercadoria. A quantidade pré-determinada é um certo Q , no momento em que o governo introduz um acréscimo, sem que haja uma alteração na produção de mercadorias, o que ocorre é que este vai reduzir o valor do equivalente em relação às demais mercadorias, e a economia se ajusta através do nível geral dos preços. Com isso cria-se um círculo vicioso, pois no momento em que aumenta-se o valor nominal de todas as transações porque os preços sobem, aumenta-se então a quantidade socialmente necessária de moeda em um momento seguinte.

Parte II

Economia ortodoxa

4 Contabilidade Social

4.1 Conceitos básicos

Os principais pontos vistos neste capítulo foram:

O princípio das partidas dobradas, reza que, a um lançamento a débito, deve sempre corresponder um outro de mesmo valor a crédito. O equilíbrio interno refere-se à exigência de igualdade entre o valor do débito e o do crédito em cada uma das contas, enquanto o equilíbrio externo implica a necessidade de equilíbrio entre todas as contas do sistema.

Escolhida a contabilidade como o instrumento de aferição macroscópica do movimento econômico, tudo se passa, então, como se a economia de todo um país pudesse ser vista como a de uma única grande empresa: os resultados de seu funcionamento durante um determinado período de tempo são apresentados pelas contas integrantes do sistema de contas nacionais.

O que se convencionou chamar “contabilidade social” não se reduz ao sistema de contas nacionais, mas inclui outras peças-chave como o balanço de pagamentos, as contas do sistema monetário e os indicadores sociais, como distribuição de renda e índice de desenvolvimento humano. Por isso, a analogia deve resumir-se tão somente à forma – como contas, balancetes e lançamentos contábeis. Sua substância e seus objetivos são inteiramente distintos.

Na medida em que a contabilidade de que estamos falando é social, toda a “tra-

balheira” estatística tem de servir para que a sociedade civil possa ter uma ideia mais clara dos rumos de um país e possam, assim, intervir nesses rumos, quando for o caso.

No sistema econômico em que vivemos, tudo pode ser avaliado monetariamente. Assim, a imensa gama de diferentes bens e serviços que uma economia é capaz de produzir pode ser transformada numa coisa de mesma substância, ou seja, dinheiro. É isso que torna possível a mensuração dos agregados como o produto nacional e a renda nacional.

Uma das noções fundamentais da contabilidade social é a de identidade. Mas aqui identidade parece ter um significado particular, é uma identidade contável, por isso costuma ser utilizado o símbolo da identidade \equiv e não o da igualdade $=$. Se pegarmos a troca como exemplo, ela implica em duas operações, que são o inverso uma da outra – o comprador troca \$ 10 por uma camisa e o vendedor troca uma camisa por \$ 10 –, mas que, do ponto de vista analítico, conformam uma identidade, já que uma não pode existir sem a outra. Exemplos: da mesma forma que não pode ocorrer uma compra sem venda, também não pode haver uma produção que não constitua um dispêndio e não seja simultaneamente geração de renda. É a partir da identidade produto \equiv dispêndio \equiv renda que se deriva o fluxo circular da renda. . Similarmente, poupança implica necessariamente investimento, e investimento não pode ser entendido sem que o consideremos, em contrapartida, como poupança.

Para se chegar ao produto agregado da economia é preciso deduzir, do valor bruto da produção, o valor do consumo intermediário, isto é, do que foi utilizado como insumo na produção. Aqui por bem final devemos entender um bem é vendido para os consumidores finais, isto é, que não vai ser utilizado como insumo. Por definição, todo bem final deve ter seu valor considerado no cálculo do valor do produto, mas nem todo bem cujo valor entra no cálculo do produto é um bem final por natureza. Pois aqueles produtos que não foram consumidos ainda, e não são considerados produtos finais (isto é, foram produzidos para sere utilizados como insumos) também entram no ponto final. Isto é, o produto agregado da economia é a combinação dos produtos vendidos aos consumidores finais e os produtos não consumidos no período. Tendo em conta que consumidor final é o agente econômico que adquire um bem ou serviço que não será utilizado para revendê-lo ou empregá-lo como insumo em um novo processo produtivo.

Essa forma de abordar é conhecida como ótica da despesa e avalia o produto de uma economia considerando a soma dos valores de todos os bens e serviços produzidos no período que não foram destruídos, ou absorvidos como insumos, na produção de outros bens e serviços. Porém ainda há mais duas formas de abordar a questão. Pela ótica do produto, a avaliação do produto total da economia consiste na consideração do valor efetivamente adicionado pelo processo de produção em cada unidade produtiva. Isto é, se olharmos empresa a empresa, o valor adicionado é dado pela diferença entre

o valor de sua produção e o valor da produção que ele adquiriu como insumo. Esta é efetivamente, a contribuição da empresa para a constituição do produto total da economia

Ambos os resultados devem ser idênticos. Mas ainda há outra forma de abordar é pela ótica da renda. Precisamos começar entendendo aquilo que se chama de processo de produção: consideremos a princípio que só existam dois fatores de produção: trabalho e um outro a que daremos genericamente o nome de capital – concretamente isso envolve além das máquinas e demais equipamentos, todo o conjunto de elementos que conformam as condições objetivas sem as quais o processo de produção não pode acontecer. É entre capital e trabalho, portanto, que deve ser repartido o produto gerado pela economia, pois foi sua participação no processo produtivo que garantiu a obtenção desse produto²¹. À remuneração do fator trabalho damos o nome de salário e à remuneração do fator capital damos o nome de lucro²².

Assim, num dado período de tempo, as remunerações de ambos os fatores, conjuntamente consideradas, devem igualar, em valor, o produto obtido pela economia nesse mesmo período, visto não ser as remunerações nada mais do que a divisão do produto. As remunerações pagas constituem o que chamamos de renda. Não é preciso muito esforço para perceber que, com isso, consuma-se a identidade produto \equiv renda. Logo, o produto gerado por uma economia num determinado período de tempo é igual à renda gerada nesse mesmo período.

Algumas observações extras, é que aqui, diferente do marxismo, dinheiro e moeda são apresentados como sinônimos, valor e preço também. Além disso a sociedade é dividida em dois grupos de forma diferente. Lê-se: “Os membros que constituem a sociedade aparecem duas vezes no jogo de sua reprodução material e desempenham dois papéis distintos: num determinado momento, são produtores; no outro, surgem como consumidores daquilo que foi produzido”. Ou seja, o trabalhador e o capitalista são ambos produtores e ambos consumidores. Isso também fica claro evidente quando vemos nos fatores de produção o “trabalho” e o “capital” lado a lado, cada um sendo responsável por produzir “valor” igualmente. Ou seja, no processo de produção o trabalhador contribui com trabalho, e o capitalista com capital. Ambos em irmandade. Isso também aparece no próximo destaque que o livro dá: Além de desempenhar o papel de consumidores, as famílias detêm também a condição de proprietárias dos fatores de produção e é nessa condição que elas garantem seu acesso aos bens e serviços produzidos. Aqui, por “propriedade dos fatores de produção”, temos que os trabalhadores só tem a força de trabalho para vender.

Temos então que a ótica do produto considera a atividade dos indivíduos como produtores, ou seja, a atividade das unidades produtivas ou empresas. Finalmente, a

²¹É possível além destes dois fatores a terra, mas pouco muda a discussão.

²²E a terra seria aluguel.

ótica da renda analisa os indivíduos em sua condição de proprietários de fatores de produção. As transações ocorrem entre famílias e empresas e envolvem fluxos reciprocamente determinados de bens e serviços concretos, por um lado, e de dinheiro, por outro. Seguindo o livro, temos este fluxo:

1. As famílias cedem às empresas os fatores de produção de que são proprietárias e, em troca, recebem das empresas uma renda, ou seja, uma remuneração sob a forma de dinheiro;
2. As empresas combinam esses fatores num processo denominado processo de produção e obtêm, como resultado, um conjunto de bens e serviços;
3. Com a renda recebida em troca da utilização, na produção, dos fatores de que são proprietárias, as famílias compram das empresas os bens e serviços por estas produzidos;
4. As famílias consomem os bens e serviços;

Observe como esse fluxo coloca em igualdade 'famílias' de trabalhadores e famílias de capitalistas. A renda (salário ou lucro) é visto como uma "gratificação" pela sua contribuição no processo produtivo. Concluindo o capítulo, precisamos ter claramente que o fluxo é da renda e não do produto: o dinheiro que remunera os fatores de produção é o mesmo que retorna às empresas na compra dos bens e serviços finais. Isso não acontece com os demais bens.

4.2 Estrutura básica das contas nacionais

As maiores simplificações normalmente são considerar economia fechada e sem governo, vamos trabalhar com este exemplo.

Ora, tudo aquilo que é produzido em um período, mas que não é consumido nesse período, significando, ou ensejando, consumo no futuro, tem um nome: chama-se investimento. O investimento divide-se em formação de capital fixo e variação de estoques. O investimento costuma ser dividido em variação de estoques, que congrega os bens cujo consumo futuros irão se dar de uma única vez, e a formação bruta de capital fixo, que agrega os bens que não desaparecem depois de uma única utilização e possibilitam a produção ao longo de um determinado período de tempo.

O desgaste do capital fixo chama-se depreciação: Os bens considerados capital fixo também se desgastam com o tempo e com o uso, de modo que, findo um determinado período, seu valor terá sido inteiramente absorvido pelo fluxo de produção de bens aí ocorrido. Para obter o valor do produto líquido de uma economia em um determinado período é preciso deduzir, do valor do produto bruto, a parcela destinada à reposição do estoque de capital da economia, ou seja, a depreciação.

| | Débito | | Crédito |
|----------|----------------------|----------|--------------------------|
| A | Produto Líquido | C | Consumo Pessoal |
| B | Depreciação | D | Variação de estoques |
| | | E | Formação de capital fixo |
| | Produto Bruto | | Despesa Bruta |

Quanto à remunerações, além de salários e lucros, precisamos introduzir duas outras categorias de

remuneração: os aluguéis (que remuneram os proprietários de imóveis de modo geral) e os juros (que remuneram os proprietários de capital monetário). O único cuidado adicional que deve ser tomado é evitar

a dupla contagem que pode ocorrer se considerarmos nessas rubricas, além dos aluguéis e dos juros pagos às famílias, também aqueles pagos às empresas. Estes últimos não devem ser considerados porque, como receitas, já participam dos demonstrativos de lucros e perdas das empresas. Com exceção do setor financeiro, mas isso será visto adiante.

| | Débito | | Crédito |
|----------|--|----------|--------------------------|
| a_1 | salários | C | Consumo Pessoal |
| a_2 | lucros | D | Variação de estoques |
| a_3 | alugueis | E | Formação de capital fixo |
| a_4 | juros | | |
| A | Produto líquido ²³ - $A = \sum a_i$ | | |
| B | Depreciação | | |
| | Produto Bruto ²⁴ | | Despesa Bruta |

A conta de produção mostra a identidade entre renda e dispêndio, enquanto a conta de apropriação mostra de que maneira as famílias alocam as rendas recebidas pela cessão de seus fatores de produção às empresas.

Já a conta de capital mostra a identidade investimento \equiv poupança, que nada mais é do que uma forma alternativa de representar a identidade produto \equiv renda \equiv dispêndio.

4.2.1 Abrindo a economia

Até agora trabalhamos com o caso mais simples e que eu devo focar minha pesquisa, mas é interessante relaxarmos um pouco as hipóteses. Para isso precisamos ter mais alguns conceitos.

- **Balança comercial:** o comércio de bens com o resto do mundo.

²³Ou renda ou produto nacional líquido.

²⁴Ou Renda.

- **Balança de serviços e rendas:** comércio de serviços e fatores de produção (rendas como lucros e juros).

Agora temos então uma distinção entre produto interno e produto nacional. Não há uma resposta, mas de acordo com o SNA 93 usamos o atributo “interno” para “produto” (produto interno), e “nacional” para “renda nacional”. A ideia é que normalmente temos interesse por um lado no PIB (produto interno bruto), isto é, o produto total o produto total produzido no território do país, independentemente da origem dos fatores de produção responsáveis por ele. E de outro lado, a RNB (renda nacional bruta) no valor adicionado gerado por fatores de produção de propriedade de residentes, independentemente do território onde esse valor é gerado.

Para se obter o produto nacional de uma economia, é preciso deduzir de seu produto interno a renda líquida enviada ao exterior ou, se for o caso, adicionar a seu produto interno a renda líquida recebida do exterior. Na maior parte dos casos, os países mais desenvolvidos são exportadores líquidos de capital e, portanto, recebem liquidamente renda do exterior, enquanto ocorre o inverso com os países menos desenvolvidos. Vamos agora para a terceira versão da conta do produto:

| | Débito | | Crédito |
|------------|--|----------|------------------------------------|
| I | Importação de bens e serviços | G | Exportações de bens e serviços |
| J-H | Renda líquida enviada [+] ao exterior | C | Consumo Pessoal |
| a_1 | salários | D | Variação de estoques |
| a_2 | lucros | E | Formação de capital fixo |
| a_3 | alugueis | | |
| a_4 | juros | | |
| A | Produto líquido ²⁵ ($A = \sum a_i$) | | |
| B | Depreciação | | |
| | Oferta de Bens e Serviços | | Demanda por Bens e Serviços |

Devemos notar que **G** e **I** representam as exportações e importações de bens e serviços não fatores, compondo a balança comercial e parcialmente a balança de serviços e rendas. Já **H** e **J** representam as rendas recebidas do exterior e enviadas ao exterior, correspondendo ao restante balança de serviços e rendas.

Pode-se dizer que a conta de produção apresenta, do lado do débito, o PIB mais as importações de bens e serviços não fatores, ou seja, a oferta total, que deve igualar em valor à demanda total por bens e serviços. Mas veja que estamos impondo esta igualdade entre oferta e demanda por por definições. Ms é evidente que não podemos contar duas vezes, então uma versão mais sucinta pode ser dada apenas por:

²⁵Ou renda ou produto nacional líquido.

| | Débito | | Crédito |
|------------|---------------------------------------|----------|------------------------------------|
| I | Importação de bens e serviços | G | Exportações de bens e serviços |
| J-H | Renda líquida enviada [+] ao exterior | C | Consumo Pessoal |
| A | Renda Líquida ($\sum a_i$) | D | Variação de estoques |
| B | Depreciação | E | Formação de capital fixo |
| | Oferta de Bens e Serviços | | Demanda por Bens e Serviços |

Onde a renda líquida é o agregado dos salários, lucros, alugueis e juros. É importante lembrar que depreciação não é nenhuma transação, apenas a desvalorização, ou melhor dizendo, uma perda de valor do estoque de capital, registrada contabilmente.

O lado do débito reúne as fontes da oferta de bens e serviços disponíveis na economia, já o lado do crédito registra os usos dessa oferta, isto é, para onde os bens e serviços são destinados: consumo, investimento em estoques, formação de capital fixo e exportações. Assim, débito corresponde à origem ou oferta dos recursos, enquanto crédito corresponde ao seu destino.

4.2.2 Colocando governo

O governo arrecada impostos diretos (que incidem sobre a renda ou o patrimônio, como IPTU, IPVA, etc) e indiretos (que incidem sobre os preços, como ICMS, IPI, etc). Transferências são impostos diretos com o sinal negativo; subsídios são impostos indiretos com o sinal negativo. As duas categorias mais importantes de transferência são, por um lado, as pensões e aposentadorias e, por outro, os juros da dívida pública.

Tributo é a designação genérica de todo tipo de renda que o governo é capaz de arrecadar por ser governo. Os impostos (diretos e indiretos) são os tributos mais conhecidos, mas, além deles, existem também as taxas (como a taxa do lixo), as contribuições de melhoria (decorrentes da realização de obras públicas) e outros tipos de contribuição (como a previdenciária, a de intervenção no domínio econômico etc.).

Quanto aos subsídios, na maior parte das vezes, os subsídios não significam propriamente a redistribuição de uma receita coletada por meio de impostos, mas simplesmente a abdicação, por parte do governo, de uma receita à qual ele teria direito. O governo pode, por exemplo, querer reduzir o preço do leite aos consumidores finais e para tanto, abrir mão da arrecadação do imposto sobre circulação de mercadorias e serviços (ICMS) que incidiria sobre a comercialização do leite.

Para lidar com a modificação dos preços devidos a impostos e subsídios, foram criados dois conceitos de produto: o produto a preços de mercado, que inclui o valor dos impostos indiretos compensados dos subsídios, e o produto a custo de fatores, que não considera esse valor adicional.

Agora oferta global da economia que discutíamos previamente em um determinado período é a soma do produto interno bruto a preços de mercado com as importações de bens e serviços não fatores. A demanda global, por seu lado, é a soma do PIB também a preços de mercado com as exportações de bens e serviços não fatores. Agora então o quadro de produção é:

| | Débito | | Crédito |
|------------|---|----------|------------------------------------|
| I | Importação de bens e serviços | G | Exportações de bens e serviços |
| J-H | Renda líquida enviada [+] ao exterior | C | Consumo Pessoal |
| A | Renda Líquida ($\sum a_i$) | L | Consumo do governo |
| B | Depreciação | D | Variação de estoques |
| Q-N | Impostos indiretos líquidos ²⁶ | E | Formação de capital fixo |
| | Oferta de Bens e Serviços | | Demanda por Bens e Serviços |

Notamos que agora o governo surge como uma gente adicional de demanda. Mas que não encontramos diretamente as transferências ou impostos diretos, nem o saldo do governo em conta corrent e outras receitas correntes líquidas, pois aqui estamos olhando para o produto, portanto olhamos apenas o que afeta diretamente o produto. Estes outros elementos devem aparecer por exemplo, na conta de apropriação:

| | Débito | | Crédito | |
|------------|---|-------|----------------------|------------------------|
| C | Consumo Pessoal | a_1 | salários | A Renda Líquida |
| P-M | Impostos diretos líquidos ²⁷ | a_2 | lucros | |
| R | Outras receitas correntes líquidas | a_3 | alugueis | |
| F | Poupança privada líquida | a_4 | juros | |
| | Utilização da renda Líquida | | Renda líquida | |

E para entender a poupança privada líquida, olhamos a conta de capital:

| | Débito | | Crédito |
|----------|---------------------------------|----------|--|
| D | Variação de estoques | F | Poupança privada líquida |
| E | Formação bruta de capital fixo | B | Depreciação |
| | | K | Resultado do BP em transações corrente |
| | | O | Saldo do governo em conta corrente |
| | Investimento Bruto Total | | Poupança Bruta Total |

Se fossemos retomar uma economia fechada sem governo, em crédito teríamos apenas **F** e **B**. Ou seja, a poupança privada líquida é a produção que não foi consumida

²⁶Isto é, os impostos indiretos **Q** descontado dos subsídios **N**.

²⁷Isto é, os impostos diretos **P** descontado das transferências **M**.

descontada a depreciação, ou seja é $F=D+E-B$, onde B é a depreciação, D a variação de estoques e E a formação bruta de capital fixo. Outras tabelas que eu não vou elaborar ainda são a conta do setor externo:

| | Débito | | Crédito |
|----------|---|----------|-------------------------------|
| G | Exportações de bens e serviços | I | Importação de bens e serviços |
| H | Renda recebida do exterior | J | Renda enviada ao exterior |
| K | Resultado do BP em transações correntes | | |
| | Total do Débito | | Total do Crédito |

E a conta do governo.

| | Débito | | Crédito |
|----------|------------------------------------|----------|------------------------------------|
| L | Consumo do governo | P | Impostos diretos ²⁸ . |
| M | Transferências | Q | Impostos indiretos |
| N | Subsídios | R | Outras receitas correntes líquidas |
| O | Saldo do governo em conta corrente | | |
| | Utilização da Receita | | Total da Receita |

A rubrica **R** também tem de ser lançada uma vez que os detentores de renda também fazem diretamente, além dos impostos diretos propriamente ditos, outros tipos de pagamento ao governo (como o pagamento de taxas, contribuições previdenciárias, multas ou aluguéis em função do uso de propriedades do Estado), os quais vêm a constituir as outras receitas do governo.

E agora também precisamos considerar **O**, pois uma vez introduzido no sistema, o governo torna-se também uma fonte geradora de poupança, assim sendo a terceira fonte geradora de poupança (setor privado, setor externo e governo).

O equilíbrio interno das contas está supostamente garantido. Uma forma de conferirmos isso é somarmos o lado do débito de todas as cinco contas e deduzirmos disso o somatório do lado do crédito de todas as contas. Se o sistema de fato estiver equilibrado o resultado dessa operação deverá ser zero.

$$[(I+J-H+A+B+Q-N)+(C+P-M+R+F)+(D+E)+(G+H+K+L+M+N+O)]$$

-

$$[(G+C+L+D+E)+(A)+(F+B+K+O)+(I+J)+(P+Q+R)]$$

$$= 0$$

É importante destacar aqui que este é um modelo de contas nacionais (SNA 93) apenas, que não é o que está em uso atualmente, mas por ser simplificado eu considerei mais interessante explorar. Além disso eu dei ênfase na conta do produto.

²⁸Para empresas (p.1) e famílias (p.2).

4.2.3 Matriz insumo-produto

A matriz insumo-produto, cujo desenvolvimento está ligado ao prêmio Nobel em Economia Wassily W. Leontief (1906-1999), tem como objetivo proporcionar uma análise acerca das relações intersetoriais na produção, podendo ser vista como um instrumento alternativo ao sistema de contas nacionais.

A partir de uma matriz insumo-produto, pode-se, por exemplo, estimar qual é o impacto sobre o nível de produção e emprego e sobre as demandas setoriais, de um aumento ou uma retração na produção de um determinado ramo (um tipo de informação que um sistema convencional de contas nacionais não é capaz de fornecer).

Um exemplo bem simples pode ser útil para compreender a ideia da matriz insumo-produto, bem como sua forma de funcionamento e sua utilidade. Consideremos uma economia hipotética com apenas três setores – digamos 1, 2 e 3 – que estabelecem transações econômicas entre si. Se X_{ij} representa as vendas do setor i para o setor j , podemos construir a matriz:

| | | Setores | | | Demanda | Produção |
|------------------|---|----------|----------|----------|---------|----------|
| | | 1 | 2 | 3 | | |
| Setores | 1 | x_{11} | x_{12} | x_{13} | y_1 | x_1 |
| | 2 | x_{21} | x_{22} | x_{23} | y_2 | x_2 |
| | 3 | x_{31} | x_{32} | x_{33} | y_3 | x_3 |
| Valor adicionado | | v_1 | v_1 | v_3 | | |
| Produção | | x_1 | x_2 | x_3 | | |

Considerando as vendas do setor i para o setor j como uma fração da produção total do setor j então:

$$x_{ij} = a_{ij}x_j$$

Então podemos ter uma matriz de coeficientes técnicos:

| | 1 | 2 | 3 |
|---|----------|----------|----------|
| 1 | a_{11} | a_{12} | a_{13} |
| 2 | a_{21} | a_{22} | a_{23} |
| 3 | a_{31} | a_{32} | a_{33} |

Então podemos construir:

$$AX + Y = X$$

Onde A é a matriz de coeficientes técnicos, e $X(Y)$ a matriz de uma coluna dos elementos $x_i(y_i)$. Ou seja, podemos pensar de outra forma, qual é a demanda pelo

setor i ? Vai ser vai ser a “produção” líquida de x_i , isso é, x_i descontado as vendas que o setor i precisou fazer para todos os outros setores:

$$y_i = x_i - \left(\sum_j x_{ij} \right) = x_i - \left(\sum_j a_{ij} x_j \right)$$

Ou rearranjando, e no nosso caso detrés setores:

$$x_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + y_3$$

Valo observar que a_{ii} indica a “venda” do setor i para o próprio setor i , podemos supor que é apenas uma parte da produção do setor i que é consumido pelo próprio setor na sua produção. Ainda podemos rearranjar a formulação matricial como:

$$\begin{aligned} AX + Y &= X \\ (A - I)X &= Y \\ X &= (A - I)^{-1}Y \\ X &= LY \end{aligned}$$

Onde L é a matriz de Leontieff calculada a partir da matriz de coeficientes. Com ela, e com determinada demanda fixa Y , podemos calcular então qual deve ser a produção de cada setor para atender esta demanda. Vamos trabalhar então com um exemplo oposto do livro, código pode ser encontrado no meu GitHub. Vamos partir da matriz de coeficientes:

| | 1 | 2 | 3 |
|---|------|------|------|
| 1 | 0.09 | 0.08 | 0.01 |
| 2 | 0.18 | 0.21 | 0.11 |
| 3 | 0.00 | 0.05 | 0.00 |

Então podemos calcular a matriz de Leontieff²⁹:

$$L = (A - I)^{-1} = \begin{bmatrix} 1.12 & 0.11 & 0.02 \\ 0.26 & 1.30 & 0.15 \\ 0.01 & 0.06 & 1.01 \end{bmatrix}$$

Se temos então uma demanda de $y = \begin{bmatrix} 200 & 2000 & 1808 \end{bmatrix}^T$, então a produção bruta total deve ser:

²⁹Vamos trabalhar agora com notação vetorial.

$$x = Ly = \begin{bmatrix} 500 \\ 2900 \\ 1952 \end{bmatrix}$$

Obs.: acho que não foi especificado, mas aqui devemos estar medindo tudo em preços. Além disso, sendo $x_{ij} = a_{ij}x_j$ podemos recuperar a matriz X :

| | | Setores | | | Demanda | Produção |
|------------------|---|---------|-------|-------|---------|----------|
| | | 1 | 2 | 3 | | |
| Setores | 1 | 45 | 240 | 15 | 200 | 500 |
| | 2 | 90 | 600 | 210 | 2000 | 2900 |
| | 3 | 0 | 144 | 0 | 1808 | 1952 |
| Valor adicionado | | v_1 | v_1 | v_3 | 4008 | |
| Produção | | 500 | 2900 | 1952 | | 5352 |

Onde o total da produção total é apenas a soma da produção de cada setor $\sum_i x_i$. Assim com a demanda total é apenas a soma da demanda de cada setor $\sum_i y_i$. É uma igualdade contábil que o valor adicionado corresponda a demanda, afinal o valor adicionado total é o valor do excedente.

Porém para calcular o valor adicionado por setor, precisamos considerar a produção bruta desse setor x_i e descontar o que foi vendido de outros setores para ele $\sum_j x_{ji}$. Portanto o valor adicionado por setor é $v_i = x_i - \sum_j x_{ji}$. Por exemplo, o setor 1 produziu 500, mas consumiu 45 do próprio setor e 90 do setor 2, então o valor adicionado foi $500 - 90 - 45 = 365$.

Portanto o valor adicionado mede a contribuição de cada setor para a geração de renda, enquanto a demanda final mede o destino final da produção, e coincidem quando agregados para toda a economia.

4.2.4 Contas nacionais e macroeconomia

A contabilidade nacional surgiu a partir do advento da teoria keynesiana, quando o economista inglês John Maynard Keynes, em meados dos anos 1930, escreveu a Teoria Geral do Emprego, do Juro e da Moeda para atacar a teoria então vigente e mostrar que a economia não dispunha de mecanismos automáticos para sair de situações de recessão e desemprego. É interessante apontar a abordagem marginalista do desemprego. Nesta abordagem, todo o desemprego existente era tomado como desemprego voluntário, ou seja, considerava-se que as pessoas que eventualmente não estavam trabalhando encontravam-se em tal situação porque não se dispunham a ofertar sua força de trabalho aos salários vigentes. Em outras palavras, não trabalhavam porque não queriam. A enorme crise dos anos 1930 mostrara a clara inadequabilidade de tal teoria para explicar

a realidade. Keynes, portanto, tentou demonstrar que não existia o tal regulador automático e que, por conseguinte, a maior parte do desemprego era involuntário, vale dizer, decorrente de uma demanda por força de trabalho diminuta e, assim, incapaz de empregar toda a oferta existente. Para conseguir demonstrar essa situação, Keynes teve de fazer uma verdadeira revolução nas ideias econômicas e jogar por terra vários dos postulados que constituíam a espinha dorsal da teoria então dominante.

Para Keynes, a teoria econômica com a qual todos os economistas de então trabalhavam estava dominada, implícita ou explicitamente, pela Lei de Say, aquela que diz que toda oferta cria sua própria demanda, decorrendo daí a falta de preocupação com a construção de uma teoria que explicasse os fatores determinantes do comportamento da demanda agregada

Porém o “consenso keynesiano” foi rompido, em meados da década de 1970, pelo advento da teoria das expectativas racionais, que deu nova vida aos pressupostos que Keynes atacara e recuperou a primazia da teoria ortodoxa. A inflação combinada ao desemprego que marcou o final dos anos 1970 levou a uma onda de questionamentos quanto à pertinência da atuação do Estado como regulador do nível de demanda efetiva e, assim, pôs na dianteira as políticas associadas àquilo que se convencionou chamar neoliberalismo (desregulamentação, controle dos gastos públicos, Estadomínimo, privatizações).

É importante frisar que o sistema de contas nacionais pouco ou nada foi abalado por toda essa reviravolta. As identidades macroeconômicas não são, por si só, indicadoras de relações de causalidade entre as variáveis que as constituem. Hoje, a identidade entre produto, renda e dispêndio não é questionada por ninguém independentemente de se aceitar ou não as relações de causa e efeito que as proposições teóricas keynesianas defendem.

Vamos começar então considerando uma economia fechada e sem governo, se tomarmos renda por Y , consumo por C e investimento por I então: $Y = C + I$. Queremos avançar nossa compreensão, buscando entender na teoria de Keynes, o que determina C e I . Segundo Keynes o principal fator a determinar C é Y . No entanto, dado um aumento na renda, o aumento do consumo é menos do que proporcional àquele, uma vez que existe aquilo que Keynes chamou propensão a consumir, a qual deriva de algo que ele denominou lei psicológica fundamental. Em outras palavras, dado um determinado nível de renda, as famílias consomem boa parte dela, mas também poupam uma parte. A propensão a consumir é muito maior nas famílias de baixa renda (no limite, as famílias de renda extremamente baixa não poupam nada de sua renda, consumindo-a integralmente) e muito maior nas famílias de renda mais elevada. Podemos dizer então que temos uma propensão $0 < c < 1$ de consumir, onde $C = f(Y)$.

Mas considerando que existe uma parcela do consumo que não varia com o nível de renda) e que podemos chamar de consumo autônomo, indicado por C_a , então

$C = C_a + cY$ e também $Y = C_a + cY + I$ ³⁰. Isolando Y temos:

$$Y = \frac{C_a + I}{(1 - c)}$$

Já quanto ao investimento, Keynes defende que ele depende de duas variáveis. Essas variáveis são a taxa de juros r ³¹ a eficiência marginal do capital E_m ³². Podemos escrever que $I = f(r, E_m)$. Assim o investimento é extremamente instável. Como a teoria keynesiana dos determinantes do investimento é extremamente complexa, explicá-la em detalhes demandaria talvez vários capítulos, o que, com certeza, foge ao escopo deste texto.

Retomando a formula para Y , Keynes chamou o termo $1/(1 - c)$ de multiplicador, se escrevermos $M = (1 - c)^{-1}$, então $Y = M(C_a + I)$. Podemos notar que quanto maior a propensão de consumir, isto é, quanto maior c , maior o multiplicador M . Se C_a for estável, então o comportamento de Y fica mais dependente do comportamento de I , que é extremamente instável.

Agora vamos considerar a economia aberta e com governo. Além do consumo privado C , investimento I , vamos considerar os gastos do governo G , as exportações líquidas X e as importações M .

$$Y = C + I + G + (X - M)$$

12. Os agregados mensurados do ponto de vista interno medem o valor total produzido no território do país, independentemente da origem dos fatores responsáveis por essa produção, enquanto os agregados mensurados do ponto de vista nacional consideram o valor adicionado gerado por fatores de produção de propriedade de residentes, independentemente do território onde esse valor é gerado.

Transpondo para essa expressão ampliada as mesmas considerações anteriormente feitas para uma economia fechada e sem governo, podemos perceber que o nível de renda em que opera a economia não depende apenas do consumo e do investimento, mas também dos gastos do governo e das exportações líquidas das importações. Valem também para essas novas variáveis, as mesmas relações anteriormente estabelecidas para C_a e I . Então:

³⁰Suponho que se $I = 0$, então caso $C_a > 0$, necessariamente temos $c < 1$ para que $Y = C$. E ainda mais explicitamente $C_a = (1 - c)Y$.

³¹Mais especificamente a variável é a preferência pela liquidez, isto é, o desejo das pessoas (e bancos) guardarem dinheiro. Mas segundo o economista inglês, esta preferência está na base da determinação da taxa de juros da economia.

³²Ou mais especificamente as expectativas quanto ao rendimento futuro esperado dos bens de capital, isto é, a expectativa de rentabilidade futura de um novo investimento. Esta expectativa determina então a eficiência marginal.

$$Y = \frac{1}{(1 - c)} [C_a + I + G + (X - M)]$$

Uma forma bastante sugestiva de compreender esse processo é pensar num mecanismo de estímulos e desestímulos que estão permanentemente influenciando o nível de renda e de produto. Se há um aumento na parcela autônoma do consumo, ou no investimento, ou nos gastos do governo, ou ainda na demanda externa pelos bens e serviços que a economia em questão produz, qualquer um desses aumentos vai estimular a produção e elevar o nível de renda na magnitude determinada pelo multiplicador.

No caso das exportações, trata-se, na verdade, de um estímulo externo, ou, em outras palavras, de uma injeção de demanda na economia, que provém de um aumento na demanda externa pelos bens e serviços internamente produzidos. Simetricamente, um aumento nas importações representa um vazamento de estímulo, ou seja, uma transferência, para fora da economia, de uma parcela de sua demanda por bens e serviços.

Podemos ainda notar a importância que acabou sendo atribuída ao governo por conta das considerações de Keynes quanto aos determinantes do nível de renda. Se um aumento no nível de renda e produto em que opera a economia pode ser proveniente de uma elevação nos gastos do governo, então cabe a este um importante papel, além daqueles normalmente a ele consagrados.

Uma das óticas de mensuração do produto é justamente a ótica da demanda (dispêndio), a qual mostra a composição do PIB a partir das categorias de demanda tal como estipulado na equação $Y = C + I + G + (X - M)$.

4.2.5 Identidades contábeis

As seguintes identidades derivam das identidades básicas *produto* \equiv *dispêndio* \equiv *renda* e *investimento* \equiv *população*. Mas antes precisamos ter a distinção entre os agregados mensurados do ponto de vista:

- **Interno:** medem o valor total produzido no território do país, independentemente da origem dos fatores responsáveis por essa produção.
- **Nacinal:** consideram o valor adicionado gerado por fatores de produção de propriedade de residentes, independentemente do território onde esse valor é gerado.

Então:

- **Produto Interno:** reflete o produto total produzido no território do país, independentemente da origem dos fatores de produção responsáveis por ele.

- **Renda Nacional:** considera o valor adicionado gerado por fatores de produção de propriedade de residentes, independentemente do território onde esse valor é gerado.

Sendo então:

- $RNB =$ Renda Nacional bruta
- $PIB =$ Produto Interno Bruto
- $RLEE =$ Renda Líquida Enviada ao Exterior

Temos

$$RNB = PIB - RLEE$$

Agora se TUR é Transferências Unilaterais Líquidas Recebidas, então:

$$RDB = RNB + TUR$$

Onde RDB é Renda nacional Disponível Bruta. Com isso podemos reescrever:

$$PIB = RDB + RLEE - TUR$$

Considerando o governo de forma explícita vamos ter a Renda Líquida do Governo (RLG) composta pela soma dos impostos diretos e indiretos e das outras receitas correntes do governo, deduzidas as transferências. Então podemos reescrever:

$$RDB = RPD + RLG$$

Onde RPD é a Renda Privada Disponível. Considerando a natureza da demanda e também a alocação da renda gerada, retomemos por pouco tempo a ideia de uma economia fechada e sem governo. Considerando tal economia, teríamos então por um lado, o produto (Y) é igual à demanda por consumo (C) e à demanda por investimento (I), enquanto, por outro, a renda (Y) é igual a consumo (C) mais poupança (S). Formalmente temos que $Y = C + I$ e $C + S$, então $I = S$.

Introduzindo o governo, temos uma demanda adicional através dos gastos do governo G , então $Y = C + I + G$, e também uma renda adicional através da Renda Líquida do Governo RLG , então $Y = C + S + RLG$ ou

$$I = S + RLG - G = S + S_g = SD$$

Onde $S_g = RLG - G$ é a poupança do governo, e agora S é explicitamente a poupança privada. Também denotamos $SD = S + S_g$ a poupança doméstica, isto é, a

poupança bruta da economia. Isso posto, temos por fim de reintroduzir o setor externo na identidade.

$$I = S + S_g + S_e$$

Que é definida como $s_e = (M - X) + RLEE - TUR$. Podemos demonstrar que podemos obter isso se temos $Y = C + I + G + (X - M) = PIB$ ao olharmos a natureza da demanda, e $Y = C + S + RLG + RLEE - TUR = RDB + RLEE - TUR = PIB$ se olharmos a alocação da renda³³. Então:

$$\begin{aligned} I + G + (X - M) &= S + RLG + RLEE - TUR \\ I &= S + [RLG - G] + [(M - X) + RLEE - TUR] \\ &= S + S_g + S_e \end{aligned}$$

Lembrando que todas essas discussões usa o SNA 93, que não é o mais atual, porém, eu acredito que seria interessante do ponto de vista didático para entender algumas relações matemáticas, e também porque pode ser útil para futuras modelagens.

4.2.6 Problemas de mensuração

As dificuldades envolvidas na mensuração dos agregados são de três tipos:

1. Dificuldades técnicas: as principais dificuldades técnicas deste tipo são
 - (a) a existência de variação nos preços em momentos distintos do tempo e, com isso a necessidade de se distinguir entre contabilidade real e contabilidade nominal;
 - (b) a necessidade de se estabelecer comparações entre países em que os agregados são originalmente estimados em moedas distintas, o que gerou o conceito de paridade de poder de compra (PPP, na sigla em inglês purchase power parity);
2. Dificuldades operacionais: estão relacionadas à existência de atividades econômicas que não são efetuadas por meio de empresas formalmente constituídas e/ou por empresas formalmente constituídas, mas que desempenham parte de suas atividades de modo informal.

³³Note que $RDB = C + S + RLG$, isto é, a Renda Disponível Bruta é a soma entre o consumo e poupança privados, e a renda líquida do governo. E como tínhamos ainda que $RDB = RPD + RLG$ então $RPD = C + S$, ou seja, a renda privada disponível é a soma do consumo e poupança.

3. Dificuldades conceituais: relacionam-se à existência de atividades não monetizadas e aos problemas com o meio ambiente.

Quando se compara um agregado, por exemplo o PIB, em diferentes momentos do tempo, para verificar sua evolução, é preciso se certificar de que a comparação é válida. Do contrário, poderemos ser induzidos a achar que, por exemplo, houve crescimento de uma dada economia em um determinado período, quando, na realidade, pode ter havido apenas elevação dos preços, não pum crescimento real. Para que a comparação seja válida, é preciso comparar os agregados mensurando-os com preços do mesmo momento do tempo. Sem tomar esse cuidado, estaremos observando apenas as variações nominais. A técnica que nos permite comparar o valor das variáveis econômicas a preços de um mesmo momento chama-se deflacionamento e seus instrumentos são os índices de preço³⁴.

Estes índices de preço mensuram a variação dos preços em um determinado período de tempo e aparecem sob a forma de números-índice³⁵. Os índices simples buscam medir a evolução de apenas uma série homogênea de dados, por exemplo se olharmos a produção de trigo a partir dos anos 2000, podemos definir a produção como 100 neste ano, e reescrever a produção nos próximos anos como reescalado pelo valor do ano 2000, por exemplo se em 2001 produção dobrou, então a produção agora é 200.

Já os índices compostos são utilizados quando se torna necessário trabalhar com um conjunto de séries de natureza distinta, por exemplo, preços e quantidades.

Os mais conhecidos dentre os índices de preço são os de Laspeyres³⁶, Paasche³⁷ e Fisher³⁸.

Há também uma forma indireta de se mensurar a evolução dos preços: o deflator implícito do PIB. Trata-se de uma forma indireta porque o índice é construído não a partir do monitoramento dos preços, mas a partir da comparação entre os valores a preços correntes estimados para o produto agregado e os índices de crescimento real apurados a cada período.

A contabilidade nacional distingue entre juros nominais e juros reais porque a inflação incide diretamente sobre o valor dos ativos financeiros de valor nominal constante.

³⁴Um índice de preços é uma medida estatística que sintetiza a variação dos preços de um conjunto de bens e serviços ao longo do tempo em relação a um período de referência. Sua principal função é mensurar a inflação ou deflação e permitir a comparação de valores monetários observados em momentos distintos por meio do deflacionamento.

³⁵Número-índice é uma medida estatística que expressa a variação relativa de uma variável em relação a um período-base, geralmente fixado em 100, permitindo comparar sua evolução ao longo do tempo.

³⁶Mantém fixa as quantidades do período-base: Quanto custaria hoje a cesta que era consumida no ano-base?

³⁷Mantém fixa as quantidades do período atual: Quanto custaria a cesta atual se fosse comprada aos preços antigos?

³⁸Combina os dois, uma média geométrica, isto é \sqrt{AB}

Os ajustes contábeis derivados da existência de inflação em um determinado ano incidem apenas sobre a distribuição da renda entre os diferentes agentes e não sobre o montante dos agregados.

12. Em um contexto inflacionário, a renda nominal de um agente qualquer tenderá a ser maior do que a real se ele for liquidamente um credor, ao passo que a situação deverá ser inversa se ele for liquidamente um devedor.

13. A existência hoje de intensos fluxos de capital entre as diferentes economias e o fato de que a maior parte dos países adota um regime de câmbio em que a taxa de câmbio é determinada pelo mercado (regime de câmbio flutuante) torna essa variável muito mais um reflexo da relação entre oferta e demanda por divisas no contexto do mercado de capitais, do que uma expressão do efetivo poder de compra das diferentes moedas aí envolvidas.

14. Além disso, nem todos os bens e serviços produzidos são tradables (negociados internacionalmente) e há diferenças na política tarifária e de subsídios, e nos custos de transporte entre as diferentes economias. Todos esses fatores fazem com que a taxa de câmbio não seja um conversor eficiente para se comparar o produto de diferentes países. A taxa de câmbio PPP (purchase power parity) procura resolver esse problema.

15. O conhecimento sobre a forma como a economia está se comportando é fundamental para a tomada de decisões sobre produção, investimento e consumo, tanto no âmbito privado quanto público.

17. A incorporação às estimativas do produto agregado do valor produzido pela chamada economia informal enfrenta dificuldades de natureza operacional, uma vez que é bastante difícil identificar e localizar as atividades que a constituem.

8. A economia subterrânea, desenvolvida por empresas formais ou informais, na qual as atividades não são declaradas com o deliberado intuito de escapar de tributos, leis trabalhistas e outras normas legais, é parte da economia informal. Além dessa parte, estimada hoje no Brasil pelo Índice da Economia Subterrânea, a economia informal envolve a atividade produtiva das famílias exercida sem a constituição formal de empresas e as atividades ilegais. Parte da atividade produtiva informal das famílias é capturada pelas CEI Institucionais.

19. A contabilidade nacional procura estimar o valor monetário das atividades não monetizadas, imputando-lhes os valores que elas supostamente teriam se tivessem passado pelo mercado. A decisão sobre quais dessas atividades devem integrar o SCN é quase sempre convencional, uma vez que conceitualmente não há consenso sobre o tema.

20. A expansão acelerada e sem controle da industrialização e das formas urbanas de vida tem provocado a degradação do meio ambiente e tem esbarrado nos limites impostos pelo estoque finito de recursos naturais do planeta.

21. As pressões sobre o meio ambiente decorrentes da produção e do consumo

constituem externalidades negativas, ou seja, custos não valorados pelo mercado e que deveriam de alguma maneira afetar os valores apresentados pelas contas nacionais.

22. Apesar das dificuldades teóricas e técnicas envolvidas nessas estimativas, organismos como a ONU e a OCDE vêm investindo na criação de IDS (Indicadores de Desenvolvimento Sustentável), os quais auxiliariam na tarefa de proceder essa mensuração. No Brasil o IBGE também calcula os IDS. Em sua última versão, de 2004, são 54 indicadores, organizados em quatro dimensões, tal como recomendado pela ONU (social, ambiental, econômica e institucional).

4.3 A moeda

4 posso pulei. To no 5. , 6 posso pular, 10 é curiosidade

4.3.1 7. importância e funções

4.3.2 8. O sistema monetário

4.3.3 9. Inflação

4.4 Indicadores sociais

5 Modelos de regressão com equação única

A teoria econômica faz declarações ou hipóteses principalmente de natureza qualitativa. Já a principal preocupação da economia matemática é expressar a teoria econômica de forma matemática (equações) sem levar em conta se a teoria pode ser medida ou verificada empiricamente. Já a econometria, como está principalmente interessada na verificação da teoria econômica. Entre as áreas relevantes, ainda podemos citar a estatística econômica que busca principalmente a coleta, processamento e apresentação dos dados econômicos. As informações coletadas constituem os dados brutos do trabalho econométrico.

Ainda podemos distinguir entre econometria teórica e econometria aplicada. O primeiro caso trata do desenvolvimento de métodos adequados para medir as relações econômicas especificadas nos modelos econométricos, já no segundo caso utilizamos estas ferramentas para estudar um ou mais campos da economia.

Em termos gerais, a metodologia econométrica tradicional segue os seguintes passos:

1. Exposição da teoria ou hipótese.
2. Especificação do modelo matemático da teoria.
3. Especificação do modelo estatístico ou econométrico.

4. Obtenção dos dados.
5. Estimacão dos parâmetros do modelo econométrico.
6. Teste de hipóteses.
7. Projecão ou previsão.
8. Uso do modelo para fins de controle ou de política.

Para ilustrarmos esses passos, vejamos a conhecida teoria do consumo keynesiana.

1. Exposição da teoria hipótese

A lei psicológica fundamental [...] é que os homens [as mulheres] estão dispostos, como regra e em média, a aumentar seu consumo conforme sua renda aumenta, mas não na mesma proporção que o aumento na renda. (Keynes)

Keynes postulava que a propensão marginal a consumir (PMC), a taxa de variação do consumo por variação de uma unidade de renda, é maior que zero, mas menor que 1.

2. Especificação do modelo matemático da teoria

Função de consumo (relaciona renda e consumo):

$$y = \beta_1 + \beta_2 x \quad 0 < \beta_2 < 1$$

- β_1 e β_2 são parâmetros (intercepto e coeficiente angular)
- $y(x)$ é a variável dependente (independente ou explanatória)

3. Especificação do modelo estatístico ou econométrico**

O modelo determinista deve ser modificado:

$$y = \beta_1 + \beta_2 x + u$$

- u : chamado de distúrbio (ou termo de erro) é uma variável aleatória (ou estocástica)

4. Obtenção dos dados

Para estimar o modelo é preciso de dados.

5. Estimação dos parâmetros do modelo econométrico

É preciso estimar o valor dos parâmetros a partir dos dados. A análise de regressão é a principal ferramenta.

6. Teste de hipóteses

É preciso realizar um teste de hipóteses (ou inferência estatística) para verificar se o resultado é estatisticamente significativo em comprovar ou descartar a teoria hipótese levantada no passo 1.

7. Projeção ou previsão

Se o modelo não refutar a hipótese considerada, podemos utilizar para prever valores futuros.

8. Uso do modelo para fins de controle ou de política

Um modelo estimado pode ser usado para fins de controle ou de formulação de políticas.

Algumas questões importantes:

- A ideia principal por trás da análise de regressão é a dependência estatística de uma variável (dependente) a uma ou mais variáveis (explanatórias).
- O objetivo dessa análise é estimar e/ou prever o valor médio da variável dependente com base no valor conhecido ou fixado das variáveis explanatórias.
- Na prática, o sucesso da análise de regressão depende da disponibilidade de dados adequados.

Além disso, em questões de notação, denotamos $E(y|x)$ como o valor esperado y dado o valor de x , isto é, uma média condicional, em comparação com $E(y)$ que é uma média incondicional. Além disso podemos escrever que:

$$E(y|x) = f(x)$$

Isto é, $f(x)$ representa uma função da variável explanatória x . Esta função pode receber o nome: função de esperança condicional (FEC), função de regressão populacional (FRP) ou regressão populacional (RP).

Evidentemente se temos N pares de medidas (y_i, x_i) , podemos escrever:

$$y_i = E(y|x_i) + u_i$$

Onde o distúrbio estocástico dá a diferença entre o valor particular y_i e o valor esperado $E(y|x_i)$ para o correspondente x_i . Por definição também temos que o valor esperado, isto é, a média de u é 0.

É importante notar que até aqui a discussão se concentrou com os dados de uma população. Frequentemente temos apenas uma amostra desta população, neste caso temos a função de regressão amostral (FRA) e colocamos um "chapéu" na variável dependente e parâmetros:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 x_i$$

Com isso queremos dizer que \hat{A} é um estimador de A . Podemos dizer que o y_i observado pode ser expresso como:

$$y_i = \hat{y}_i + \hat{u}_i$$

Dizemos que esta equação é a versão estocástica da FRA e \hat{u}_i agora ganha o nome de termo residual (na amostra).

Mais algumas questões pertinentes:

- O conceito-chave subjacente à análise de regressão é o de função de esperança condicional (FEC) ou função de regressão populacional (FRP). Nosso objetivo na análise de regressão é verificar como o valor médio da variável dependente (ou regressando) varia com o valor da variável explanatória (regressor).
- Este livro trata principalmente de FRPs lineares, isto é, regressões que são lineares nos parâmetros. Elas podem ou não ser lineares no regressando ou nos regressores.
- Para fins empíricos, o que importa é a FRP estocástica. O termo de erro estocástico, u_i desempenha um papel fundamental na estimação da FRP.
- A FRP é um conceito idealizado, já que na prática muito raramente temos acesso a toda a população que nos interessa. Em geral, temos uma amostra de observações da população. Portanto, utilizamos as funções estocásticas de regressão amostral (FRA) para estimar a FRP.

5.1 Método dos Mínimos Quadrados

Temos a FRP de duas variáveis:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i$$

Mas temos de estimá-lo por meio da FRA:

$$y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 x_i + \hat{u}_i = \hat{y}_i + \hat{u}_i$$

Podemos escrever os resíduos então como:

$$\hat{u}_i = y_i - \hat{y}_i$$

Queremos então minimizar os resíduos:

$$\sum \hat{u}_i^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

O quadrado nos permite ignorar os sinais, isto é, se $y_i - \hat{y}_i < 0$ temos o mesmo resultado se $y_i - \hat{y}_i > 0$, e também maximiza a importância de resíduos maiores em quantidade absoluta. Como os dados (y_i, x_i) são obtidos pela amostra, queremos estimar os valores $(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$, sendo assim a função da soma do quadrado dos resíduos é uma função dos estimadores.

$$\sum \hat{u}_i^2 = f(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$$

Resolvendo por processo de diferenciação, obtemos:

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{\beta}_1 = \bar{y} - \hat{\beta}_2 \bar{x}$$

Calculo

Podemos aplicar o método da regressão linear sobre um grande conjunto de dados para obter a reta que melhor descreve esse conjunto de dados. Evidentemente, para que esse método seja útil, precisamos que exista uma reta que descreva os dados de forma satisfatória. Se tivermos uma única variável independente y que esperamos que seja descrita por uma única variável dependente x de forma linear (uma linha reta), então, para um conjunto de pontos de entrada $\{x_i\}$, queremos encontrar um conjunto de pontos de saída $\{y_i\}$ que pode ser escrito da seguinte forma:

$$y_i = b_0 + b_1 x_i + e_i$$

onde:

- b_0 é a constante de regressão;
- b_1 é o coeficiente de regressão;
- e_i é o erro que obtemos quando tentamos prever y_i a partir de x_i .

Quando aplicamos o modelo de regressão linear, queremos minimizar o erro. Para fazer isso, precisamos de uma medida do erro. Usaremos a soma dos quadrados dos erros:

$$E = \sum_{i=0}^N e_i^2$$

Considerando que temos N pontos. Então, queremos encontrar b_0 e b_1 que minimizem essa quantidade. Podemos reescrever isso como:

$$E = \sum_{i=0}^N (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2$$

Podemos usar o gradiente para encontrar o mínimo de uma função. O mínimo deve satisfazer $\nabla f = 0$. Como queremos encontrar o mínimo para ambos os termos b_j , temos:

$$\nabla E = \left(\frac{\partial E}{\partial b_0}, \frac{\partial E}{\partial b_1} \right)$$

Calculando a derivada para b_0 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial b_0} &= \frac{\partial}{\partial b_0} \sum_{i=0}^N (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 \\ &= \sum_{i=0}^N \frac{\partial}{\partial b_0} (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 \\ &= \sum_{i=0}^N 2(y_i - b_0 - b_1 x_i) \frac{\partial}{\partial b_0} (y_i - b_0 - b_1 x_i) \\ &= \sum_{i=0}^N 2(y_i - b_0 - b_1 x_i) (-1) \\ &= -2 \sum_{i=0}^N (y_i - b_0 - b_1 x_i) \end{aligned}$$

Procedendo de modo similar para b_1 :

$$\frac{\partial E}{\partial b_1} = -2 \sum_{i=0}^N x_i (y_i - b_0 - b_1 x_i)$$

Para minimizar, precisamos que a seguinte condição seja satisfeita:

$$\nabla E = \left(\frac{\partial E}{\partial b_0}, \frac{\partial E}{\partial b_1} \right) = (0, 0)$$

Então:

$$\begin{aligned}
0 &= -2 \sum_{i=0}^N (y_i - b_0 - b_1 x_i) \\
0 &= -2 \sum_{i=0}^N x_i (y_i - b_0 - b_1 x_i)
\end{aligned} \tag{1}$$

Para ter certeza de que se trata de um mínimo e não de um máximo, precisamos verificar se a segunda derivada é positiva:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 E}{\partial b_0^2} &= 2 \sum_{i=0}^N 1 = 2N \\
\frac{\partial^2 E}{\partial b_1^2} &= 2 \sum_{i=0}^N x_i x_i = 2 \sum_{i=0}^N x_i^2
\end{aligned}$$

Como $N > 0$ e $x^2 \geq 0$, temos então a certeza de que é um mínimo. Manipulando a primeira equação em 1, obtemos:

$$\begin{aligned}
0 &= -2 \sum_{i=0}^N (y_i - b_0 - b_1 x_i) \\
0 &= \sum_{i=0}^N y_i - \sum_{i=0}^N b_0 - \sum_{i=0}^N b_1 x_i \\
b_0 \sum_{i=0}^N 1 &= \sum_{i=0}^N y_i - \sum_{i=0}^N b_1 x_i \\
Nb_0 &= \sum_{i=0}^N y_i - \sum_{i=0}^N b_1 x_i \\
b_0 &= \sum_{i=0}^N \frac{y_i}{N} - b_1 \sum_{i=0}^N \frac{x_i}{N} \\
b_0 &= \bar{y} - b_1 \bar{x}
\end{aligned}$$

E para a segunda equação em 1 temos:

$$\begin{aligned}
 0 &= -2 \sum_{i=0}^N x_i (y_i - b_0 - b_1 x_i) \\
 0 &= \sum_{i=0}^N x_i y_i - b_0 \sum_{i=0}^N x_i - \sum_{i=0}^N b_1 x_i^2 \\
 b_1 \sum_{i=0}^N x_i^2 &= \sum_{i=0}^N x_i y_i - b_0 \sum_{i=0}^N x_i
 \end{aligned}$$

Combinando os resultados, ficamos com:

$$\begin{aligned}
 b_1 \sum_{i=0}^N x_i^2 &= \sum_{i=0}^N x_i y_i - b_0 \sum_{i=0}^N x_i \\
 b_1 \sum_{i=0}^N x_i^2 &= \sum_{i=0}^N x_i y_i - \left(\sum_{i=0}^N \frac{y_i}{N} - b_1 \sum_{i=0}^N \frac{x_i}{N} \right) \sum_{i=0}^N x_i \\
 b_1 \sum_{i=0}^N x_i^2 &= \sum_{i=0}^N x_i y_i - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=0}^N y_i \right) \left(\sum_{i=0}^N x_i \right) + \frac{b_1}{N} \left(\sum_{i=0}^N x_i \right)^2 \\
 b_1 \left(\sum_{i=0}^N x_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=0}^N x_i \right)^2 \right) &= \sum_{i=0}^N x_i y_i - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=0}^N y_i \right) \left(\sum_{i=0}^N x_i \right)
 \end{aligned}$$

Então b_1 é:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=0}^N x_i y_i - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=0}^N y_i \right) \left(\sum_{i=0}^N x_i \right)}{\left(\sum_{i=0}^N x_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=0}^N x_i \right)^2 \right)}$$

Ou seja:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=0}^N x_i y_i - N \bar{y} \bar{x}}{\sum_{i=0}^N x_i^2 - N \bar{x}^2}, \quad b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

A partir dessas constantes, montamos a seguinte equação da reta: $x_i \rightarrow w x_i$

$$y = b_0 + b_1 x$$

Comparando com a lei de Pareto linearizada visto anteriormente, temos que a constante de regressão b_0 é $b_0 = b$, e o coeficiente de regressão b_1 é o próprio índice Pareto $\alpha = b_1$ que estávamos buscando. Devemos lembrar que obtemos a forma linearizada da lei de Pareto apenas após aplicarmos \log_{10} . Dessa forma, para verificar se um conjunto de

dados segue uma distribuição de Pareto, devemos aplicar a regressão linear somente depois de calcular a CCDF dos dados e, em seguida, aplicar \log_{10} em ambos os eixos. Em outras palavras, a verificação é feita no gráfico $\log_{10}(w) \times \log_{10}(\overline{F}_x(w))$.

E podemos demonstrar que $b_1 = \hat{\beta}_2$:

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_2 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \\ &= \frac{\sum (x_i y_i - y_i \bar{x} - \bar{y} x_i + \bar{y} \bar{x})}{\sum (x_i^2 - 2x_i \bar{x} + \bar{x}^2)} \\ &= \frac{\sum (x_i y_i - \bar{y} \bar{x}) - N \left(\sum \frac{y_i}{N} \right) \bar{x} - N \left(\sum \frac{x_i}{N} \right) \bar{y}}{\sum (x_i^2 - 2N \left(\sum \frac{x_i}{N} \right) \bar{x} + \bar{x}^2)} \\ &= \frac{\sum x_i y_i - \bar{y} \bar{x} \sum 1 - N \bar{y} \bar{x} - N \bar{x} \bar{y}}{\sum (x_i^2 - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2)} \\ &= \frac{\sum x_i y_i - N \bar{y} \bar{x}}{\sum x_i^2 - \bar{x}^2 \sum 1} = \frac{\sum x_i y_i - N \bar{y} \bar{x}}{\sum x_i^2 - N \bar{x}^2} = b_1\end{aligned}$$

5.1.1 FE

Efeitos Fixos (Fixed Effects): Se temos dados temporais de mais de um país, pode ser que estejamos interessados apenas na variação de cada série ao longo do tempo, desconsiderando diferenças médias de nível entre os países. Um método tipicamente empregado neste caso é subtrair de cada observação a média temporal da respectiva série, de forma que todas fiquem centradas em torno de zero. Em seguida, aplica-se OLS aos dados transformados. Nesse caso, o coeficiente estimado depende apenas das variações internas de cada série ao longo do tempo, com isso estamos interessados apenas no coeficiente angular b_1 e não no intercepto b_0 obtido através do OLS.

5.1.2 Weighted

Weighted: Agora que estamos lidando com diferentes países, pode ser também que, ao aplicar a estimação linear final, queiramos atribuir diferentes pesos para diferentes observações. Para isso, podemos retomar a função erro minimizada pelo OLS, $E = \sum_{i=0}^N e_i^2$, e atribuir diferentes pesos w_i para cada erro $E = \sum_{i=0}^N w_i e_i^2$. Recuperamos o caso do OLS usual quando w_i para todas as observações. O resto de toda dedução de b_1 é análogo considerando agora o termo w_i .

A derivada de b_0 e b_1 tornam-se respectivamente:

$$\frac{\partial E}{\partial b_0} = -2 \sum_{i=0}^N w_i (y_i - b_0 - b_1 x_i)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b_1} = -2 \sum_{i=0}^N w_i x_i (y_i - b_0 - b_1 x_i)$$

Somar os pesos de todos os dados $N(\sum_i^N w_i)$ equivale a somar os pesos de todos os M dados de cada uma das K séries $(\sum_n^K \sum_t^M w_{n,t})$. Como podemos alterar a ordem da soma, então³⁹:

$$\sum_i^N w_i = \sum_n^K \sum_t^M w_{j,n} = \sum_t^M \left(\sum_n^K w_{n,t} \right) = \sum_n^K 1 = M$$

Pois nossos pesos estão distribuídos de forma que se somarmos todos os pesos de todas as séries referente à qualquer tempo t , devemos ter necessariamente 1, isto é $\sum_t w_{n,t} = 1$. Fazendo ainda uma consideração adicional de que os pesos de cada série se mantêm constante no tempo $w_n = w_{n,t}$ podemos retirar w_n do somatório no tempo. Lembrando que minimizar o erro devemos ter $(\frac{\partial E}{\partial b_0}, \frac{\partial E}{\partial b_1}) = (0, 0)$, podemos chegar na primeira equação:

$$b_0 \sum_{i=0}^N w_i = \sum_{i=0}^N w_i y_i - \sum_{i=0}^N w_i b_1 x_i$$

$$b_0 \sum_n^K \sum_t^M w_{n,t} = \sum_n^K \sum_t^M w_{n,t} y_{n,t} - \sum_n^K \sum_t^M w_{n,t} b_1 x_{n,t}$$

$$b_0 M = \sum_n^K w_n \sum_t^M y_{n,t} - \sum_n^K w_n b_1 \sum_t^M x_{n,t}$$

$$b_0 = \sum_n^K w_n \frac{\sum_t^M y_{n,t}}{M} - \sum_n^K w_n b_1 \frac{\sum_t^M x_{n,t}}{M}$$

$$b_0 = \sum_n^K w_n \bar{y}_n - b_1 \sum_n^K w_n \bar{x}_n$$

$$b_0 = \hat{y} - b_1 \hat{x}$$

Ou seja, temos algo bastante similar ao caso do OLS normal. Com a diferença que agora ao invés de termos apenas uma média sobre todos os dados, temos um somatório da média de cada série multiplicada pelo peso que atribuídos a esta série.

³⁹Estamos considerando que todas as séries tem o mesmo tamanho $K \cdot M = N$.

Essencialmente substituímos $\bar{z} \rightarrow \sum_n^K w_n \bar{z}_n = \hat{z}$. Agora quanto a segunda equação temos:

$$\begin{aligned} b_1 \sum_n^K w_n \sum_t^M x_{n,t}^2 &= \sum_n^K w_n \sum_t^M x_{n,t} y_{n,t} - b_0 \sum_n^K w_n \sum_t^M x_{n,t} \\ b_1 \sum_n^K w_n \sum_t^M x_{n,t}^2 &= \sum_n^K w_n \sum_t^M x_{n,t} y_{n,t} - b_0 M \sum_n^K w_n \bar{x}_n \\ b_1 \sum_n^K w_n \sum_t^M x_{n,t}^2 &= \sum_n^K w_n \sum_t^M x_{n,t} y_{n,t} - b_0 M \hat{x} \end{aligned}$$

Combinando os resultados, ficamos com:

$$\begin{aligned} b_1 \sum_n^K w_n \sum_t^M x_{n,t}^2 &= \sum_n^K w_n \sum_t^M x_{n,t} y_{n,t} - (\hat{y} - b_1 \hat{x}) M \hat{x} \\ b_1 \left(\sum_n^K w_n \sum_t^M x_{n,t}^2 - M \hat{x}^2 \right) &= \sum_n^K w_n \sum_t^M x_{n,t} y_{n,t} - M \hat{y} \hat{x} \end{aligned}$$

Então b_1 é:

$$b_1 = \frac{\sum_n^K w_n \sum_t^M x_{n,t} y_{n,t} - M \hat{y} \hat{x}}{\left(\sum_n^K w_n \sum_t^M x_{n,t}^2 - M \hat{x}^2 \right)}$$

Ou ainda se quisermos retomar a notação sobre todo o conjunto de dados, associando um peso w_i a cada dado i , de forma mais geral:

$$b_1 = \frac{\sum_i^N w_i x_i y_i - \frac{1}{M} \left(\sum_i^N w_i y_i \right) \left(\sum_i^N w_i x_i \right)}{\left(\sum_i^N w_i x_i^2 - \frac{1}{M} \left(\sum_i^N w_i x_i \right)^2 \right)}$$

Mas lembrando que só obtemos isso considerando que todas as séries tem o mesmo tamanho e que o somatório dos pesos sobre todas as séries para qualquer t deve ser 1. Comparando ao b_1 anterior, Trocamos o tamanho total da população pelo tamanho de cada série e inserimos um peso em cada um dos somatórios.

Parte III

Econofísica

6 O que é?

Altmann nos oferece uma abordagem unificadora sobre o uso das leis estatísticas na investigação dos sistemas complexos, isto é, existe uma abordagem única que é aplicada na investigação de diferentes leis estatísticas[2]. Esse padrão na forma como a investigação é conduzida para diferentes casos particulares é um dos primeiros sinais de que esse conjunto de casos particulares constitui uma área de investigação dotada de uma metodologia científica particular. Veremos mais adiante como também utilizamos esta abordagem na investigação da econofísica em específico.

Começaremos, então, reconhecendo que a identificação de padrões é uma etapa de grande importância no processo de investigação científica de forma geral. Esta é uma etapa fundamental da investigação científica na própria física, como é tradicionalmente concebida. Dessa forma, a primeira conexão que podemos estabelecer entre a econofísica e a física tradicional consiste exatamente na centralidade do processo de identificação de padrões na prática científica. Uma das primeiras exigências da econofísica consiste, então, na aplicação desta ferramenta científica mais geral, evidentemente agora aplicada dentro do contexto econômico; ou seja, isto nada mais é que uma “extensão” de uma prática científica já consolidada.

Porém, esta afirmação deve ser realizada com certo cuidado, uma vez que o estudo das leis estatísticas remonta ao nascimento de muitas disciplinas científicas no século XVII. A origem da ideia de que diferentes conjuntos de dados e fenômenos podem ser descritos por uma mesma função ou distribuição universal está intimamente relacionada com a tentativa de alargar o sucesso dos métodos quantitativos nas ciências naturais (especialmente a física clássica) para as ciências biológicas e sociais por meio da estatística. Esta ideia desempenha um papel central nos trabalhos do cientista francês Pierre-Simon Laplace (1749-1827) e do belga Adolphe Quételet (1796-1874) na primeira metade do século XIX. Quételet, por exemplo, buscou identificar padrões em dados relativos ao nascimento, à idade de casamento, a atividades criminosas e às taxas de mortalidade.

Karl Marx (1818-1883), no século XIX, também propunha uma aproximação entre o que entendemos hoje de forma geral como as áreas das ciências da natureza e das ciências humanas

Conhecemos uma única ciência, a ciência da história. A história pode ser examinada de dois lados, dividida em história da natureza e história dos

homens. Os dois lados não podem, no entanto, ser separados[91]...

Companheiro intelectual de Marx, Friedrich Engels (1820-1895) segue pelo mesmo caminho e, de forma mais explícita, sugere a existência de leis internas universais no desenvolvimento da história humana, análogas às leis naturais, de certa forma, adiantando que a multiplicidade de interesses e objetivos de cada indivíduo que compõe um sistema exige uma modelagem que seja capaz de lidar com o “acaso”.

... o curso da história é regido por leis internas universais. Pois, também aqui, apesar dos objetivos conscientemente queridos de todos os indivíduos, domina aparentemente à superfície, grosso modo, o acaso. Só raramente acontece o querido; na maioria dos casos, os múltiplos objetivos queridos entrecruzam-se e contradizem-se, ou esses mesmos objetivos são de antemão irrealizáveis, ou os meios são insuficientes. Assim, os choques das inúmeras vontades individuais e ações individuais conduzem a um estado que é totalmente análogo ao que domina na Natureza desprovida de consciência[49].

O termo “física social” ficou associado, então, a este campo emergente de estudos sociais quantitativos. Este termo também foi adotado pelo positivista francês Auguste Comte (1798-1857). Embora Comte tenha mais tarde transitado para os termos “Sociologia” e “Ciências Sociais”, que se tornaram mais prevalentes, a “sociofísica” ou “física social” persistiu no século XX e continua a ser utilizada, frequentemente associada a modelos inspirados na física (da matéria condensada).

Antes de prosseguirmos, faz-se necessária uma definição de sistemas complexos: sistemas complexos são sistemas compostos por vários componentes microscópicos que interagem entre si, dando origem a fenômenos não triviais em escalas macroscópicas. Esses fenômenos, que não podem ser encontrados nos componentes individuais do sistema, são chamados de fenômenos emergentes, isto é, propriedades que emergem a partir da interação entre os componentes do sistema.

No contexto de sistemas complexos, esses padrões costumam ser descritos não por meio de leis determinísticas, como podemos encontrar, por exemplo, na mecânica clássica, mas sim por meio de leis estatísticas. Precisamos, então, definir o que queremos dizer com lei estatística: no contexto que estamos trabalhando, as leis estatísticas são propriedades emergentes com características estatísticas inerentes. A explicação dessas leis deve ser obtida por meio da consideração de modelos microscópicos que conduzem à observação da lei estatística em escalas macroscópicas.

Podemos então presumir que a lei estatística é uma lei matemática que diferentes sistemas exibirão; isto é necessário para fazer jus ao nome de “lei”. Ela também é necessariamente de natureza estatística; isto é, a lei se dará em termos de grandezas

estatísticas, o que é necessário para fazer jus ao nome de “estatística”. Ela se dará, por exemplo, em termos de distribuições, probabilidades, médias, etc; ou seja, valores que só podem ser obtidos através de uma grande quantidade de medidas. E também temos definição que esta lei é necessariamente uma propriedade emergente de um sistema complexo.

A partir dessas definições, somos capazes tanto de começar a delimitar qual é o nosso objeto de estudo (sistemas complexos que apresentam uma lei estatística como propriedade emergente) quanto de caracterizar o método de investigação adotado (a descrição de padrões observados no sistema por meio de leis estatísticas em um primeiro momento e a utilização de modelos microscópicos capazes de gerar essa lei macroscópica em um segundo momento). Evidentemente, a validade de uma lei estatística dependerá de qual sistema estamos analisando e do seu contexto; só podemos esperar que uma lei estatística sobre a distribuição de riqueza em países capitalistas seja válida dentro do contexto dos países capitalistas.

Altmann descreve esta forma de fazer ciência como um novo paradigma na investigação da realidade social. Para entendermos melhor as implicações desta afirmação, podemos trabalhar com um exemplo. Por volta do fim do século XX, o físico Felix Auerbach (1856-1933) notou uma regularidade na população das cidades da Alemanha. Quando fez um ranking das cidades, tendo como critério a sua população, sendo $r = 1$ a cidade mais populosa e $r = R$ a menos populosa, e a população da cidade r sendo dada por N_r , então foi obtida a seguinte lei estatística:

$$N_r = \frac{A}{r}$$

Onde A é uma constante aproximadamente igual a população da cidade mais populosa N_1 . Auerbach percebeu que a observação valia também para outros países e, através de generalizações posteriores, tornou-se uma das leis estatísticas mais famosas, a lei do tamanho das cidades de Auerbach-Lotka-Zipf.

O potencial das leis estatísticas pode ser visto neste exemplo. Elas são funções com poucos parâmetros (A) e são propostas para descrever um grande conjunto de dados (cidades) em diferentes cenários (países). Isso permite não apenas um resumo dos dados, mas também análises analíticas, além de abrir a possibilidade para reflexões teóricas. Os estudos das leis estatísticas não devem ser encarados como meras curiosidades; a investigação dessas leis pretende revelar as propriedades mais fundamentais do sistema investigado.

Na tradição da física social, as leis estatísticas eram vistas como semelhantes às leis empíricas da física. Sendo assim, o termo física social estava associado à busca de comportamentos semelhantes a leis físicas na sociedade. A ideia de que existiam leis relacionadas à sociedade, assim como a mecânica de Newton se relacionava com

o movimento dos planetas, era compartilhada por muitos cientistas no final do século XVII. A expectativa da física social era a de que ela evoluiria como disciplina de forma semelhante ao desenvolvimento historicamente construído da mecânica clássica:

Observações \longrightarrow Leis Empíricas \longrightarrow Leis Universais

Ou seja, primeiro a comunidade científica realiza um grande conjunto de observações, prossegue, então, para a extração de diversas leis empíricas pontuais dessas observações e, como último passo, a partir das leis empíricas, abstrai leis mais gerais que explicam tanto as leis empíricas para diferentes casos particulares quanto os dados observados como um todo. Como exemplo de leis empíricas, podemos citar Kepler e Galileu, e como lei universal, temos Newton. Podemos entender o escopo como a diferença fundamental, enquanto as leis empíricas têm uma validade mais limitada uma lei universal nos fornece uma descrição mais fundamental e universal da realidade, incluindo a explicação de diversas leis empíricas.

Nessa perspectiva, as leis estatísticas desempenham o papel de leis empíricas, constituindo a etapa intermediária crucial entre as observações empíricas e o desenvolvimento de teorias de validade geral. Isto é, algo temporário, até que sejamos capazes de desenvolver uma lei universal. Porém, esta analogia simplista ignora a natureza estatística crucial das leis estatísticas, que são fundamentalmente diferentes da lei de Kepler.

Até o momento, as expectativas para o desenvolvimento da física social seguindo este caminho não foram confirmadas, nem há indícios de que surgirá uma teoria unificada semelhante à Mecânica Clássica. No entanto, um aspecto útil dessa visão ingênua, mantido nas aplicações contemporâneas das leis estatísticas, é a expectativa de que elas conectem observações a modelos teóricos, mesmo que isto não proceda de forma totalmente análoga ao desenvolvimento da mecânica newtoniana.

As primeiras leis estatísticas foram fundamentais para o nascimento da estatística como disciplina, uma vez que transmitiram o potencial do pensamento estatístico e probabilístico a todas as ciências. O desenvolvimento dessas ideias descreveu com sucesso muitas das regularidades observadas como sendo consequência de flutuações aleatórias e também contribuiu para o desenvolvimento da própria Física através dos trabalhos de Maxwell (1831-1879) e Boltzmann (1844-1906) na Mecânica Estatística. Uma reviravolta irônica dos acontecimentos, uma vez que a física surge como um modelo padrão de ciência, mas acaba sendo ela mesma revolucionada com o advento da mecânica estatística.

As leis estatísticas da física social diferem, então, das leis empíricas da física tradicional no sentido de que não necessariamente possuem um caráter “transitório”, existindo apenas enquanto aguardamos o desenvolvimento de uma teoria universal mais geral da

qual podemos deduzir a lei estatística. Porém, isso não impede que a lei estatística conecte a observação a um modelo teórico mais geral.

Por exemplo, ainda que obtenhamos uma formulação microscópica satisfatória das regras de interação entre os agentes que leva a uma distribuição de renda que obedece a lei estatística de Pareto, a partir deste conjunto de leis não podemos obter diretamente a distribuição. O que podemos fazer é realizar uma simulação e, com os dados gerados a partir dessa simulação, podemos, então, negar (ou não) que este conjunto de regras é capaz de gerar a lei estatística investigada. Mas, se quiséssemos realizar uma análise analítica sobre a distribuição, retomariamos a lei estatística de Pareto. Neste exemplo, a lei de Pareto não pode ser deduzida diretamente a partir da descrição microscópica do sistema e conserva um papel a desempenhar na investigação deste sistema.

Além disso, tanto as leis estatísticas quanto os modelos microscópicos podem se inserir conjuntamente em uma discussão teórica mais ampla sobre o fenômeno analisado. Segundo alguns teóricos, a própria econofísica pode ser vista como um braço da economia. Um outro desenvolvimento possível das pesquisas nesta área consiste na proposta não de uma lei universal, mas sim de um modelo microscópico mais geral capaz de reproduzir não apenas uma, mas múltiplas leis estatísticas.

Dessa forma, é o uso combinado das leis estatísticas e modelos microscópicos nos sistemas complexos que caracteriza esta abordagem. Há três mudanças que merecem ser destacadas na forma como se trabalha na física social causadas pela adesão a abordagem baseada em sistemas complexos:

1. Não ver as leis estatísticas como um simples efeito independente e agregado de influências aleatórias que se espera encontrar em partes individuais do sistema, mas sim como uma propriedade emergente de um sistema complexo.
2. O interesse nas leis vai além de aplicações práticas ou discussões filosóficas; são motivações e justificativas para propostas de modelos mecanísticos dos fundamentos microscópicos do sistema.
3. A explicação teórica das leis não segue o paradigma da mecânica clássica, mas o da mecânica estatística, isto é, baseada em modelos probabilísticos.

Esta abordagem começou a se desenvolver na metade do século XX. Para que a sociofísica se desenvolvesse como existe hoje, foi necessário tanto o desenvolvimento teórico na área de sistemas complexos quanto o desenvolvimento material da sociedade que permitisse a existência de forma acessível de poder computacional suficiente. Cientistas do passado, ainda que estivessem munidos das melhores intenções, encontraram-se necessariamente limitados pelo contexto em que estavam.

No mesmo sentido, a disponibilidade atual de grandes conjuntos de dados, diferente de períodos anteriores, é o que permite que, atualmente, confrontemos as leis estatís-

ticas propostas com dados reais. Assim, somos capazes de estender suas aplicações a novos casos, obter novas leis ou abandonar leis que foram formuladas erroneamente, se for o caso.

6.1 Formalização da lei estatística

Continuamos nos apoiando no trabalho de Altmann que nos fornece uma definição mais robusta de lei estatística[2]: uma lei estatística (em sistemas complexos) é uma função que:

1. Foi proposta para descrever um grande número de observações em diferentes cenários (universalidade);
2. É elementar ou uma composição de funções elementares com um pequeno número de parâmetros e dimensões (simplicidade);
3. Desempenha um papel importante em uma teoria ou modelo (conexão teórica).

Tipicamente, uma lei estatística se aplica a um conjunto de dados e descreve a frequência de observação de alguma coisa ou a relação entre duas propriedades do sistema observado. É esperado que a lei seja válida para todos os casos similares, não se restringindo a apenas um caso. A segunda condição pode ser expressa de forma matemática, afirmando que a dimensão da função deve ser muito menor que o número de observações. Existe uma ideia implícita de que se deve buscar a menor quantidade possível de parâmetros, visando a simplicidade. E, por fim, estas leis possuem, então um papel central de servir como uma conexão teórica entre os dados observados e modelos microscópicos que devem fornecer uma explicação mecanicista da lei e/ou serem usados em uma teoria mais geral sobre os fundamentos deste sistema.

É interessante apresentarmos um contra-exemplo. A simples distribuição gaussiana da altura dos humanos não é uma lei estatística nesta definição, pois falha na condição (3). Algo semelhante pode ser afirmado sobre modelos construídos para serem ajustados a um dado específico. Também não são leis estatísticas, pois não possuem validade universal (1) e nem provém uma ideia que favoreça a intuição sobre uma teoria mais geral que explique os dados (3).

É natural a existência de um certo ceticismo sobre a possibilidade de generalizar algo como “leis estatísticas” e mesmo sobre a existência de regularidades universais na economia[61].

Rickles reconhece que, por essa dúvida estar baseada na ideia de livre arbítrio do homem, a defesa da existência de leis a níveis coletivos não é uma questão fácil de responder. No entanto, ele considera necessário também reconhecer que não somos livres para agir literalmente de qualquer maneira. O comportamento das pessoas é limitado

pela condição social em que se encontram, assim como por restrições biológicas, como a natureza física do cérebro e do corpo humano. Assim, em algum nível, é possível aceitar à ideia da existência de leis que restringem a distribuição empírica de possíveis comportamentos humanos, ainda que de forma limitada e aberta a debate[106].

Da mesma forma que é possível considerar justo o ceticismo quanto à existência de leis no nível coletivo, também podemos ser céticos quanto a ausência dessas leis. Afinal, como Rickles coloca, esta também é uma suposição sobre como o mundo é e que é apresentada sem argumentos de apoio que sejam mais fortes que sua contraparte. De toda forma, a ciência deve estar pronta para ser reexaminada no que diz respeito à existência das leis sempre que for necessário, porém a defesa da existência da universalidade de leis estatísticas decorre da observação de que estas leis aparentam serem motivadas, justificadas, usadas e estudadas de forma similar.

De maneira geral, a abordagem de raciocinar com as leis estatísticas segue uma sequência de três passos conectados[2]:

1. Definição e validação: Começamos com uma análise empírica. O passo inicial é, inevitavelmente, análogo a toda ciência. A análise de um grande conjunto de observações. É neste momento que vamos observar algum padrão nos dados e propor uma lei estatística. Também é neste momento que vamos testar a validade da lei proposta em outros conjuntos de dados. Neste passo, também podem ocorrer diversas reformulações, generalizações, modificações e toda a sorte de processos científicos tradicionais.

Na sequência, os próximos dois passos acontecem de forma paralela; isto é, em posse da lei estatística proposta no passo anterior, temos dois possíveis caminhos a percorrer:

2a. Explicação da lei: a explicação da lei estatística através de um modelo generativo, isto é, um modelo microscópico capaz de gerar uma distribuição que obedeça à lei estatística. Após ser considerado que a lei estatística é empiricamente válida, uma primeira possível questão a ser investigada é sua origem. É com isso em mente que propomos modelos mecanísticos simples que gerem observações que satisfaçam às leis estatísticas.

2b. Consequências da lei: uma segunda pergunta que surge após considerarmos que a lei estatística é válida é quais são as consequências dessa lei. Uma extrapolação de suas consequências para além do que observamos até então, isto é, predições baseadas na própria lei, a sua relação com outras leis, as consequências do uso desta lei como restrição em outros modelos, etc... A capacidade preditiva de uma lei é algo tipicamente esperado em disciplinas científicas, especialmente nas ciências da natureza

De modo sucinto, a investigação de sistemas complexos por meio de suas leis estatísticas é possível com a existência de três elementos fundamentais: o sistema complexo a ser investigado, uma lei estatística (macroscópica) emergente deste sistema e um modelo generativo (microscópico) capaz de reproduzir a lei estatística. Este é o mé-

tudo padrão de investigação explorado por Altmann e que caracteriza a econofísica moderna.

6.2 Modelo generativo microscópico

Não há, por definição, uma única abordagem possível para a construção do modelo microscópico. Vamos adotar a modelagem baseada em agentes (MBA) como o conceito usado para construir nossos modelos. Sobre isso, uma recomendação de leitura é o livro publicado pelos desenvolvedores do NetLogo[129], um popular software voltado para a modelagem baseada em agentes.

De forma geral, um modelo é sempre uma abstração da realidade, ou seja, uma representação simplificada que preserva uma equivalência adequada para determinadas situações, de forma que pode ser vista como uma visão substitutiva da realidade para facilitar o raciocínio[40, 62].

A eficiência de um modelo depende da correta tradução da realidade para o modelo no ato de modelar, que, por sua vez, é exatamente o ato de simular a realidade através de modelos. É por isso que é importante pensar no modelo antes do próprio ato de modelagem começar, identificar as variáveis relevantes para o problema que será abordado e definir a linguagem que será utilizada, pois a elaboração do modelo depende desses pontos cruciais[40]. Como um modelo é uma simplificação da realidade, é possível que uma mesma realidade seja modelada de diferentes formas, já que nenhum modelo é a realidade em si. Temos como exemplo a forma mais tradicional de modelagem científica de processos dinâmicos: equações diferenciais (*equation based modeling* - EBM).

Outra forma de modelagem que tem se tornado cada vez mais popular é a modelagem baseada em agentes (*agent based model* - ABM). Esta é uma forma de modelagem computacional na qual a dinâmica de um sistema complexo (social, biológico, etc) é representada em termos dos agentes e suas interações. Os agentes, por sua vez, são indivíduos computacionais autônomos que possuem propriedades e regras de comportamento que regem sua interação com outros agentes e com o ambiente.

Sistemas complexos são definidos como sistemas compostos por múltiplos elementos individuais que interagem entre si e apresentam um comportamento que não pode ser previsto a partir dos próprios elementos[129]. Como resultado das interações entre os elementos distribuídos, surge, então, um “fenômeno emergente”, característico de sistemas complexos. Por sua vez, o fenômeno emergente possui duas características essenciais: A primeira é que as estruturas que emergem não podem ser deduzidas apenas das propriedades dos elementos, pois surgem da interação entre eles; ou seja, são propriedades do sistema e não dos elementos que o compõem. A segunda característica é a auto-organização, isto é, o fenômeno surge espontaneamente sem a presença de um coordenador central. A emergência pode ser compreendida como o processo que

mantém esta estrutura.

A ideia central da modelagem baseada em agentes é a proposta de que a maioria dos fenômenos do mundo real podem ser efetivamente modelados com agentes, um ambiente e uma descrição das interações agente-agente e agente-ambiente. O objetivo deste tipo de modelagem é criar agentes e regras que gerem o comportamento desejado. Dentro da abordagem que estamos discutindo, o comportamento desejado é apresentado na forma de leis estatísticas. Uma vez criados, esses sistemas podem ser usados para obter um melhor entendimento do fenômeno modelado por meio da experimentação de diferentes regras e propriedades, visando testar diferentes hipóteses.

Há 8 principais usos para um modelo baseado em agentes[129]:

1. **Descrição:** descreve de maneira simplificada um sistema do mundo real;
2. **Esclarecimento:** aponta os principais mecanismos de um fenômeno;
3. **Experimentação:** pode ser executado repetidamente, onde é possível variar os parâmetros para observar seus efeitos no comportamento do sistema como um todo e em sua saída;
4. **Fontes de analogia:** é possível encontrar similaridades com outras simplificações, mesmo que modelem fenômenos aparentemente muito diferentes;
5. **Comunicação/educação:** pode ser usado para permitir que as pessoas explorem e entendam melhor determinados fenômenos sem a necessidade de dominar todos os detalhes do modelo, facilitando o aprendizado;
6. **Prover peças centrais para o diálogo científico:** também chamado de “um objeto com que pensar”, quando comparado com modelos textuais, elimina ambiguidades de interpretação, possibilitando discutir quais mecanismos são importantes para gerar determinado comportamento através da remoção ou adição de mecanismos de maneira mais objetiva;
7. **Experimento mental:** não precisa necessariamente representar um fenômeno do mundo real, podendo restringir-se a um experimento mental;
8. **Predição:** a partir da descrição de padrões passados, espera-se que seja possível explicar padrões futuros que possam surgir.

Esta abordagem de construção de modelos generativos, utilizando a modelagem baseada em agentes, é também consistente com as exigências propostas por Achilles, conforme discutido por Rickles dentro da perspectiva da econofísica sobre quais elementos devem constituir um modelo teórico na ciência. Segundo Rickles, para Achilles, um modelo teórico na ciência deve conter, então, cinco características[106]:

1. É um conjunto de suposições sobre algum objeto ou sistema.
2. Essas suposições atribuem uma estrutura interna, composição ou mecanismo que se manifestam em outras propriedades exibidas pelo objeto ou sistema.
3. Essas suposições são tratadas como uma aproximação simplificada útil para determinados fins.
4. O modelo é proposto dentro de um arcabouço constituído por teorias mais fundamentais.
5. O modelo pode apresentar uma analogia entre o objeto ou sistema descrito e algum outro objeto ou sistema.

Este tipo de modelagem parte de um conjunto de suposições sobre o comportamento dos agentes (1), as quais são, por definição, aproximações simplificadas e úteis para fins de modelagem (3). A partir dessas suposições, considera-se que as propriedades emergentes do sistema resultam diretamente da estrutura interna atribuída a esse sistema (2). Estes modelos também costumam ser propostos dentro de um arcabouço teórico mais amplo, tipicamente o da mecânica estatística pelo aspecto quantitativo (4), e operam como uma analogia entre diferentes sistemas (5).

Uma vez que a abordagem de ABM é a que os físicos e os cientistas, em geral, estão mais habituados a utilizar para modelar um sistema, resulta, portanto, natural fazermos uma rápida comparação entre ambas as estratégias de modelagem: EBM e ABM. Uma diferença importante é que a ABM pode modelar populações heterogêneas de agentes com facilidade, enquanto a EBM geralmente parte da hipótese de homogeneidade (*mean field*). Em muitas áreas, a heterogeneidade desempenha um papel central. Da mesma forma que a ABM pode ser utilizada para modelar interações complexas entre agentes, também pode ser utilizada para modelar interações complexas entre agentes e o ambiente, onde o ambiente é representado por agentes estacionários. Este é um caso que pode ser encontrado, por exemplo, quando utilizamos ferramentas de modelagem baseada em agentes para modelar autômatos celulares. Assim, além de a ABM ser indicada para situações em que há heterogeneidade entre os agentes, também é recomendada quando há um ambiente heterogêneo, sugerindo que, quando a heterogeneidade é uma característica importante do sistema, a ABM tende a ser a melhor escolha de modelagem.

Outra vantagem é que, enquanto para modelar com equações precisamos ter um bom conhecimento fenomenológico dos mecanismos internos do sistema de interesse, na ABM precisamos apenas das regras a nível de indivíduos, o que geralmente é mais direto de se obter. Um grande risco no processo de modelagem como um todo é modelarmos os efeitos e não as causas [93, 40]. Pela natureza da abordagem mais

direta a nível individual da ABM, partimos exatamente da ideia de modelar essas interações para que o fenômeno emergente de nosso interesse seja, então, o resultado do comportamento do nosso sistema, permitindo que, assim, naturalmente, foquemos na causa para entendermos o efeito.

Os resultados da ABM também são mais detalhados, uma vez que as saídas não são apenas a nível do sistema, mas também a nível individual. Outra diferença óbvia é que a ABM representa resultados com indivíduos de forma naturalmente discreta e frequentemente com flutuações (quando se incluem probabilidades, o que é uma prática comum no uso de ABM), enquanto a EBM fornece uma representação contínua e sem ruído do mesmo sistema.

A modelagem baseada em agentes também possui uma concepção de tempo mais rica quando comparada a outras técnicas de modelagem, pois permite observar os indivíduos interagindo ao longo do tempo. Porém, como qualquer modelo, há situações em que o custo de construir uma ABM excede seus benefícios. De maneira geral, se o problema envolve um grande número de agentes homogêneos, será possível obter uma solução mais acurada e em menor tempo usando uma solução como campo médio.

Quanto ao custo computacional, há uma relação de custo e benefício: resultados mais detalhados são obtidos com modelos mais complexos que exigem maior poder de processamento e armazenamento. De maneira geral, a ABM é computacionalmente mais pesada do que a EBM, uma vez que esta última é relativamente simples, pois frequentemente consiste em um pequeno conjunto de equações que podem ser resolvidas numericamente ou até mesmo por meio da análise do sistema em torno dos pontos de equilíbrio.

Por fim, vale destacar que a modelagem baseada em agentes permite manter um histórico de interação entre os agentes, e esse histórico pode servir para que o agente altere seus comportamentos e estratégias com base em eventos passados. Isso torna esta ferramenta muito útil quando se modelam interações complexas de agentes adaptativos. Devido a forma como os ABM são construídos, novas regras de interação podem ser adicionadas, removidas ou alteradas com relativa facilidade.

Como pode-se perceber, a modelagem baseada em agentes é mais um conceito para a construção de um modelo do que uma “receita”. E a escolha entre ABM e EBM depende do que e como queremos modelar; não há um método intrinsecamente superior ao outro.

A modelagem baseada em agentes é uma modelagem que utiliza agentes, que, por sua vez, são um tipo de inteligência artificial (IA); assim, é útil ter um pouco de familiaridade com esses conceitos. Inteligência artificial é o campo que visa construir sistemas que funcionarão de forma autônoma em ambientes complexos, podemos definir inteligência artificial como o estudo de sistemas que recebem entradas do ambiente e executam ações para retornar alguma saída de forma autônoma[40].

Agentes autônomos são uma abordagem no estudo da IA, fortemente inspirada na biologia[40, 81]. Um agente nada mais é do que um sistema que, por meio de sensores, consegue perceber o ambiente e agir sobre ele de forma autônoma, uma vez que suas operações são realizadas sem a interferência do usuário. O sistema que forma o agente, de maneira geral, pode ser constituído de *software* e *hardware* permitindo, que o sistema manipule um ambiente real.

O conceito de sistema multiagente (*multiagent system* - MAS) diz respeito a uma aplicação de agentes, onde há vários agentes, do mesmo ou de diferentes tipos, que trabalham de forma colaborativa para completar uma tarefa ou resolver um problema. Uma característica importante é que eles compartilham o mesmo ambiente, sendo necessária, portanto, uma estrutura (*framework*) que permita a comunicação e a coordenação entre os agentes.

Uma simulação construída por meio da ABM (também chamada de *agent based modelling and simulation* - ABMS) é um sistema multiagente em um ambiente simulado com um tempo virtual[13]. Dentro da nossa modelagem, o sistema do agente é constituído apenas de *software*, sendo apenas um programa, um agente de existência virtual que percebe e opera sobre um ambiente igualmente virtual. Podemos destacar ainda que, apesar de se sobreporem muitas vezes, MAS e ABMS são tradicionalmente discutidas na literatura sob diferentes enfoques[108].

O objetivo da ABM costuma ser entender alguma propriedade emergente que surge do comportamento coletivo dos agentes, sendo mais usado em ciências, enquanto a MAS tem o objetivo de resolver algum problema em particular, sendo mais comumente utilizada nas engenharias. Devido a enorme variedade de aplicações, na literatura ainda podemos encontrar outros nomes para modelos construídos através da ABM, dependendo muitas vezes do enfoque, como, por exemplo, *agent-based simulation* e *agent-based systems* que possuem a mesma abreviatura (ABS), *agent-based social simulation* (ABSS) que ainda é sub-dividido em três categorias - *social aspects of agent systems* (SAAS), *multi-agent based simulation* (MABS) e *social simulation* (SocSim)-além do próprio MAS, que aparece também como sinônimo em parte da literatura[108].

Antes de concluirmos esta sessão, vale destacar a importância do conhecimento de alguns princípios básicos para uma boa modelagem. É comum a necessidade de um conhecimento matemático, pois, para uma modelagem computacional, precisamos abstrair matematicamente o sistema que queremos modelar. Porém, outros conhecimentos específicos serão necessários e irão depender do sistema que estamos modelando. Uma vez que o cientista responsável pela modelagem precisa trabalhar com observações da natureza que fogem do seu domínio principal, passa a ser obrigatório apoiar-se em modelos já consolidados, consultar a literatura e/ou trabalhar de forma colaborativa com especialistas de outras áreas.

Uma vez que construímos um modelo satisfatório, um dos papéis mais importantes

da modelagem é a simulação. Pois é através dela que podemos determinar quão próximo da realidade o modelo está. A partir do momento em que temos um grau de fidelidade aceitável no aspecto que o modelo se propõe a modelar, podemos criar situações que são difíceis de observar e estudar no mundo, cumprindo então o objetivo de que o modelo possa ser utilizado também como ferramenta de tomada de decisão[13].

6.3 Definição

Uma vez que compreendemos a abordagem de investigação de sistemas complexos utilizando leis estatísticas e modelos microscópicos, e também entendemos o conceito de modelagem baseada em agentes que será utilizado para construir os modelos generativos, podemos buscar definir um pouco melhor o que é a econofísica em si. Há diversos trabalhos clássicos que podem ser consultados para aprofundar os estudos[37, 113, 137]⁴⁰, além de um relatório geral de Física Social[69]. Para mais recomendações, é possível também consultar o trabalho de Rickles no qual 11 outros livros são avaliados[106], assim como o artigo resenha do economista Fernando Nogueira da Costa[39].

Mas devemos, pelo menos, esboçar uma ideia geral do que se trata a econofísica. Esta ideia de que a física poderia ser utilizada para prever como grupos humanos se comportam é uma possibilidade que é popularmente mais conhecida na ficção científica. Podemos citar como exemplo a trilogia do escritor russo-americano Isaac Asimov chamada Fundação. Nesta obra, o protagonista apresenta uma ciência chamada “psico-história”. Esta ciência seria capaz de prever computacionalmente o comportamento da sociedade, pois, apesar de o comportamento individual ser imprevisível, o comportamento de multidões poderia ser tratado estatisticamente[4].

Como discutido anteriormente, esta ideia não ficou restrita a ficção. Algo que, nos dias atuais, pode desafiar o senso comum consiste no fato histórico de que os métodos de probabilidade e estatística floresceram primeiro entre os cientistas sociais que investigavam regularidades quantitativas no interior do funcionamento da sociedade; será somente em um segundo momento que a própria física se move do determinismo da física Newtoniana em direção à descrição probabilística de gases ideais.

Nos dias atuais, os físicos recorrem a analogia entre moléculas e humanos para investigar questões sociais; por outro lado, Boltzmann tinha em mente uma analogia inversa quando estava investigando os gases. Boltzmann buscou inspiração na sociedade para analisar um fenômeno tipicamente físico[4]. Em um trecho do seu artigo de 1872, ele escreve: “As moléculas são como muitos indivíduos, tendo os mais diversos estados de movimento, e as propriedades dos gases permanecem inalteradas só porque o número destas moléculas, que em média têm um dado estado de movimento, é constante[19]”

⁴⁰Yakovenko também publicou um estudo interessantíssimo acerca da economia monetária sob uma perspectiva econofísica que merece ser mencionado[136].

(em tradução livre).

Uma desconfiança genuína que pode surgir diz respeito a simplicidade da modelagem de um fenômeno tão complexo como a sociedade humana. Porém, devemos lembrar que, em qualquer processo de modelagem, sempre há um grande número de detalhes negligenciados. Todo modelo é sempre uma simplificação da realidade; o que se busca ao modelar um sistema social, assim como em outras áreas mais tradicionais da ciência, é incorporar não todos os detalhes do fenômeno real, mas os ingredientes essenciais que nos permitirão descobrir e investigar os mecanismos fundamentais do fenômeno que estamos observando.

Um modelo com detalhes demais pode até mesmo ser contraproducente para este objetivo, pois o excesso de detalhes pode mascarar esses ingredientes essenciais. É também uma característica intrínseca da própria física estatística a existência de uma certa independência em relação a todos os detalhes dos elementos que constituem o sistema a ser investigado; em muitos casos, basta que conheçamos algumas poucas características fundamentais do sistema para entender as estruturas emergentes desse sistema. Como consequência disso, temos que um coletivo pode apresentar certa previsibilidade, apesar de o comportamento individual dos agentes que formam esse coletivo ser imprevisível.

Outro intelectual influente para o desenvolvimento da área foi o historiador Henry Buckle (1821-1862), responsável por apresentar uma abordagem estatística da história da civilização. Georg Graf (1781-1851) contemplou a possibilidade de aplicar os princípios da mecânica clássica especificamente na economia; seu conhecimento da física newtoniana era profundo e ele contribuiu para diversas áreas da ciência. Um texto seu, datado de 1815, já apresentava o que poderia ser um capítulo de um livro de economia e se referia explicitamente a mecânica clássica; essa forma de pensar era revolucionária para o seu tempo.

Na segunda metade do século XIX, uma tentativa similar foi feita por Vilfredo Pareto (1848-1923). Pareto também se voltou para a economia, munido de um bom conhecimento de mecânica clássica newtoniana e de um bom entusiasmo para descrever movimentos sociais da mesma forma que descrevia o movimento dos planetas, comparando inclusive as leis de Kepler às leis econômicas ainda a serem descobertas. A lei de Pareto de distribuição da riqueza é agora uma peça padrão do conhecimento econômico; porém, a redução das leis econômicas a algo similar às leis de Newton permaneceu como um mero sonho até os dias de hoje.

A física mudou completamente com a descoberta da teoria da relatividade e da mecânica quântica no início do século XX. A questão que naturalmente surgiu foi se a velha mecânica newtoniana era inadequada para explicar sistemas complexos como a sociedade e a economia; o mesmo se aplica à nova física de Einstein e Schrodinger? Uma nova física abre novos caminhos para fazer essa aproximação de maneira científica?

Ettore Majorana (1906-1938), físico teórico, tornou-se popular ao propor uma discussão sobre essas questões. Benoit B. Mandelbrot (1924-2010) deu sua contribuição histórica para a interação entre a física e a economia, propondo a introdução do conceito de fractais.

Um marco decisivo na história do desenvolvimento da econofísica moderna foi uma conferência programada para ocorrer em Moscou entre 1 e 5 de julho de 1974, na qual a organização do comitê incluía pessoas como Kenneth Arrow (1921-2017) e Hans Bethe (1906-2005), um laureado em economia e outro em física, respectivamente. Este evento, apesar de ter sido cancelado, desempenhou um papel significativo na transferência das ideias e da linguagem da física para outros ramos do conhecimento humano. Seus manuscritos sobreviveram e alguns foram publicados posteriormente, influenciando diretamente o desenvolvimento futuro da área[113].

Após este evento, outras tentativas de misturar física e outras disciplinas começaram a florescer ainda mais fortemente. Entre os anos 70 e 80, a ciência da complexidade começou a se tornar imensamente popular, com o Instituto Santa Fé tendo um papel ativo neste processo. Foi ali que a teoria de sistemas complexos começou a ser sistematicamente aplicada na economia. P. W. Anderson (1923-2020), outro laureado em física, começou a se envolver profundamente e a promover esta linha de pesquisa. Em 1991, a *Physics A* publicou o que é considerado agora como o primeiro artigo que pode ser verdadeiramente atribuído ao recém nascido campo da econofísica.

Mas, afinal, o que é exatamente a econofísica? Esta é uma discussão que não possui consenso sobre a resposta. Para Slanina, não é uma simples mistura entre ciências naturais e economia, também não é uma ciência interdisciplinar entre economia e física[113]. Ele opta, então, por chamá-la de transdisciplinar, pois não quer encontrar um lugar entre as disciplinas, mas sim encontrar princípios que são verdadeiros em ambas as disciplinas. Isto é, uma busca por princípios comuns, ferramentas comuns e consequências comuns. E após encontrarmos princípios comuns, devemos, então, checar se esses princípios são úteis.

Esta questão nos remete diretamente a outra: de que forma exatamente os econofísicos empregam seus esforços? Slanina nos diz que os métodos provenientes da física são usados sistematicamente para desenvolver análises empíricas e na construção de modelos, usando técnicas matemáticas avançadas para aplicar no mundo real; isto é, a econofísica não é sobre pegar um fragmento da física teórica e reinterpretá-lo na língua da economia; ela tenta ser abrangente e coerente.

Já o relatório de física social de 2022 adota uma definição mais ampla: física social é uma coleção de tópicos de pesquisa que visam resolver problemas sociais onde cientistas com treinamento formal em física tem contribuído e continuam a contribuir significativamente[69]. Esta é uma definição pragmática baseada na ideia de que o que os físicos realmente fazem é o que define o que é física. O enorme sucesso da física

no último século levou cientistas de outras disciplinas a tentarem formular métodos quantitativos similares aos da física; isto é, de maneira geral, houve uma proliferação de modelos matemáticos e físicos em diversas disciplinas. E então, se vamos utilizar métodos análogos aos da física, quem melhor do que os próprios físicos para contribuir? Dessa forma, opta-se por chamar de física social esta coleção de tópicos que tem como objeto de estudo problemas sociais e que conta com os físicos como os profissionais empenhados em tentar investigar.

Embora a física social não seja algo novo, essa tendência ressurgiu com mais intensidade nos tempos atuais. Isso também surge como resultado da diminuição no ritmo do progresso científico na física tradicional, ao menos em comparação com o século anterior. Esse fenômeno resulta, então, por um lado, no movimento de alguns físicos que partiram em busca de uma “nova física” e, por outro lado, no de jovens cientistas que decidiram empregar suas habilidades quantitativas em outros tópicos. Estes tópicos da física social muitas vezes surgem a partir de uma reflexão sobre o que constitui e permite o modo de vida moderno, e o que perturba e ameaça esse modo de vida. A prosperidade das cidades esta de muitas formas atrelada aos mercados; a economia tem um enorme impacto no desenvolvimento e planejamento da vida urbana, e assim surge especificamente o tópico de econofísica no interior da própria física social.

Já Rickles discute a existência de diferentes definições de econofísica, classificando-as em quatro grupos diferentes[107]:

1. **Orientada para o conceito:** a econofísica envolve uma espécie de mecânica estatística da economia.
2. **Orientada para a metodologia:** a econofísica é o estudo empírico adequado da economia, utilizando uma abordagem que privilegia os dados.
3. **Orientada para a ontologia:** a econofísica envolve a visão dos sistemas econômicos como sistemas complexos, com agentes econômicos interagindo como componentes, de modo que os sistemas econômicos seguem, de maneira mais geral, leis semelhantes às dos sistemas “naturais”.
4. **Orientada para a heurística:** a econofísica envolve encontrar analogias entre sistemas financeiros/socioeconômicos e físicos (naturais).

Os econofísicos constroem suas teorias em torno da replicação de alguns conjuntos de fatos econômicos. Esses fatos são propriedades comuns ao longo de diferentes mercados e períodos de tempo e são conhecidos pelo nome de fatos estilizados. Esses fatos estilizados, por sua vez, são obtidos por meio da abstração dos dados empíricos e constituem o núcleo central da metodologia de pesquisa adotada pela econofísica, uma vez que o objetivo da construção de modelos econofísicos é exatamente fornecer uma explicação

estrutural para um ou mais fatos estilizados. Temos, por exemplo, a desigualdade observada na distribuição de renda, que constitui um fato estilizado da economia, cuja regularidade é frequentemente descrita por uma lei estatística, sendo a lei de Pareto uma das mais utilizadas.

A econofísica, historicamente, têm se focado em questões como o fluxo de dinheiro e os mercados financeiros, devido a existência de um grande conjunto de dados disponíveis que permitiu que a aplicação de ferramentas e métodos da física estatística se mostrasse útil nessas áreas. Áreas como a macroeconomia historicamente não atraíram a atenção dos econofísicos. Porém, com o crescimento da área, o aumento da disponibilidade de dados e o aumento do poder computacional, os econofísicos têm se engajado cada vez mais nesta pesquisa, expandindo o campo de atuação da econofísica das finanças para a economia. Como exemplo do crescente interesse por problemas de economia, e não apenas finanças, podemos citar os livros seminais de Farjoun e Machover[52, 53], que, mesmo sem se definirem como econofísica, propuseram uma abordagem probabilística da economia inspirada na física. Também podemos citar a chegada de novos livros no mercado que propõem explicitamente a investigação da macroeconomia através de uma abordagem econofísica[5].

Não é possível encerrarmos a discussão sobre econofísica sem tecermos alguns comentários sobre sua relação com a abordagem ortodoxa da economia. Para Rickles, a construção microscópica do fato estilizado de baixo para cima, visando a compreensão da constituição desse fenômeno, cria um flagrante contraste com a abordagem de cima para baixo adotada pela economia ortodoxa[107]. A centralidade que a econofísica atribui aos fatos estilizados, modelados como leis estatísticas a partir dos dados empíricos, torna sua metodologia fortemente orientada por dados uma característica marcante. Dessa forma, a econofísica teria uma preocupação que tradicionalmente não se encontra na abordagem ortodoxa da economia quanto às estruturas internas que geram os fenômenos emergentes[106].

Outra diferença fundamental diz respeito à racionalidade dos agentes. Enquanto a abordagem tradicional da economia visa construir modelos baseados em escolhas racionais, a econofísica se destaca por inicialmente tomar emprestado o modelo de partículas da física estatística para explicar o comportamento dos agentes. Esta forma de modelagem assume que os interesses e preferências dos agentes não são fixos, mas dependem da interação com outros agentes. Assim sendo, a econofísica coloca uma grande ênfase no ambiente social no qual o agente está inserido[69].

Neste sentido, Fernando Nogueira da Costa comenta que, na economia ortodoxa, a regra é um reducionismo atomístico, onde a realidade deve ser explicada em termos de um agente representativo racional. Assume-se que o comportamento agregado do sistema é idêntico à soma dos efeitos de cada causa individual. Já a abordagem não ortodoxa da economia, que a trata como um sistema complexo, tem por princípio o

reducionismo interativo; isto é, ela não tenta descrever um agente de forma atomizada, mas sim descrever a interação desse agente com os outros. Nesta abordagem, a descrição estatística do comportamento agregado do sistema é resultado da interação entre agentes[39]. Fernando Nogueira da Costa insere a econofísica no conjunto das abordagens não ortodoxas da economia, agrupadas sob a denominação de economia da complexidade, caracterizadas pela compreensão da economia como um sistema complexo.

No modelo padrão para a construção de teorias econômicas, atribui-se a cada agente uma função de utilidade que descreve suas preferências e como maximizar sua utilidade ou felicidade; tudo isso é expresso matematicamente. Economistas tradicionais, então, usam frequentemente computadores para resolver essas equações e não simulações, no sentido moderno conforme a abordagem não ortodoxa adotada pela econofísica.

Uma abordagem não ortodoxa, baseada em sistemas complexos e na modelagem baseada em agentes, também induz a uma forma totalmente diferente de lidar com as mudanças que ocorrem no interior de um sistema econômico. Nesta abordagem, as mudanças não surgem por causas externas, mas devido a causas internas ao próprio sistema, quando as forças do mercado agem sobre si mesmas. Isto difere novamente da abordagem tradicional da economia, que tende a atribuir causas exógenas às crises.

Podemos concluir que a econofísica pode ser compreendida como um conjunto específico de abordagens não ortodoxas no interior da economia, que concebem o sistema econômico como um sistema complexo. Sua especificidade reside, por um lado, em sua origem histórica e inspiração metodológica na física e, por outro, sobretudo, em uma orientação fortemente baseada em dados, voltada à identificação, reconstrução e explicação de fatos estilizados enquanto regularidades estatísticas empiricamente observadas⁴¹.

6.4 Abordagem marxista da economia

Para concluir este capítulo, gostaria de acrescentar apenas algumas observações relacionando a econofísica com a abordagem marxista da economia. Em primeiro lugar, é importante esclarecer que compreendo a econofísica como um campo situado no interior da própria ciência econômica. Isso implica esperar que, com o amadurecimento e consolidação da área, talvez esse conjunto de abordagens perca gradualmente sua razão de existir enquanto subárea vinculada aos departamentos de física, e talvez até mesmo o próprio nome “econofísica”. Outra possibilidade é que uma abordagem mais ampla da sociedade utilizando métodos da física, frequentemente chamada de “sociofísica”,

⁴¹É válido mencionar que a divisão da economia entre ortodoxos e heterodoxos nem sempre é clara, nesse sentido Lavoie propõe dividir a economia em dois grandes blocos de acordo com teoria que defende: convencional (*mainstream*) e dissidentes, sendo que todo dissidente utiliza abordagem heterodoxa, mas nem todo heterodoxo deixa de defender uma teoria econômica convencional[73].

venha a se consolidar como disciplina autônoma, da qual a econofísica seria apenas uma subdivisão. De todo modo, minha expectativa é que, devido ao crescente processo de especialização do conhecimento científico, a econofísica tenda a se aproximar cada vez mais da economia do que da física.

Também é importante destacar que não há nada que obrigue a econofísica a adotar uma abordagem marxista da economia. Ainda assim, acredito que o marxismo seja particularmente compatível com diversos métodos e pressupostos presentes na econofísica. Evidentemente, não existe uma única abordagem marxista da economia, mas várias correntes frequentemente divergentes entre si. Apesar dessas diferenças, elas compartilham, em maior ou menor grau, uma concepção objetiva do valor associada à tradição da teoria do valor-trabalho. Historicamente, essa tradição se desenvolve a partir da economia política clássica, especialmente em autores como Adam Smith e David Ricardo, sendo posteriormente reformulada criticamente por Karl Marx. Nesse sentido, as abordagens marxistas tendem a permanecer mais próximas da economia clássica do que da tradição marginalista, que fundamenta o valor em elementos subjetivos associados à utilidade individual.

Ao longo deste texto já foram mencionadas algumas obras que discutem a incompatibilidade entre certos pressupostos da economia ortodoxa e tanto os resultados empíricos observados quanto as abordagens desenvolvidas pela econofísica [39, 69]. Nesse contexto, vale mencionar também um ensaio publicado em 2008 na revista *Nature* pelo econofísico Jean-Philippe Bouchaud, no qual o autor afirma:

A suposta onisciência e eficácia perfeita de um mercado livre deriva de trabalhos econômicos realizados nas décadas de 1950 e 1960 que, em retrospectiva, parecem mais propaganda contra o comunismo do que ciência plausível[21].

Também foi mencionado anteriormente o vínculo entre o nascimento da econofísica moderna e uma conferência originalmente programada para ocorrer na URSS [113]. Vale acrescentar alguns elementos históricos que reforçam como essa aproximação entre econofísica e marxismo surgiu de maneira relativamente espontânea desde os primeiros desenvolvimentos da área moderna.

Em 1983, Emmanuel Farjoun e Moshe Machover publicaram a primeira edição de “Laws of Chaos”, posteriormente republicado em 2020 [52]. Nesse trabalho, os autores propõem uma abordagem probabilística para os aspectos quantitativos da economia marxista, inspirando-se explicitamente na mecânica estatística e no tratamento físico dos gases. O aspecto mais importante aqui é que essa analogia, posteriormente central na econofísica, já aparecia sendo desenvolvida no interior de uma abordagem marxista da economia antes mesmo da consolidação da econofísica contemporânea.

Embora o livro tenha repercutido mais intensamente nos meios marxistas do que entre os econofísicos, ele não passou despercebido. Conforme relatado no prefácio da obra posterior dos mesmos autores, “How Labor Powers the Global Economy”, o aniversário de 25 anos de lançamento de *Laws of Chaos* motivou a realização de uma conferência comemorativa que contou, entre os presentes, com Victor Yakovenko e Paul Cockshott. A presença desses nomes é particularmente interessante: Yakovenko tornou-se internacionalmente conhecido por seus trabalhos pioneiros sobre distribuição de renda e riqueza utilizando modelos inspirados na mecânica estatística, enquanto Cockshott é amplamente reconhecido por suas contribuições à economia marxista. Posteriormente, ambos participariam do livro “Classical Econophysics”[37], juntamente com Ian Wright, outro autor associado simultaneamente ao marxismo e à econofísica.

O próprio Yakovenko seria posteriormente citado por Anwar Shaikh no artigo “Some Universal Patterns in Income Distribution: An Econophysics Approach”[110]. Dois aspectos merecem destaque aqui. Em primeiro lugar, Shaikh é um dos principais economistas marxistas contemporâneos e com este artigo ele adota também abordagens inspiradas na econofísica. Em segundo lugar, essa interação direta entre autores marxistas e econofísicos sugere uma convergência metodológica relativamente natural entre ambas as tradições, baseada na busca por regularidades empíricas, propriedades emergentes e descrições objetivas da dinâmica econômica. Trata-se de uma relação bastante distinta daquela estabelecida entre econofísica e economia ortodoxa, cujos representantes frequentemente criticam a própria ideia de que existam e possam ser identificadas regularidades empíricas universais no capitalismo[61].

Outro exemplo relevante pode ser encontrado nos trabalhos de J. Doyne Farmer, autor de “Making Sense of Chaos[54]”. Em 2009, Farmer publicou, junto de Duncan Foley, o artigo opinião “The economy needs agent-based modelling[55]”, no qual ambos defendem a necessidade de modelagens econômicas baseadas em agentes e apontam as limitações das abordagens tradicionais dominantes. Vale notar que Foley também é um autor amplamente conhecido no meio marxistas por suas contribuições à teoria do valor-trabalho.

Por fim, merece destaque o artigo publicado em 1986 por John Angle, “The Surplus Theory of Social Stratification and the Size Distribution of Personal Wealth[3]”, possivelmente um dos trabalhos mais antigos já alinhados à abordagem posteriormente popularizada pela econofísica dos anos 2000. Nesse artigo, Angle procura combinar duas tradições distintas: por um lado, modelos matemáticos baseados em funções densidade de probabilidade para descrever distribuições de riqueza; por outro, teorias sociais da desigualdade fundamentadas na chamada “teoria do excedente da estratificação social”. Segundo o autor, os elementos essenciais dessa tradição podem ser encontrados em autores como Adam Smith, Karl Marx e Friedrich Engels, além do antropólogo Lewis Henry Morgan, discutido por Engels em “A origem da família, da propriedade privada

e do Estado[51]”.

Evidentemente, essas observações não pretendem esgotar o tema nem estabelecer qualquer conclusão definitiva. Ainda assim, acredito que os exemplos apresentados indicam a existência de uma convergência relativamente natural entre diversos métodos, pressupostos e resultados da econofísica e determinadas tradições da economia marxista.

7 Moeda

7.1 Teoria Estatal da Moeda

O que pretendo apresentar é uma breve discussão que abrange principalmente as 15 páginas entre as seções “11.2 Duas teorias do dinheiro” e “11.4 Espaço monetário, uma ilustração” do “Classical Econophysics”[37], com o objetivo de ilustrar a Teoria Estatal da Moeda (STM em inglês).

Nessa teoria, o Estado decide o que conta como dinheiro, estipulando o que aceitará como pagamento por obrigações. Em outras palavras, o Estado pode criar um determinado tipo de moeda exigindo que os cidadãos paguem seus impostos nessa moeda. A necessidade de prevenir a falsificação pode favorecer a ideia de criar moeda a partir de uma substância específica, mas não há uma conexão inerente entre o valor do dinheiro enquanto dinheiro e seu valor enquanto metal.

Acredito ser interessante apresentar esta teoria pois ela está na base da Teoria Monetária Moderna (MMT em inglês) que tem ganhado a atenção de economistas heterodoxos e mesmo em marxistas como uma alternativa para explicar a dinâmica da moeda na sociedade moderna.

Nesta teoria podemos dizer que o dinheiro tem três funções:

- **Meio de troca:** O dinheiro é usado como intermediário na troca de outras mercadorias que são de interesse primordial para os comerciantes.
- **Unidade de conta:** Preços, dívidas, etc., são denominados na unidade monetária.
- **Reserva de valor:** As pessoas podem armazenar sua riqueza na forma de dinheiro.

Nessa concepção de dinheiro, sua função como unidade de conta é vista como primordial. A unidade monetária denomina a dívida do cidadão para com o Estado.

Há algumas evidências históricas que são costumeiramente lembradas para defender a TEM. Primeiro há um contra-exemplo para a ideia de que moedas surgiram

apenas para fornecerem um peso padrão para metais preciosos, como uma evolução natural da prática de usar uma mercadoria intermediária como unidade de conta (neste caso, um metal precioso). Na Mesopotâmia antiga transações comerciais foram registradas em unidades de Shekels, que possuíam um equivalente em cevada ou prata. Mas as transações não eram feitas em prata. Além disso, as primeiras moedas estavam longe de terem um peso padronizado.

Mas o que acredito ser mais interessante de ser discutido diz respeito à relação coercitiva entre o estado e a população mediada pelo dinheiro. O livro apresenta a seguinte citação de Forstater:

Se a base de subsistência fosse capaz de sustentar toda a população, os súditos coloniais não seriam obrigados a oferecer sua força de trabalho para venda. Os governos coloniais, portanto, necessitavam de meios alternativos para obrigar a população a trabalhar por um salário. O registro histórico demonstra claramente que um método muito importante para alcançar esse objetivo era a imposição de um imposto e a exigência de que a obrigação tributária fosse paga em moeda colonial. Esse método tinha a vantagem não só de forçar as pessoas a trabalhar por um salário, mas também de criar valor para a moeda colonial e monetizar a colônia. Além disso, esse método podia ser usado para forçar a população a produzir produtos agrícolas para venda. O que a população tinha que fazer para obter a moeda ficava inteiramente a critério do governo colonial, já que este era a única fonte da moeda colonial.

Em seguida, passamos a discutir os registros e relações monetárias. Cabe observar que, quando o Estado muda de tributar bens para tributar dinheiro, ele passa de uma apropriação direta (quando o camponês tinha o dever de fornecer tempo de trabalho ou colheita ao Estado) para uma indireta (nosso sistema atual), mediada pelo dinheiro. Além disso, para operar um sistema monetário baseado em contas, algo mais abstrato onde o dinheiro é digital por exemplo, é necessária uma classe instruída, visto que esse sistema exige habilidades matemáticas e tecnologia mais avançada; também exige que um sistema seguro e confiável de escrita e armazenamento tenha sido desenvolvido.

Em um sistema baseado em moedas físicas, como metais preciosos, esses requisitos são menores. Por exemplo, a quantia de dinheiro que cada indivíduo possui é obtida simplesmente verificando o número de moedas que ele detém. Ou seja, a presença física das moedas em uma bolsa representa um número; a posse dessa bolsa por um indivíduo define a posse desse dinheiro. Em outras palavras, quando passamos de um sistema baseado em contas para um baseado na cunhagem de moedas, temos um processo de descentralização; este último é flexível e de baixa tecnologia. Uma limitação evidente é que não é possível ter um número negativo de moedas.

Mas meu principal objetivo aqui é ilustrar o mecanismo pelo qual uma economia monetizada por uma potência colonizadora é explorada. O exemplo dado apresenta algumas semelhanças com a Nigéria em 1905 e o Império Britânico.

Etapa 0: Começamos com um estado inicial sem dinheiro ou obrigações.

| Agente | Dinheiro | Obrigações com Imposto |
|--------|----------|------------------------|
| Estado | 0 | 0 |
| Ana | 0 | 0 |
| Tiago | 0 | 0 |
| Felipe | 0 | 0 |
| Total | 0 | 0 |

Etapa 1: O Estado emite a moeda.

| Agente | Dinheiro | Obrigações com Imposto |
|--------|----------|------------------------|
| Estado | 9 | 0 |
| Ana | 0 | 0 |
| Tiago | 0 | 0 |
| Felipe | 0 | 0 |
| Total | 9 | 0 |

Etapas 2 e 3:

2. O Estado emprega Felipe no exército e lhe paga 7 moedas;
3. O Estado anuncia uma obrigação tributária de 2 moedas para todos.

| Agente | Dinheiro | Obrigações com Imposto |
|--------|----------|------------------------|
| Estado | 2 | 6 |
| Ana | 0 | -2 |
| Tiago | 0 | -2 |
| Felipe | 7 | -2 |
| Total | 9 | 0 |

Passo 4: Como Ana e Tiago precisam pagar o imposto na nova moeda para não serem punidos, eles vendem comida para Felipe em troca de moedas.

| Agente | Dinheiro | Obrigações com Imposto |
|--------|----------|------------------------|
| Estado | 2 | 6 |
| Ana | 3 | -2 |
| Tiago | 2 | -2 |
| Felipe | 2 | -2 |
| Total | 9 | 0 |

Etapa 5: Chega o dia da cobrança de impostos e os impostos são pagos.

| Agente | Dinheiro | Obrigações com Imposto |
|--------|----------|------------------------|
| Estado | 8 | 0 |
| Ana | 1 | 0 |
| Tiago | 0 | 0 |
| Felipe | 7 | 0 |
| Total | 9 | 0 |

Felipe gastou todo o seu dinheiro e precisa ser contratado novamente. Tiago vendeu parte da sua produção apenas para cobrir a dívida. Ana guardou uma moeda e agora está em condições de atuar como comerciante; embora tenha trocado comida útil por uma moeda sem utilidade “real”, ela obteve um avanço social: agora possui uma moeda do rei e, portanto, participa indiretamente do poder e da autoridade real. Com essa moeda, ela pode comandar o trabalho de seus pares. À primeira vista, a compra pode parecer um símbolo de reciprocidade e de uma troca livre e voluntária, mas por trás dela reside um sistema de coerção e o medo da cobrança de impostos.

Finalmente, para concluir a discussão, em uma economia monetária, o Estado tem duas maneiras de acessar o trabalho da população. Ele pode cobrar um imposto em dinheiro e então gastar esse dinheiro na compra de mão de obra ou bens, ou pode simplesmente criar novo dinheiro. Os dois processos são interdependentes. Se não houver dinheiro inicial, é impossível cobrar um imposto; da mesma forma, se não houver imposto, o dinheiro não terá valor e o Estado não poderá apropriar-se de recursos reais com essa moeda.

Numa economia “natural”, a apropriação de recursos pelo Estado é direta e limitada pela sua capacidade política de coerção. Com a invenção do dinheiro, a apropriação dividiu-se em duas: uma apropriação simbólica de moedas através da tributação e uma apropriação real através da compra de tempo de trabalho e bens mediada pelo dinheiro. Desta forma, a apropriação real aparenta ser algo voluntário, enquanto o aspecto coercitivo do processo ocorre inteiramente no âmbito simbólico.

7.2 Por um Econofísico

Quero apresentar o artigo “Economia Monetária sob uma Perspectiva Econofísica”[136], escrito por Victor M. Yakovenko, onde, como ele mesmo afirma: “o estilo deste artigo é bastante informal, e o foco principal está na fundamentação conceitual, em vez de detalhes técnicos de modelos matemáticos e dados empíricos”. Porém o código responsável por gerar as figuras pode ser encontrado no meu GitHub.

Dado que seu modelo possui importância indiscutível para estabelecer a desigualdade na distribuição de riqueza como um dos principais objetos de estudo da econofísica, acredito ser interessante abordar essa discussão conceitual sobre o aspecto

monetário em seus modelos. Para começar, gostaria de destacar o resultado do modelo de Yakovenko:

...existem poucos agentes ricos com saldos monetários elevados e muitos agentes pobres com saldos baixos, de modo que a distribuição é altamente desigual, embora os agentes sejam estatisticamente idênticos. Esta é uma conclusão chocante para as ciências sociais, onde a desigualdade é geralmente atribuída a diferenças intrínsecas entre os agentes. Há uma crítica de que muitos economistas não estão totalmente familiarizados com o conceito de equilíbrio estatístico, mas apenas com o de equilíbrio mecânico.

Para prosseguir, precisamos começar com a definição de dinheiro: dinheiro é, portanto, apenas uma contabilidade digital, um token digital, ou seja, pode ser expresso como um número. Além disso, por sua própria natureza, o dinheiro deve necessariamente ser conservado, portanto, isso não é um artefato peculiar, mas um princípio contábil fundamental sobre o qual se baseia a funcionalidade do dinheiro. Isto é, os agentes envolvidos não podem produzir ou destruir dinheiro⁴².

Isso fica explícito quando listamos as três propriedades do dinheiro: meio de troca, medida de valor e reserva de valor, que só fazem sentido se o dinheiro for conservado. Essas propriedades seriam perdidas se os agentes pudessem produzir dinheiro por conta própria.

7.2.1 Criação de dinheiro

Como o dinheiro pode surgir em um sistema onde os agentes não podem produzi-lo? Suponha que temos um sistema onde todos os agentes começam com 0 de dinheiro, mas quando um agente presta um serviço a outro, os saldos de ambos os agentes mudam de forma conservativa, ou seja, podemos simplesmente registrar que um agente agora tem um saldo negativo por ter “pago” e outro agente tem um saldo positivo por ter “recebido”; é apenas uma questão de contabilidade. Contudo, o que acontece neste sistema se não houver limite inferior para saldos negativos? Poderia eu usufruir indefinidamente dos serviços de outros? Nesse sentido, é necessário impor um limite mínimo, de modo que, assim que um agente atinja esse saldo, ele não possa receber serviços sem fornecê-los.

Neste ponto, podemos simplificar o dinheiro deslocando todos os saldos de forma que o limite negativo seja agora zero. Isso equivale a dar inicialmente a cada agente uma quantia inicial de dinheiro igual em magnitude ao limite mínimo anterior. Assim, o saldo mínimo agora é zero, e o saldo inicial (ou agora, o dinheiro inicial) é uma quantia

⁴²Acredito a teoria monetária adotada pelo Yakovenko se aproximo a do Cockshott apresentada em “Classical Econophysics” (livro do qual ele é co-autor) como Teoria Estatal da Moeda, conforme discutido anteriormente.

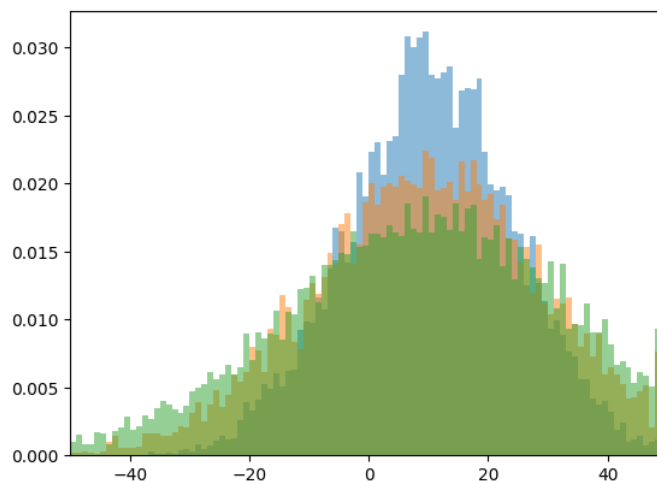
maior que zero. Como o dinheiro agora é positivo, poderíamos até usar objetos físicos como símbolos de dinheiro. Yakovenko cita a Teoria Monetária Moderna (MMT) como referência para discutir como o dinheiro é criado em escala nacional.

O que considero mais interessante são duas coisas. Primeiro, como já mencionado, a condição inicial dos saldos monetários entre os agentes, mesmo que sejam estatisticamente idênticos, não leva a uma distribuição igualitária de dinheiro. Segundo, citando Yakovenko:

A escola econômica do *laissez-faire* argumenta que, se todas as restrições e regulamentações forem removidas, a economia atingirá um equilíbrio natural e deverá permanecer assim. No entanto, esse argumento é enganoso, uma vez que o equilíbrio não pode ser alcançado sem a imposição de condições de contorno, ou seja, regulamentações.

Para ilustrar a discussão, podemos trabalhar com um exemplo de código simples. Primeiro, vamos construir um modelo onde temos N agentes com 10 moedas cada. A cada passo, selecionamos aleatoriamente 2 agentes e transferimos uma moeda de um agente para o outro. O resultado em três instantes de tempo diferentes pode ser visto abaixo.

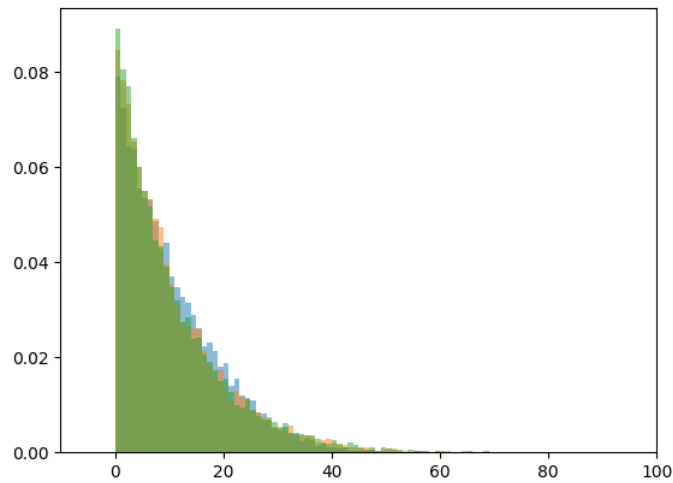
O que podemos observar é que este sistema sem restrições não atinge o equilíbrio. Conforme o tempo avança, a curva no histograma torna-se cada vez mais plana, nunca atingindo um verdadeiro equilíbrio, visto que é sempre possível para um agente aumentar sua dívida para um valor infinito.



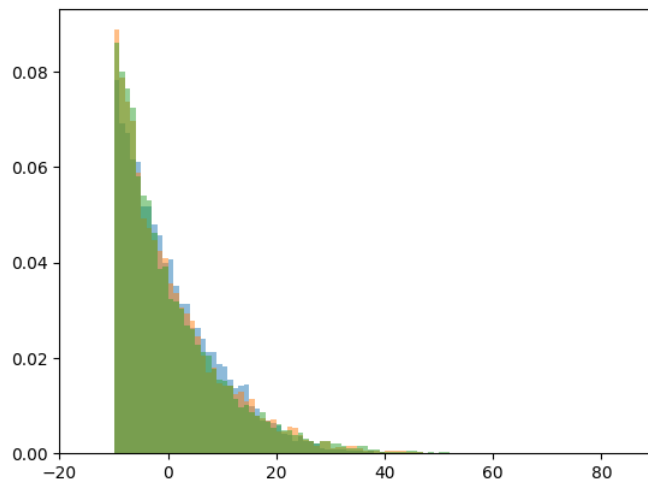
A seguir, realizamos uma simulação semelhante, mas agora definimos um limite inferior de 0. Ou seja, um agente não pode contrair dívidas. Se a riqueza de um determinado agente for 0, ele só poderá ganhar moedas, não podendo doá-las. Dois resultados podem ser observados aqui:

O sistema atinge o equilíbrio: podemos ver que o histograma em 3 instantes de tempo diferentes é qualitativamente o mesmo.

Embora as condições iniciais e as regras de troca sejam idênticas, a distribuição final de riqueza é altamente desigual.



Invertendo nossa discussão, podemos ver que, se movermos o limite mínimo de 0 para -10 e, equivalentemente, a riqueza inicial for também 10 unidades menor do que no caso anterior, ou seja, agora cada agente começa com 0 moedas, podemos notar que o resultado é análogo ao caso anterior, apenas deslocado 10 unidades para a esquerda.



7.2.2 As 12 falácias

Na sequência, Yakovenko se propõe a discutir 12 falácias. São elas:

Falácia 1: O dinheiro cresce como resultado do investimento.

Afirma-se que, ao comprar US\$ 100 em ouro e vendê-lo anos depois por US\$ 200, a quantidade de dinheiro aumentou. Para avançar na discussão, precisamos distinguir entre o que o autor chama de duas camadas: uma camada física na sociedade, onde todas as coisas com existência física estão localizadas, e uma camada monetária, ou seja, relacionada ao dinheiro, uma camada informacional. As duas camadas estão

acopladas e relacionadas, mas não são exatamente a mesma coisa. Neste exemplo, temos uma transação de ouro na camada física e uma transação monetária na camada informacional.

Neste caso, é necessário considerar todos os agentes envolvidos. De uma perspectiva individual, parece que o dinheiro aumentou, mas isso ocorre porque estamos analisando um único indivíduo. Nada neste exemplo implica necessariamente que o dinheiro deixa de ser conservado quando observamos o sistema como um todo. Mesmo que eu dê US\$ 100 a um agente em troca de ouro e, em seguida, dê esse ouro a outro agente em troca de US\$ 200 — mesmo que esses agentes nunca interajam entre si, no caso mais extremo, isso implica apenas que já existiam US\$ 300 no sistema desde o início. Outro exemplo envolvendo investimento de fundos de pensão é discutido no artigo, bem como a seguinte leitura é recomendada: H. S. Dent, *The Great Boom Ahead* (Hyperion, Nova York, 1993).

Falácia 2: O dinheiro cresce como resultado da produção: Se o dinheiro é uma forma de medir a riqueza, e se a riqueza coletiva aumenta ao longo do tempo como resultado da produção, então o dinheiro também deveria aumentar.

No entanto, um aumento na produção, a expansão da camada física, não se traduz imediatamente na expansão da camada monetária. São coisas diferentes e seguem regras diferentes. Esse tipo de argumento é geralmente apresentado pela escola monetarista.

Falácia 3: A terceira falácia diz respeito a modelos econômicos sem dinheiro.

A maioria das crises econômicas recentes ocorre na camada monetária, não na física. Portanto, se tentarmos eliminar o dinheiro do modelo (assumindo um funcionamento ideal) não conseguiremos explicar as crises econômicas. Por outro lado, podemos reduzir o modelo à transferência de dinheiro entre agentes (abstraindo-nos das questões de produção) e ainda obter resultados interessantes. Essa é, por exemplo, a abordagem adotada em “A Arquitetura Social do Capitalismo” (Ian Wright)[133].

Dinheiro e bens físicos pertencem a diferentes camadas da economia, mas geralmente são combinados em uma única variável chamada “riqueza”, definida como $w_i = m_i + \sum_j p_j v_{ji}$, onde a riqueza do agente i é dada em parte pela riqueza monetária (m_i) e em parte pelos produtos que ele possui, sendo o preço (p_j) um coeficiente de conversão que transforma unidades físicas, o volume (v_{ji}) do produto (j) detido pelo agente (i) — em unidades monetárias.

Como combina conceitos de duas camadas diferentes, a riqueza se comporta de maneira distinta do dinheiro. Por exemplo, a riqueza pode crescer com a produtividade.

Falácia 4: Uma vez feita a distinção entre dinheiro e riqueza, uma crítica válida da econofísica pode ser direcionada a modelos que tentam interpretar a transferência e a conservação não de dinheiro, mas de riqueza. Embora matematicamente equivalentes, existe uma diferença conceitual.

Chegamos agora ao que provavelmente é um dos tópicos mais relevantes: a criação de dinheiro pelo Estado. Quando pensamos se o dinheiro é conservado (ou não), este é um dos principais pontos a serem levantados, afinal, o Estado tem a capacidade (que de fato exerce) de produzir dinheiro. É, portanto, natural perguntar como conciliar essa capacidade estatal com um modelo conservativo de dinheiro. Nesse sentido, Yakovenko define o sistema econômico como o conjunto de agentes privados, com o Estado considerado externo ao sistema. Nesse caso, o sistema é conservativo, mesmo que a quantidade total não seja mantida devido ao fluxo de entrada e saída de dinheiro proveniente das interações entre o sistema e os componentes externos. Em outras palavras, ao construir um modelo de um sistema econômico, o Estado é considerado externo e, sob essa condição, o dinheiro é conservado.

E quais são as motivações ou necessidades do Estado para injetar dinheiro no sistema? Uma razão entre muitas é o crescimento populacional. Se a população aumenta, mas a quantidade de dinheiro não, então o dinheiro per capita diminuirá, o que significa que o poder de compra de uma determinada quantidade de dinheiro aumenta. Essa consequente queda nos preços é chamada de deflação, e assim que um agente percebe esse fenômeno, ele pode se sentir incentivado a reter dinheiro, já que poderá comprar mais bens no futuro, retirando, assim, mais dinheiro de circulação e acentuando a deflação. Pode-se, portanto, argumentar que o Estado deveria aumentar a quantidade de dinheiro pelo menos proporcionalmente com a população. Até mesmo a escola monetarista propôs uma regra monetária de injeção constante de dinheiro de acordo com um cronograma regular, argumentando que uma inflação moderada estimula a economia.

Se seguirmos o conceito de que o dinheiro deve ser ganho através do trabalho, a melhor maneira de o Estado injetar novos recursos é financiando projetos de infraestrutura pública que beneficiem a sociedade como um todo. Parte do financiamento desses projetos também pode ser coberta por impostos arrecadados pelo Estado; a proporção entre ambas as fontes é uma questão técnica e prática, não um dogma como o de um “orçamento governamental equilibrado”. Um exemplo prático desse tipo de gasto é a despesa militar. Somente o governo pode arcar com o enorme custo de mísseis balísticos que ninguém realmente quer usar, o complexo militar-industrial tem sido o principal motor da economia dos EUA por muitos anos. Milhares de dólares em dinheiro novo foram criados para financiar guerras.

Dentro do Estado, o governo é meramente um braço executivo e geralmente é separado do banco central, que detém a autoridade monetária. Isso significa que o governo normalmente não imprime dinheiro por conta própria. Em vez disso, obtém recursos arrecadando impostos, taxas ou tomando empréstimos, como por meio da emissão de títulos públicos. Neste último caso, agentes privados emprestam dinheiro ao governo, o que não altera a quantidade total de dinheiro em circulação. Nos Estados Unidos, o governo quase sempre opera com déficit, emitindo novos títulos para refinar os

antigos. Dinheiro novo é injetado no sistema quando o Federal Reserve cria reservas bancárias e compra esses títulos no mercado, expandindo assim a base monetária.

Além disso, os títulos do governo estipulam que, ao final do prazo, o governo deve devolver ao Banco Central o valor principal acrescido dos juros. Contudo, como o Banco Central repassa seus lucros ao Tesouro, o resultado líquido equivale a um empréstimo sem juros do Banco Central ao governo. Esse processo também permite ao Banco Central injetar ou retirar dinheiro da economia, dependendo das circunstâncias.

No entanto, como essa compra não pode ser feita diretamente do governo, os bancos comerciais (geralmente privados) atuam como intermediários no processo. Essa intermediação lhes garante lucros significativos, seja pela revenda dos títulos ao Banco Central, seja por meio de operações financeiras correlatas, o que reforça sua posição dentro do sistema financeiro.

O próximo tópico que podemos discutir é a relação entre dívida e criação de dinheiro. Primeiro, vamos considerar empréstimos sem bancos.

Falácia 5: O dinheiro cresce como resultado de empréstimos entre indivíduos.

Este é um caso simples, semelhante ao exemplo de investimento. O dinheiro permanece conservado quando consideramos o sistema como um todo. Se o agente 1 empresta dinheiro ao agente 2, o valor emprestado é subtraído de um agente e adicionado ao outro. Durante o empréstimo, o agente 1 fornece dinheiro ao agente 2, que em troca emite uma nota promissória. Mas essa nota não é dinheiro, é um acordo pessoal entre os agentes. Ela não circula e, portanto, não corresponde a um aumento de dinheiro, independentemente da taxa de juros que promete.

Falácia 6: O dinheiro cresce como resultado dos juros.

Seguindo o exemplo anterior, se o dinheiro rende juros, então o agente 1 empresta, por exemplo, US\$ 100 ao agente 2 e recebe US\$ 110 em troca. Mas, novamente, esse dinheiro adicional deve simplesmente se originar de outros agentes dentro do sistema. A quantidade total de dinheiro, evidentemente, permanece conservada no nível do sistema. Nada disso implica necessariamente a criação de novo dinheiro, o que nos leva à próxima falácia.

Falácia 7: Dinheiro é dívida.

À primeira vista, o ato de contrair um empréstimo pode parecer semelhante ao caso que descrevemos anteriormente sobre a criação de dinheiro, em que o agente 1 prestou um serviço ao agente 2 e recebeu uma unidade monetária deduzida da riqueza do agente 2 — podendo até resultar em um saldo monetário negativo. No entanto, existem diferenças significativas entre dinheiro e dívida:

- A dívida cria uma conexão que conecta dois agentes até que a dívida seja paga. Uma transação monetária, por outro lado, é um ponto final, após sua ocorrência, os agentes não têm mais obrigações um para com o outro.

- A dívida é pessoal, enquanto o dinheiro é anônimo. A identificação dos agentes deve constar em uma nota promissória, mas não em uma moeda ou cédula.
- A dívida impõe uma data de vencimento para o pagamento, enquanto o dinheiro não possui uma marca temporal.
- Existem penalidades por não pagar uma dívida, mas não existe um análogo para o dinheiro.
- A dívida geralmente envolve juros; o dinheiro não.

Em resumo, a dívida é uma promessa de pagar dinheiro, não o dinheiro em si. Em certo sentido, podemos pensar em empréstimos e notas promissórias como formando uma terceira camada, acima da segunda camada (monetária) onde o dinheiro realmente circula.

Falácia 8: A dívida se estabiliza sozinha.

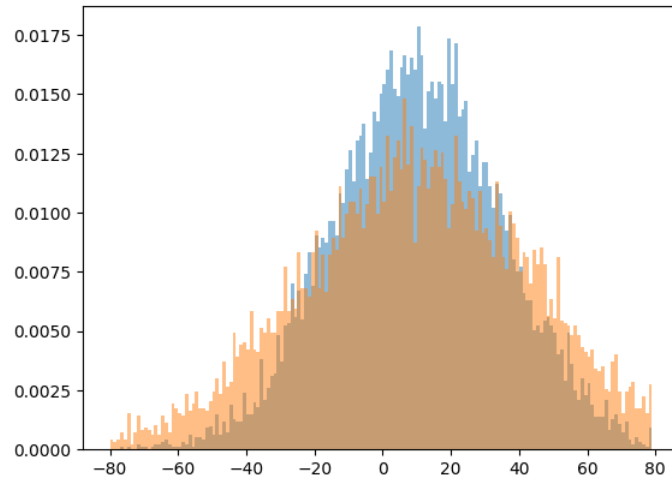
Vamos primeiro discutir a dívida como a criação de um par de partícula e antipartícula. Definimos agora o patrimônio líquido do agente (i) como $\omega_i = m_i + d_i$ onde m_i é a quantia de dinheiro detida pelo agente i , e $d_i = \sum d_{ij}$ representa as obrigações monetárias, sendo d_{ij} a quantia que o agente j deve a i . Assim, $d_i < 0$ indica que o agente i deve dinheiro, enquanto $d_i > 0$ significa que o agente i tem dinheiro a receber.

Evidentemente, se o agente 1 emprestar \$10 ao agente 2, ele perderá 10 moedas (seu m_i diminui em 10), o que reduz seu saldo monetário total, mas ganhará 10 moedas em obrigações monetárias (seu d_i aumenta em \$10), portanto, seu patrimônio líquido permanecerá inalterado.

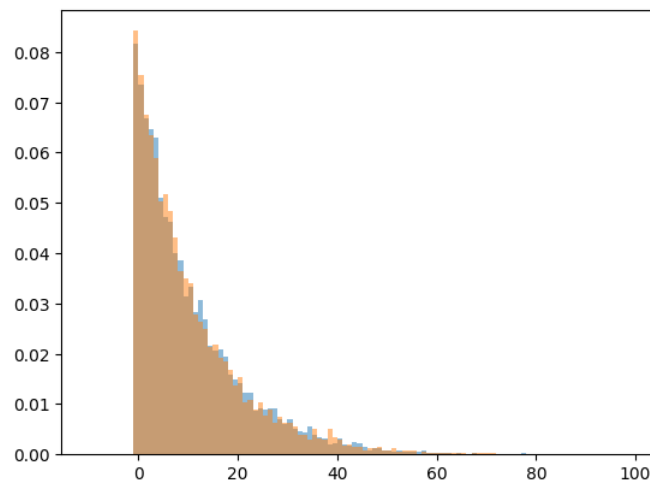
Se permitirmos empréstimos entre agentes sem impor limites, a dívida não poderá se estabilizar. Vamos repetir nossa simulação anterior com um limite inferior de 0 moedas, mas agora, se um agente ficar sem dinheiro, ele poderá tomar emprestado de outros agentes e emitir uma nota promissória. Em vez de analisar a quantia de dinheiro que cada agente possui, analisaremos agora seu patrimônio líquido.

Obtemos um resultado análogo ao caso em que tínhamos apenas dinheiro e nenhuma restrição. Na prática, a condição de contorno é removida e a dívida não consegue se estabilizar a menos que imponhamos uma restrição novamente. Abaixo está o resultado da simulação. Em todas as figuras, usamos $N = 10.000$ agentes e consideramos um passo como exatamente N interações, permitindo que todos os agentes tivessem a oportunidade de serem selecionados uma vez por passo em cada função. O limite mínimo de dinheiro permaneceu sempre fixo em 0, cada agente começou com 10 moedas e cada transação sempre envolveu a transferência de uma unidade monetária. Para cada unidade monetária transferida como empréstimo, uma dívida de uma unidade também foi criada (sem juros). Duas simulações foram executadas: uma parando no passo 300 e a outra no passo 600.

O que observamos é que a distribuição se torna mais ampla e mais baixa com o passar do tempo, uma difusão irreversível. Como visto anteriormente, o sistema não tende a nenhum equilíbrio.



A seguir, impusemos uma restrição segundo a qual cada agente só pode contrair um empréstimo se não tiver uma dívidas em aberto (isto é, a máxima dívida possível é de uma moeda). Podemos observar que o sistema atinge um equilíbrio com um limite inferior em -1.

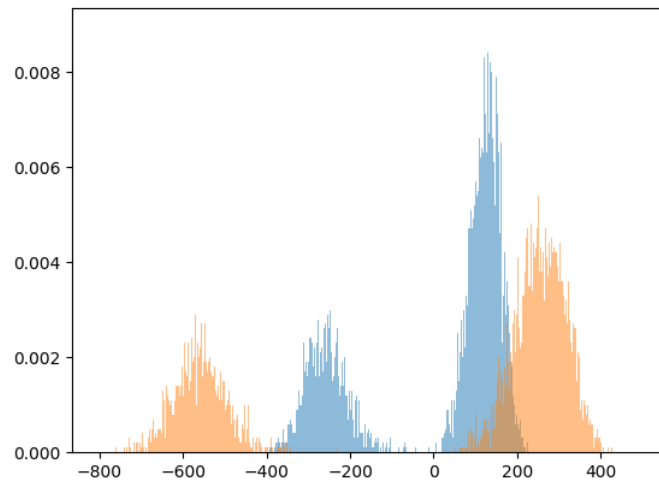


Falácia 9: As taxas de juros estabilizam a dívida.

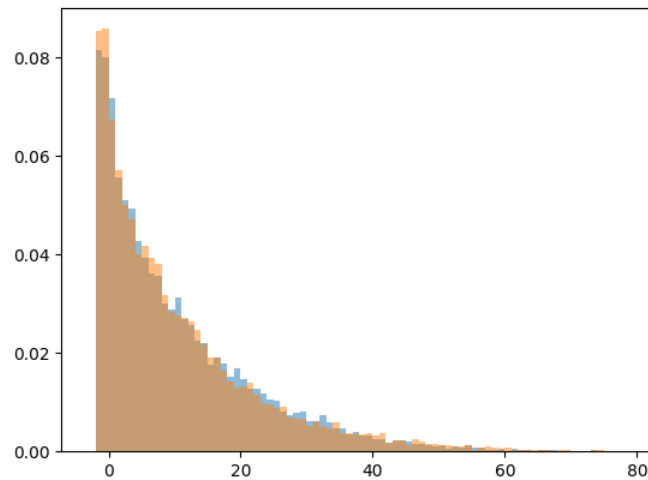
Esta é uma falácia semelhante, a verdade é que as taxas de juros, na realidade, tornam o sistema ainda mais instável. Como mencionado anteriormente, apenas as restrições à dívida são capazes de estabilizar o sistema.

Abaixo, temos duas situações muito semelhantes ao caso anterior, mas agora com uma taxa de juros de 100%. Ou seja, quando um agente toma um empréstimo de uma moeda, ele contrai uma dívida de duas moedas. Como discutido, podemos ver que o sistema se torna ainda mais instável, levando claramente a uma separação da sociedade

em dois grupos: aqueles com riqueza positiva e aqueles com riqueza negativa. Assim como no caso sem juros, não há ponto de equilíbrio para o sistema.



Ao adicionarmos novamente a restrição de que um agente não pode contrair um novo empréstimo enquanto ainda estiver endividado, criamos um limite inferior e permitimos mais uma vez que o sistema atinja o equilíbrio.



Falácia 10: Modelos econômicos em que as dívidas são sempre pagas conforme prometido. Por um lado, se este for realmente o caso, podemos simplesmente omitir o mecanismo de dívida, como é implicitamente assumido em muitos modelos. No entanto, é provável que alguns agentes não serão capazes de pagar suas dívidas, uma vez que esse processo parece ser irreversível. Um possível resultado é que o agente declare falência, anulando assim a nota promissória entre as partes.

Outra possibilidade é que o agente contraia novas dívidas para quitar as antigas. Essa opção adia o prazo de pagamento, mas a dívida total no sistema continuará a crescer até atingir um valor crítico, desencadeando uma cascata massiva de falências.

O crescimento do crédito e seu colapso são processos que ocorrem de forma altamente correlacionada e sincronizada. A compreensão conceitual e a descrição matemática da transição entre a expansão e a contração da dívida permanecem problemas em aberto na econofísica.

Falácia 11: Os bancos criam dinheiro.

Na realidade, eles criam dívida. Em um nível mais abstrato, os empréstimos podem ser agregados e anonimizados pelos bancos. Os agentes que desejam emprestar dinheiro depositam dinheiro no banco, e o banco, por sua vez, empresta dinheiro a outros agentes.

Além disso, diferentemente dos empréstimos entre indivíduos, os depositantes ainda podem usar seu dinheiro. O banco cria contas correntes para os depositantes para que eles possam emitir cheques em vez de usar dinheiro em espécie, enquanto o dinheiro depositado é colocado pelo banco comercial como reservas no banco central. Assim, o banco tem duas faces: uma voltada para os consumidores (com depósitos e empréstimos) e outra voltada para o banco central, onde ocorrem as transações entre bancos quando os cheques são compensados.

Quando o agente 1, que tem uma conta no banco A, emite um cheque de transferência para o agente 2, que tem uma conta no banco B, um valor correspondente de reservas é transferido do banco A para o banco B no banco central. Portanto, as transações interbancárias representam mais uma camada da economia monetária acima das transações individuais. O princípio da conservação monetária aplica-se às reservas bancárias, que são meramente transferidas entre bancos.

Os bancos processam um volume de transferências muito maior do que o volume de suas reservas. Se o agente 1 transfere dinheiro para o agente 2 e ambos possuem contas no mesmo banco, não há transferência de reservas entre os bancos, apenas uma alteração nos saldos digitais de suas contas. Além disso, muitos clientes dos bancos A e B realizam transações em ambas as direções, de modo que esses fluxos se anulam e a transferência líquida diária de reservas é muito menor do que o volume total de transações. Por fim, os bancos também podem contrair empréstimos temporários de outros bancos ou do banco central, portanto, a discussão sobre empréstimos individuais se repete no nível dos próprios bancos.

No entanto, quando o agente 1 deposita dinheiro no banco, ele acredita que ainda possui esse dinheiro. E quando o agente 2 contrai um empréstimo do banco, ele também acredita que agora possui dinheiro. É isso que dá a impressão de que a quantidade total de dinheiro no sistema dobrou. Contudo, o aumento do dinheiro em circulação entre os agentes é exatamente igual ao aumento da dívida no sistema. Tomar um empréstimo não é o mesmo que receber dinheiro como pagamento, o agente que toma o empréstimo permanece conectado ao banco. Outra forma de ver isso é que a criação de dívida pelos bancos não altera as reservas dos bancos no banco central, que permanecem sujeitas

à lei da conservação. Assim, essa chamada criação de moeda endógena por meio da dívida difere fundamentalmente da criação de moeda exógena que ocorre quando o Estado injeta dinheiro no sistema.

Falácia 12: A exigência de reserva limita o endividamento máximo.

Vamos agora perguntar quanto “dinheiro” os bancos podem criar dessa forma.

Por regulamentação, os bancos são obrigados a manter reservas equivalentes a uma fração R de todos os depósitos. Se tivermos um montante inicial total de dinheiro M_0 depositado nos bancos, o montante disponível para empréstimos é $(1 - R)M_0$. Se esse montante for depositado novamente, a quantidade disponível para um novo empréstimo passa a ser $(1 - R)^2 M_0$. Ou seja, na primeira rodada tínhamos $(1 - R)M_0$ disponível para empréstimos, na segunda rodada $(1 - R)^2 M_0$ e na n -ésima rodada teremos $(1 - R)^n M_0$. Somando tudo isso, o montante total de dinheiro disponível para empréstimos é:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (1 - R)^n M_0$$

Se incluirmos o depósito inicial, M_0 será:

$$M = \sum_{n=0}^{\infty} (1 - R)^n M_0$$

Podemos reescrever como:

$$\frac{M}{M_0} = \sum_{n=0}^{\infty} (1 - R)^n$$

Uma série geométrica é definida como:

$$\sum_{n=0}^{\infty} ar^n$$

Se $|r| < 1$, a série converge no limite para $\frac{a}{1-r}$. Aqui $a = 1$ e $|r| = |1 - R| < 1$, então a soma tende a:

$$\frac{M}{M_0} = \frac{1}{1 - (1 - R)} = \frac{1}{R}$$

Se o dinheiro M_0 for o depósito inicial, o montante gerado por empréstimos será $M - M_0$. Portanto:

$$\frac{M - M_0}{M_0} = \frac{M}{M_0} - 1 = \frac{1}{R} - 1 = \frac{1 - R}{R}$$

Isso significa que, para um depósito inicial de M_0 , será gerado um novo montante igual a $M_0 \left(\frac{1-R}{R}\right)$. Além da exigência de reservas, os bancos também mantêm uma

reserva adicional para liquidar transações interbancárias.

No entanto, esses limites são flexíveis, não rígidos. Por exemplo, nos Estados Unidos, a exigência de reservas se aplica apenas a certas instituições financeiras e apenas a certos tipos de contas; existem até países sem qualquer exigência de reservas. Portanto, essa restrição é mais um mito do que um fato. Na prática, os bancos podem criar dívidas sem limite.

É evidente, porém, que se as pessoas pudessem tomar empréstimos sem restrições, pagariam por bens e serviços inteiramente com dinheiro emprestado. Se os bancos pudessem "criar dinheiro" facilmente, eles o criariam para si mesmos. Mesmo assim, ainda existe a necessidade de que as dívidas sejam pagas quando vencem, semelhante ao que discutimos anteriormente em relação às crises de crédito, mas em uma escala muito maior devido à agregação, consolidação, alavancagem e multiplicação pelos bancos.

Crises como a de 2008 ameaçam toda a economia, não deixando ao banco central outra opção senão intervir e salvar o sistema financeiro absorvendo as perdas. O processo ocorre em duas etapas. Primeiro, o sistema financeiro concede empréstimos enormes a tomadores que não conseguem pagar. Na segunda etapa, alguns anos depois, quando os empréstimos vencem, fica claro que esses tomadores não têm capacidade para pagar o dinheiro que tomaram emprestado.

Isso desencadeia uma grande crise que força uma autoridade monetária pública a intervir. Nos EUA, o Federal Reserve compra maciçamente esses ativos bancários, adicionando trilhões de dólares novos às reservas bancárias. Como resultado, os bancos trocam um ativo por dinheiro real criado exogenamente.

Assim, a criação de uma crise em larga escala é parte essencial do *modus operandi* do sistema financeiro atual. A crise serve para transformar a dívida criada endogenamente em dinheiro real criado exogenamente.

Se o banco central pode criar dinheiro novo, a questão central passa a ser: quem receberá esse dinheiro? O banco central só pode interagir com bancos comerciais; portanto, o dinheiro inevitavelmente flui para os bancos, banqueiros e a classe alta, aumentando a desigualdade na sociedade.

7.2.3 A fonte última do lucro monetário capitalista é o dinheiro estatal

Esse ciclo de empréstimos, crises e resgates oferece uma visão sobre duas questões relacionadas:

1. Todos esperam que seu dinheiro cresça devido aos juros, mas de onde vem esse dinheiro extra se o dinheiro é conservado?
2. Em relação ao lucro capitalista, no circuito $M - C - M'$, conforme exposto por Karl Marx em *O Capital*.

Suponha que os capitalistas tenham um estoque de dinheiro M . Eles então gastam esse dinheiro para construir fábricas, contratar trabalhadores e comprar materiais, produzindo, eventualmente, a mercadoria C . Seu objetivo é vender as mercadorias no mercado e terminar com um saldo $M' > M$, ou seja, um lucro.

Mas quem comprará essas mercadorias? Supondo que sejam bens de consumo para as massas, serão compradas pelos trabalhadores, que só podem pagar por elas com o dinheiro recebido dos capitalistas. Assim, no agregado, o saldo monetário líquido M' dos capitalistas após a venda das mercadorias não pode exceder o saldo inicial M . Capitalistas individuais podem obter lucros criando prejuízos para concorrentes menos competentes, mas a classe como um todo não pode ter lucro líquido.

Juros e lucros podem ser sustentados temporariamente se os consumidores se endividarem. No entanto, em algum momento, a dívida precisa ser paga. O sistema financeiro pode usar vários artifícios para adiar o pagamento, mas eventualmente ele precisa ser quitado, e o atraso alimenta a crise. Nesse ponto, quando uma crise catastrófica explode, o Estado (o governo e o banco central) intervém e injeta dinheiro exógeno no sistema, gerando lucro e juros. Portanto, concluímos que a fonte última do lucro monetário capitalista é o dinheiro estatal.

8 Abordagem probabilística da lei do valor

Para que os preços a que as mercadorias são trocadas correspondam aproximadamente aos seus valores, nada mais é necessário do que 1) que a troca das várias mercadorias deixe de ser puramente acidental ou apenas ocasional; 2) no que diz respeito à troca direta de mercadorias, que essas mercadorias sejam produzidas em ambos os lados em quantidades aproximadamente suficientes para atender às necessidades mútuas, algo aprendido com a experiência mútua no comércio e, portanto, uma consequência natural do comércio contínuo; e 3) no que diz respeito à venda, que não haja nenhum monopólio natural ou artificial que permita a qualquer uma das partes contratantes vender mercadorias acima de seu valor ou obrigá-las a vender abaixo do valor. Por monopólio acidental entendemos um monopólio que um comprador ou vendedor adquire por meio de uma situação acidental de oferta ou demanda. A suposição de que as mercadorias das várias esferas de produção são vendidas pelo seu valor implica, naturalmente, que o seu valor é o centro de gravidade em torno do qual os seus preços flutuam, e que as suas subidas e descidas contínuas tendem a se equalizar[89].

8.1 Modelagem baseada em agentes

Este artigo investiga a teoria da lei do valor de Marx utilizando um modelo computacional dinâmico. Ele é apresentado no capítulo 9 do livro “Econofísica Clássica”[37] e também no artigo “A Emergência da Lei do Valor em uma Economia de Mercadoria Simples e Dinâmica”[134].

Primeiro, devemos estabelecer claramente que existe uma distinção entre valor e preço:

- **Valor:** determinado pelas condições técnicas de produção vigentes e mensurado pelo tempo de trabalho socialmente necessário para produzi-lo.
- **Preço:** a quantia de dinheiro que a mercadoria rende no mercado.

Em uma simplificação teórica do capitalismo (uma "economia mercantil simples"), os preços tendem aos valores, e é isso que queremos demonstrar.

8.1.1 O modelo

As características essenciais do modelo são:

- É composto por N trabalhadores (identificados por um inteiro i entre 1 e N).
- Existem L mercadorias (identificadas por um inteiro j entre 1 e L).
- Possui uma quantidade total constante de dinheiro $M = \sum_i^N m_i$.
- Cada trabalhador produz uma mercadoria por vez.
- Cada mercadoria é simples: não requer a produção de outra mercadoria e pode ser produzida por um único trabalhador, e todos os trabalhadores produzem a mesma mercadoria com a mesma eficiência.
- Os agentes produzem para satisfazer suas necessidades.

Regra de Produção P_1

- No início da simulação, cada agente i possui um vetor $e_i = \mathbf{0}$ que indica a quantidade de mercadorias que o agente possui.
- A mercadoria j produzida pelo agente i é dada por $A(i) = j$. Podemos pensar em um vetor \mathbf{A} que nos diz o que cada agente está produzindo no momento.
- Cada mercadoria requer l_j passos para ser produzida. Ou seja, a cada passo o agente produz $L_j = 1/l_j$ unidades da mercadoria.

– Definimos um vetor $\mathbf{l} = (1/l_1, \dots, 1/l_L) = (L_1, \dots, L_L)$.

Assim, o agente i gera uma unidade da mercadoria $A(i)$ a cada $l_{A(i)}$ passos e, como consequência, o elemento do vetor $e_i[A(i)]$ é incrementado em uma unidade.

Regra de Consumo C_1

- Todos os agentes têm o mesmo desejo de consumo, dado por um vetor global: $\mathbf{c} = (1/c_1, \dots, 1/c_L) = (C_1, \dots, C_L)$.
- Cada agente i possui um vetor de déficit de consumo inicializado como $\mathbf{d}_i = 0$.
- De forma análoga à produção, a cada c_j passos, o elemento $\mathbf{d}_i[j]$ é incrementado em 1, ou seja, a cada passo o desejo do agente aumenta em $C_j = 1/c_j$ unidade.

Assim, a cada passo, cada agente consome uma quantidade de mercadorias dada pelo vetor $\mathbf{o}_i = \min(\mathbf{e}_i, \mathbf{d}_i)$. Por exemplo, para a mercadoria $j = 1$:

1. Se o agente não possuir nenhuma mercadoria, $e_i[1] = 0$, então ele não poderá consumir.
2. Se ele não desejar a mercadoria, $d_i[1] = 0$, ele também não consumirá.
3. Se ambos os valores forem diferentes de zero e o agente possuir mais do que deseja, $e_i[1] > d_i[1]$, então ele consumirá apenas o que deseja, $d_i[1]$.
4. Mas se o agente tiver menos bens do que deseja, $e_i[1] < d_i[1]$, ele consumirá tudo o que tiver disponível, $e_i[1]$.

Em todos os casos, o consumo é dado pelo menor valor. Evidentemente, essa quantidade consumida deve ser deduzida tanto do déficit quanto dos bens em posse. Assim, os vetores são atualizados como: $\mathbf{e}'_i = \mathbf{e}_i - \mathbf{o}_i$ e $\mathbf{d}'_i = \mathbf{d}_i - \mathbf{o}_i$.

Coefficiente de reprodução $\eta = \sum \frac{l_j}{c_j}$

- $\eta = 1$ significa que a produção é igual ao consumo: a simulação adotará essa condição.
- $\eta > 1$ significa que a economia está permanentemente em déficit.
- $\eta < 1$ significa que a economia produz permanentemente um excedente.

Como em nenhuma circunstância temos $c_j < 0$ ou $l_j < 0$, para evitar $\eta > 1$ devemos garantir que nenhum termo seja $\frac{l_j}{c_j} > 1$. Se houver mais de uma mercadoria, devemos ser ainda mais restritivos e exigir $\frac{l_j}{c_j} \leq 1$.

Em outras palavras, deve ser necessário menos passos para produzir uma mercadoria do que para desejá-la. Esta é uma condição necessária para a estabilidade, uma vez que cada agente produz apenas uma mercadoria por vez, mas consome todas. Por exemplo, se tivermos duas mercadorias, dois agentes e cada um produzir uma mercadoria com valores $l_j = 1$ e $c_j = 2$, então $\eta = 0,5 + 0,5 = 1$.

Regra do preço O_1

O preço da mercadoria j de acordo com o agente i é um valor p_j^i que é sorteado aleatoriamente do intervalo $[0, m_i]$.

Regra do Mercado M_1

O mercado de uma determinada mercadoria é considerado "equilibrado" quando não há mais compradores ou vendedores para essa mercadoria. Em outras palavras, se não estiver equilibrado, significa que ainda existem compradores e vendedores. Começamos com um conjunto C de mercadorias que ainda não foram equilibradas no mercado:

1. Selecione aleatoriamente uma mercadoria j do conjunto C .
2. Selecione aleatoriamente um agente vendedor s do conjunto de vendedores potenciais: isto é, agentes que possuem mais da mercadoria j do que desejam consumir, $e_i[j] > d_i[j]$.
3. Selecione aleatoriamente um agente comprador b do conjunto de compradores potenciais: isto é, agentes que possuem menos unidades da mercadoria j do que desejam consumir, $e_i[j] < d_i[j]$.
4. Se não houver compradores ou vendedores potenciais, remova a mercadoria j de C . Caso existam, aplique a regra de troca E_1 .
5. Repita os passos anteriores até que todas as mercadorias sejam liquidadas.

Regra de troca E_1

A regra anterior identifica compradores e vendedores para realizar a troca condicional definida aqui.

- Uma vez que temos um comprador b e um vendedor s que estimam os preços p_j^b e p_j^s para a mercadoria j pela regra O_1 , então um preço de transação é extraído do intervalo $[p_j^b, p_j^s]$.

* Se o comprador tiver dinheiro suficiente, a troca ocorre:

o comprador perde dinheiro e ganha uma unidade da mercadoria, enquanto o vendedor ganha dinheiro e perde uma unidade da mercadoria.

Regra do Setor S_1

Após um período fixo, considerando que estamos no período n , cada agente calcula um vetor de erro $\|\mathbf{d}_i^n\|$ e o compara com o mesmo vetor calculado no período anterior $\|\mathbf{d}_i^{n-1}\|$. Se o erro aumentou, $\|\mathbf{d}_i^n\| > \|\mathbf{d}_i^{n-1}\|$, então o agente muda aleatoriamente a mercadoria que está sendo produzida.

Regra de simulação R_1

Todo o ciclo de produção, consumo, troca e realocação na produção segue esta regra. Inicialmente, construímos \mathbf{l} e \mathbf{c} de forma que $\eta = 1$, e alocamos M/N entre todos os agentes. Em seguida:

- Aumentamos o tempo de simulação em um passo.
- Invocamos a regra P_1 para cada agente.
- Invocamos a regra C_1 para cada agente.
- Invocamos a regra de mercado M_1 .
- Invocamos a regra S_1 para cada agente.
- Repetimos o processo.

Ou seja:

$$SCE = \{R_1, P_1, C_1, O_1 \{M_1, E_1\}, S_1\}$$

Os parâmetros são:

- N — número de agentes.
- L — número de mercadorias.
- M — quantia de dinheiro na simulação.
- R — o tempo máximo de consumo possível, usado para restringir a construção dos vetores \mathbf{l} e \mathbf{c} .
- C — um múltiplo constante de R , é um parâmetro que define a duração do período entre aplicações da regra de troca de setor S_1 .

8.1.2 Divisão do trabalho

Definição 1: Uma divisão do trabalho é eficiente quando, para cada mercadoria, a quantidade de mercadorias produzidas é igual à demanda. Assim, a quantidade total da mercadoria j demandada por etapa é NC_j . Se tivermos uma fração $a_j N$ de agentes produzindo a mercadoria j , então $a_j NL_j$ unidades são produzidas por unidade de tempo.

Para alcançar uma divisão do trabalho eficiente:

$$a_j NL_j = NC_j \quad \rightarrow \quad a_j = \frac{C_j}{L_j} = \frac{l_j}{c_j}$$

Em outras palavras, a_j representa uma divisão do trabalho eficiente.

8.1.3 Preços Objetivos

Começamos com duas definições:

- O preço médio da mercadoria j é dado por $\langle p_j \rangle$, e temos o vetor $\mathbf{p} = (\langle p_1 \rangle, \dots, \langle p_L \rangle)$.
- Os valores, ou seja, a quantidade de tempo investida na produção das mercadorias, são $\mathbf{v} = (l_1, \dots, l_L)$.

Assim, se o preço gravita em torno do valor, se é proporcional ao valor, podemos escrever:

$$\mathbf{p} \approx \lambda \mathbf{v}$$

Onde λ tem unidades de 'dinheiro por unidade de tempo de trabalho'. Como nossa economia é simples, podemos então definir a Expressão Monetária do Tempo de Trabalho (EMTT) como a razão entre a medida da quantidade total de mercadorias trocadas em um intervalo de tempo a preços correntes e o trabalho produtivo despendido na produção dessas mercadorias.

Em outras palavras, a EMTT é simplesmente:

$$\lambda = \frac{\gamma M}{\sum l_i v_i}$$

Analisando:

- O numerador é a quantidade de dinheiro trocada em um determinado intervalo de tempo por meio da troca de mercadorias. Aqui, γ é simplesmente a proporção de dinheiro trocado por unidade de tempo, então γM é a velocidade da moeda, ou seja, quanto dinheiro é trocado dentro do intervalo de tempo em consideração.

- O denominador é o trabalho despendido nas mercadorias que são trocadas em um determinado intervalo de tempo. Aqui, v_i é a taxa de câmbio média da mercadoria j . Assim, temos uma somatória onde cada termo corresponde ao trabalho envolvido nas trocas de cada tipo de mercadoria.

Em resumo, temos:

$$\lambda = \frac{\text{dinheiro trocado por unidade de tempo}}{\text{tempo de trabalho trocado por unidade de tempo}} = \frac{\gamma M}{\sum l_i v_i}$$

Evidentemente, estamos focando apenas nas mercadorias que são trocadas, estamos analisando o mercado. Vale ressaltar que, nesse modelo, as mercadorias têm preço apenas no momento da troca, enquanto seu valor é determinado pelas características técnicas de produção de toda a sociedade.

8.1.4 Simulação

Nem o livro nem o artigo fornecem o código de implementação exato do modelo, então estou tentando ser o mais fiel possível. A implementação final pode ser conferida no meu GitHub. No entanto, após várias semanas trabalhando neste modelo, alguns comentários precisam ser feitos:

Comentário 1: Em nenhum momento é especificado se o dinheiro é inteiro ou não. Apenas é mencionado que o intervalo do qual os preços são extraídos é discreto, o que é um requisito para qualquer modelo computacional, independentemente do tamanho dos intervalos.

A regra de troca pode tornar a execução excessivamente lenta se for usado dinheiro contínuo (usaremos "contínuo" para indicar que estamos usando variáveis como float ou double), porque o modelo não avança até que compradores e vendedores cheguem a um acordo para liquidar o mercado. No entanto, se um comprador tiver riqueza próxima de $m_b \approx 0$, o preço da mercadoria definido pela regra O_1 precisa estar próximo de 0 para que o agente possa comprar. Quanto maior a riqueza do vendedor, menor a probabilidade disso acontecer.

No apêndice, o livro menciona a implementação de um limite no número de vezes que cada agente pode entrar no mercado, mas não detalha como isso é feito. Optei por usar dinheiro decimal; testes com inteiros produziram resultados mais rápidos, porém menos precisos. Também limitei as visitas dos agentes ao mercado, independentemente do sucesso ou fracasso, ou da mercadoria envolvida. Nos meus testes, aumentar o número de visitas ao mercado até o limite testado tornou o modelo mais preciso, porém mais lento. Contudo, não tenho certeza se permitir tentativas ilimitadas necessariamente melhora os resultados. Seria necessário realizar testes para verificar se a dificuldade de obter a mercadoria desejada por possuir pouca riqueza é um fator

importante na dinâmica do sistema.

Comentário 2: Na implementação da regra S_1 para troca de setores, não está claro como o vetor $\mathbf{d}_i^{(n)}$ é construído. É simplesmente o vetor \mathbf{d}_i no último passo do período, ou é um vetor distinto? Optei por esta implementação mais simples mencionada.

Além disso, nesta mesma regra, afirma-se que, se houver um incremento de erro, o agente deve se mover para um “novo setor”, mas diz-se que o novo setor é sorteado uniformemente entre os L setores. É ambíguo se o agente pode acabar permanecendo no mesmo setor. Implementei de forma que o agente seja forçado a trocar de setor. Alguns testes também sugerem que essa dinâmica de agentes trocando de setor desempenha um papel importante na distribuição de dinheiro entre agentes e setores dentro do sistema, mesmo quando o sistema está em equilíbrio estatístico.

Comentário 3: Não ficou claro para mim o que acontece se, ao aplicar a regra E_1 , a oferta do vendedor $p_j^{(s)}$ for maior que a oferta do comprador $p_j^{(b)}$. Presumo que sempre consideramos as ofertas do comprador e do vendedor e sorteamos o preço final entre a menor e a maior das duas, independentemente de quem está fazendo a oferta. Na aplicação da regra O_1 , é permitido que uma mercadoria tenha um preço $p = 0$. Dependendo do montante total de dinheiro, é altamente possível que uma mercadoria seja trocada sem preço se trabalharmos com números inteiros, o que me parece indesejável.

Comentário 4: Para concluir, devo admitir que tive dificuldades em obter os resultados apresentados para $L > 2$. Inicialmente, tentei implementar o código em Python, mas depois migrei para C# em busca de maior velocidade de execução. Meus resultados mostram uma clara tendência de os preços serem proporcionais ao valor, mas nem sempre com uma correlação tão forte quanto a apresentada no livro e no artigo.

Acredito que, além de algumas possíveis diferenças de implementação, existem certas distribuições de taxas de produção e déficits para as quais o modelo pode apresentar uma taxa de correlação mais alta, e algumas escolhas de parâmetros podem tornar o modelo mais preciso, embora aumentem o custo computacional. Em meus testes, como mencionado, aumentar o número de visitas ao mercado por agente teve um efeito positivo no resultado final. Aumentar o número de agentes em si também ajudou, assim como usar valores monetários contínuos em vez de inteiros. Todas essas decisões melhoram o resultado à custa de um custo computacional maior.

Aumentar a janela de captura de dados, por exemplo, calculando a média de 50.000 passos em vez de 5.000, também teve um efeito positivo, novamente ao custo de aumentar o tempo necessário para a simulação ser executada. É por isso que acabei implementando o código em C#.

No entanto, devo alertar que ainda acredito que possam existir algumas diferenças sutis em comparação com a proposta original, devido à dificuldade de reproduzir fiel-

mente os resultados. A correlação originalmente relatada, mesmo para $L = 5$, foi de cerca de 9.8 em 10 execuções, e em um caso chegou a atingir 1. Mesmo assim, acredito que esta versão do modelo já seja suficiente para investigar a questão. Sugestões para melhorias são bem-vindas.

Um dos principais problemas que noto é que a mercadoria com o maior tempo de produção parece ter dificuldade em atingir o preço mais alto. Se tivermos $L = 5$, as outras quatro mercadorias seguem uma forte tendência linear, enquanto esta última tem dificuldade em apresentar os resultados esperados. Além disso, esta mercadoria também apresenta um número extremamente baixo de transações, o que acredito ser resultado do déficit acumulado nas etapas anteriores e do fato de o modelo priorizar o consumo em detrimento da troca. Assim, presumo (embora sejam necessárias mais investigações) que os agentes que começam a trabalhar neste setor acabam produzindo mais para consumo do que para troca, ainda mais do que nos outros setores.

Abaixo está um resultado para $L = 5$, com $N = 200$ agentes, $M = 100 \cdot N$ e $L \cdot 500$ visitas ao mercado por etapa para cada agente, dados obtidos ao longo de 50.000 etapas (50.000-100.000):

| Produto | Preço | Valor | Trocas | Trabalhadores |
|---------|--------|-------|--------|---------------|
| 0 | 38,33 | 1.0 | 1975 | 20 |
| 1 | 116,84 | 1.5 | 154118 | 30 |
| 2 | 553,42 | 2.0 | 22738 | 40 |
| 3 | 747,60 | 2.5 | 2207 | 50 |
| 4 | 541,66 | 3.0 | 148 | 60 |

O preço e a quantidade de trabalhadores são médias e o tempo necessário para aumentar uma unidade de déficit para todas as mercadorias é de 10. Podemos observar que a distribuição de trabalhadores em cada setor segue a distribuição eficiente e que o preço aumenta com o valor, exceto para a mercadoria de maior valor. No entanto, seu volume de trocas é 13 vezes menor que o da segunda mercadoria de maior valor. Uma mercadoria era trocada aproximadamente a cada 500 passos. Se considerarmos o número de transações por agente, esse número se torna ainda menor. O número de trocas por agente, para cada mercadoria no período é: [98, 75, 5137, 26, 568, 45, 44, 14, 2, 46].

Vale lembrar da passagem no livro que discute os requisitos para a lei do valor operar,

[se] a probabilidade de um vendedor de j encontrar um comprador no mercado for baixa; portanto, a troca se torna ocasional, não atendendo a um requisito para a lei do valor operar[37].

Acredito que seja isso que acontece neste modelo. Apesar de tudo, a relação entre valor e preço permanece clara: se você aumentar o tempo médio de produção de uma

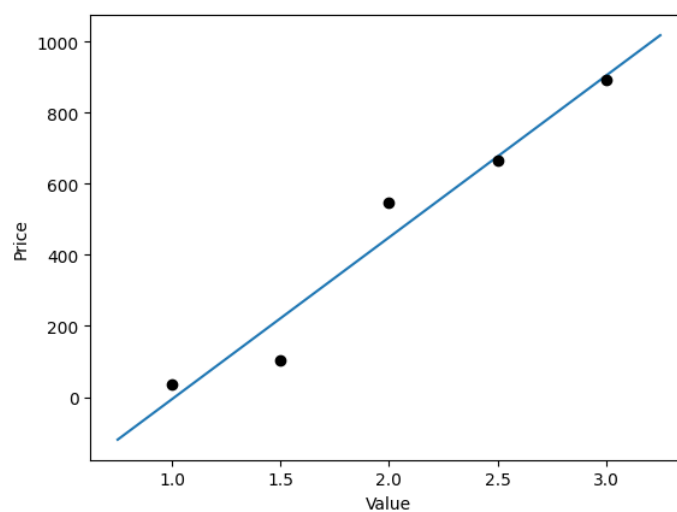
mercadoria, o preço médio pelo qual essa mercadoria será negociada tende a aumentar. A correlação considerando todas as mercadorias é de 0,84 e, desconsiderando a mercadoria de maior valor, é de 0.97. Devido à natureza estatística do modelo, quando há mais transações, a lei do valor é respeitada.

Para um caso quase idêntico, mas agora permitindo apenas $L \cdot 100$ visitas ao mercado por agente, e tomando as médias entre os passos 950.000 e 1.000.000, temos:

| Produto | Preço | Valor | Trocas | Trabalhadores |
|---------|--------|-------|--------|---------------|
| 0 | 36,49 | 1.0 | 7151 | 20 |
| 1 | 101,88 | 1.5 | 139728 | 30 |
| 2 | 547,72 | 2.0 | 17750 | 40 |
| 3 | 666,68 | 2.5 | 1226 | 50 |
| 4 | 891,73 | 3.0 | 142 | 60 |

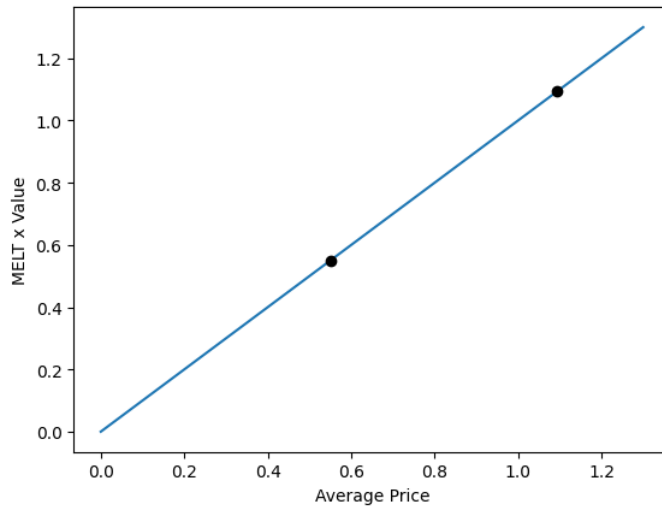
Uma correlação de 0,97. Outro indício de que nosso modelo não é totalmente fiel ao livro é que mais da metade das mercadorias têm um preço médio maior que 5 vezes a riqueza per capita. No gráfico apresentado no livro (e no artigo), nenhuma riqueza excede a riqueza per capita. No entanto, acredito que ainda somos capazes de demonstrar a relação entre preço e valor.

Deve-se considerar também que, embora esse resultado seja proporcional, não é necessariamente diretamente proporcional. Ou seja, temos uma espécie de preço base b para a mercadoria, ao qual se adiciona um preço maior de acordo com o tempo de trabalho necessário para produzi-la: $\langle p_j \rangle = \lambda l_j + b$. Para este conjunto de resultados, utilizando um método de regressão linear simples, a relação entre preço e valor pode ser dada pela equação da reta $\langle p_j \rangle = 454,98l_j - 461,01$.



Poderíamos dedicar tempo a interpretar o que significa esse a existência de um preço base para a mercadoria, mas o ponto mais relevante, para mim, é a inegável

relação linear entre preço e valor. Além disso, outras modificações deste modelo podem ser exploradas com o objetivo de corrigir e/ou melhorar os resultados. Exemplos incluem: testar diferentes regras para construir o vetor de déficit a ser aplicado à regra S_1 , ou mesmo uma regra completamente diferente; maneiras alternativas de limitar o número de visitas ao mercado por etapa; limitar o consumo de cada agente por etapa; e assim por diante. Para concluir, podemos analisar um caso especial simples com duas mercadorias, no qual é mais fácil atingir o equilíbrio e podemos alocar trabalhadores de forma eficiente entre os dois setores sem grandes problemas dinâmicos, desativando a regra de troca.



Essa reta não é o resultado da interpolação dos pontos, mas sim uma reta $y = x$ construída para passar pela origem. Evidentemente, não há vantagem em construir uma reta que passe por dois pontos, mas nada exige que a reta passe pela origem. Isso é uma consequência do modelo.

Extra

Um possível algoritmo para construir os vetores \mathbf{l} e \mathbf{c} é o seguinte: Primeiro, gere dois vetores aleatórios $\mathbf{l} = (L_1, \dots, L_L)$ e $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_L)$. Então calcule a soma $\sum_i^L \frac{u_j}{L_j} = F$. Após isso divida ambos os lados por F :

$$\sum_i^L \frac{1}{F} \frac{u_j}{L_j} = \frac{F}{F} \rightarrow \sum_i^L \frac{u_j/F}{L_j} = 1 = \sum_i^L \frac{C_j}{L_j}$$

Ou seja, os elementos do vetor \mathbf{C} são $C_j = \frac{u_j}{F}$, ou equivalentemente, $\mathbf{C} = \frac{\mathbf{u}}{F}$.

8.2 Modelagem baseada em equações

Agora, em vez de um modelo baseado em agentes, temos um modelo baseado em equações. Novamente códigos relacionados à este modelo podem serem encontrados no

meu GitHub.

8.2.1 Equação do trabalho

Continuaremos usando as notações matemáticas introduzidas anteriormente e definiremos algumas novas.

- A velocidade da moeda é dada por γM , onde γ é uma constante entre 0 e 1.
- O vetor $\mathbf{b}(t) = (b_1, \dots, b_L)$ é tal que cada elemento b_j representa a fração instantânea (isto é, no instante t) do fluxo monetário total recebido pelo setor j .
 - Evidentemente, se somarmos todos os setores, teremos $\sum b_j = 1$.

Se a velocidade de circulação da moeda γM representa a quantidade total de dinheiro em circulação num dado instante t , e b_j representa a fração dessa quantidade que o setor j está recebendo, então, claramente, a quantidade total de dinheiro que o setor j está recebendo é dada pelo produto $b_j \gamma M$.

O vetor $\mathbf{a}(t) = (a_1, \dots, a_L)$ é definido de forma que cada elemento a_j represente a fração atual de trabalhadores alocados no setor j .

Aproximando que, a cada passo, cada agente consome $1/c_j$ da mercadoria j , e que seu preço médio é $\langle p_j \rangle$, então o custo de consumo atual por passo por agente é $\sum \langle p_j \rangle / c_j$.

Consideremos que os agentes trocam de setor com base em um sinal fornecido pelos preços. Isto é, cada setor tem uma taxa de despesa ideal que representa a quantia de dinheiro que precisa ser gasta pelos agentes empregados nesse setor para satisfazer suas necessidades. Essa taxa é dada pelo produto do consumo individual calculado anteriormente e o número atual de agentes trabalhando no setor ($a_j N$), ou seja, $a_j N \sum \langle p_j \rangle / c_j$.

Assim, o fluxo, ou o erro na taxa de rendimento do setor, é dado pela diferença entre o total de dinheiro que entra no setor j e o consumo ideal:

$$\phi_j(t) = b_j \gamma M - a_j N \sum_{k=1}^L \frac{\langle p_k \rangle}{c_k}$$

Evidentemente, $\phi_j > 0$ implica que o setor tem lucro, ou seja, o setor recebe mais dinheiro do que os agentes que nele trabalham gastam para satisfazer seu consumo. Por outro lado, $\phi_j < 0$ implica um déficit, e $\phi_j = 0$ representa o equilíbrio ideal. Aproximamos então que a troca de agentes entre setores (da_j/dt) é proporcional a ϕ_j . Por exemplo, se houver um déficit, significa que o setor não tem rendimento suficiente, então os agentes deixarão o setor em busca de outro setor que seja lucrativo e capaz

de absorvê-los. Em outras palavras, $da_j/dt = \psi\phi_j(t)$, onde ψ é uma constante positiva que regula a intensidade da troca de setores.

Esta é a **equação do trabalho**: ela define como a alocação de trabalho entre diferentes setores de produção varia de acordo com o rendimento recebido pelo setor devido a venda de suas mercadorias. Podemos escrevê-la de forma mais completa:

$$\frac{da_j}{dt} = \psi\phi_j(t) = \psi \left(b_j\gamma M - a_j N \sum_{k=1}^L \frac{\langle p_k \rangle}{c_k} \right)$$

Recordando que o vetor consumo é dado por $\mathbf{c} = (1/c_1, \dots, 1/c_L)$, e que definimos anteriormente um vetor preço $\mathbf{p} = (\langle p_1 \rangle, \dots, \langle p_L \rangle)$, então $\mathbf{c} \cdot \mathbf{p} = \sum \frac{\langle p_k \rangle}{c_k}$. Assim, a equação do trabalho para toda a economia pode ser escrita em notação vetorial como:

$$\frac{d\mathbf{a}}{dt} = \psi (\gamma M \mathbf{b} - N (\mathbf{p} \cdot \mathbf{c}) \mathbf{a})$$

Agora, como um agente no setor j produz $1/l_j$ unidades da mercadoria a cada passo (ela é produzida após l_j passos), a produção total no setor em um passo é dada por $a_j N/l_j$. Se definirmos o preço médio da mercadoria j como o resultado da divisão da renda do setor (como vimos anteriormente, dada por $b_j\gamma M$) pela quantidade total de mercadorias produzidas, ou seja, o dinheiro que entrou no setor com a venda de mercadorias dividido pela quantidade de mercadorias produzidas, então o preço médio é:

$$\langle p_j \rangle = \frac{b_j\gamma M}{\frac{a_j N}{l_j}} = \frac{b_j\gamma M l_j}{a_j N} = \frac{\gamma M}{N} \frac{b_j}{a_j} l_j$$

8.2.2 Equação do dinheiro

Agora, queremos entender como a variação na renda depende da distribuição do trabalho. Certamente, a renda de um setor depende da quantidade de mercadorias produzidas. Como ninguém consome mais do que precisa, o consumo máximo corresponde à “demanda social” por cada mercadoria j .

Como cada agente consome $1/c_j$ por passo (ou seja, consome uma unidade da mercadoria a cada c_j passos), a demanda social é dada por N/c_j . Da mesma forma, cada agente empregado no setor j produz $1/l_j$, e como o número de agentes no setor é $a_j N$, a quantidade total de mercadoria produzida no setor é $a_j N/l_j$.

Assim, analogamente ao que fizemos anteriormente, o fluxo, ou o erro de produção dado pela diferença entre a quantidade de mercadoria produzida e consumida, é dado por:

$$\xi_j(t) = \frac{a_j N}{l_j} - \frac{N}{c_j}$$

Evidentemente, $\xi_j > 0$ representa superprodução, e $\xi_j < 0$ implica que a produção é insuficiente, enquanto $\xi_j = 0$ denota equilíbrio. Se assumirmos que, quando há superprodução (subprodução), o preço cai (sobe), então a variação na renda do setor é proporcional, mas inversamente proporcional, a ξ_j , ou seja, $db_j/dt = -\omega\xi_j(t)$, onde ω é uma constante positiva que ajusta a intensidade com que a distribuição de renda reage ao erro de produção.

Essa equação é conhecida como a **equação do dinheiro** porque define como a alocação de dinheiro entre diferentes setores varia de acordo com a superprodução ou subprodução de mercadorias. Ela pode ser escrita de forma mais completa como:

$$\frac{db_j}{dt} = -\omega\xi_j(t) = -\omega N \left(\frac{a_j}{l_j} - \frac{1}{c_j} \right)$$

Se definirmos uma matriz A onde os únicos elementos não nulos são os elementos diagonais $a_{ii} = a_i$, e usando o vetor de produção $\mathbf{l} = (1/l_1, \dots, 1/l_L)$ como um vetor coluna, podemos escrever a equação do dinheiro para toda a economia como:

$$\frac{d\mathbf{b}}{dt} = -N\omega (\mathbf{A}\mathbf{l} - \mathbf{c})$$

Uma vez que o vetor de consumo é $\mathbf{c} = (1/c_1, \dots, 1/c_L)$. Vamos agora investigar como o equilíbrio deste sistema, formado pelas equações de trabalho e moeda, é alcançado.

8.2.3 Equilíbrio

Reunindo os resultados anteriores, temos que um sistema de mercadorias simples é descrito pelo seguinte sistema de equações diferenciais acopladas de ordem $2L$ (a equação do trabalho e a equação monetária para todas as mercadorias):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{a}} &= \psi (\gamma M \mathbf{b} - N (\mathbf{p} \cdot \mathbf{c}) \mathbf{a}) \\ \dot{\mathbf{b}} &= -\omega N (\mathbf{A}\mathbf{l} - \mathbf{c}) \end{aligned}$$

Onde:

$$\langle p_j \rangle = \frac{\gamma M}{N} \frac{b_j}{a_j} l_j$$

E com as seguintes restrições:

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^L a_j &= 1 & 0 \leq a_j \leq 1 \\
\sum_{j=1}^L b_j &= 1 & 0 \leq b_j \leq 1 \\
\sum_{j=1}^L \frac{l_j}{c_j} &= 1 = \eta & l_j, c_j > 0 \\
M, N &> 0 & \omega, \psi > 0 \\
0 \leq \gamma &\leq 1
\end{aligned}$$

Onde:

- M (N) é a quantidade total de dinheiro (população) no sistema.
- a_j é a fração de trabalhadores produzindo a mercadoria j em um dado momento.
 - $a_j N$ é então o número de trabalhadores no setor j , e \mathbf{a} é o vetor formado pelos elementos a_j . Enquanto isso, \mathbf{A} é uma matriz onde os únicos elementos não nulos são os elementos diagonais, que são os elementos $a_i = a_{ii}$.
- γ é a fração de dinheiro trocado por unidade de tempo, então γM é a velocidade do dinheiro.
- b_j é a fração de γ recebida pelo setor que produz a mercadoria j em um dado momento, e \mathbf{b} é o vetor formado pelos elementos b_j .
- l_j (c_j) é o tempo necessário para que uma mercadoria j seja produzida (consumida).
 - \mathbf{l} (\mathbf{c}) é o vetor formado pelos elementos $1/l_j$ ($1/c_j$).
- ω (ψ) é uma constante que regula a intensidade com que os trabalhadores (renda) migram entre os setores.
- $\langle p_j \rangle$ é o preço médio da mercadoria j , e \mathbf{p} é o vetor formado pelos elementos $\langle p_j \rangle$.

Em resumo, este sistema funciona segundo o seguinte esquema: uma determinada divisão do trabalho resulta em superprodução ou subprodução de mercadorias, o que ativa um mecanismo de correção de preços baseado na oferta e na procura. Isso provoca uma alteração na renda do setor, o que, conseqüentemente, leva os agentes a mudarem de setor, resultando em uma nova divisão do trabalho. Este sistema possui um único ponto de equilíbrio dado por:

$$\mathbf{a}^* = \left(\frac{l_1}{c_1}, \dots, \frac{l_L}{c_L} \right) = \mathbf{b}^*$$

Para facilitar a compreensão, vamos revisitar as equações para um único setor j :

$$\begin{aligned} \dot{a}_j &= \psi \left(b_j \gamma M - a_j N \sum_{k=1}^L \frac{\langle p_k \rangle}{c_k} \right) \\ \dot{b}_j &= -\omega N \left(\frac{a_j}{l_j} - \frac{1}{c_j} \right) \end{aligned}$$

Consideração a situação de equilíbrio, isto é, quando não há mais variações ($\dot{a}_j = \dot{b}_j = 0$):

$$\begin{aligned} 0 &= \psi \left(b_j^* \gamma M - a_j^* N \sum_{k=1}^L \frac{\langle p_k^* \rangle}{c_k} \right) \\ 0 &= -\omega N \left(\frac{a_j^*}{l_j} - \frac{1}{c_j} \right) \end{aligned}$$

Ou simplesmente:

$$\begin{aligned} 0 &= b_j^* \gamma M - a_j^* N \sum_{k=1}^L \frac{\langle p_k^* \rangle}{c_k} \\ 0 &= \frac{a_j^*}{l_j} - \frac{1}{c_j} \end{aligned}$$

Da segunda equação obtemos diretamente:

$$a_j^* = \frac{l_j}{c_j}$$

Substituindo na primeira equação, e também usando a definição de preço médio, temos:

$$\begin{aligned}
0 &= b_j^* \gamma M - (a_j^*) N \sum_{k=1}^L \frac{1}{c_k} (\langle p_k^* \rangle) \\
-b_j^* \gamma M &= - \left(\frac{l_j}{c_j} \right) N \sum_{k=1}^L \frac{1}{c_k} \left(\frac{\gamma M}{N} \frac{b_k^*}{a_k^*} l_k \right) \\
-b_j^* &= - \frac{l_j}{c_j} \sum_{k=1}^L \frac{l_k}{c_k} \frac{b_k^*}{a_k^*}
\end{aligned}$$

Substituindo novamente $a_j^* = \frac{l_j}{c_j}$ (um termo que reapareceu pois $\langle p_k \rangle$):

$$\begin{aligned}
-b_j^* &= - \frac{l_j}{c_j} \sum_{k=1}^L \frac{l_k}{c_k} \frac{1}{a_k^*} b_k^* \\
-b_j^* &= - \frac{l_j}{c_j} \sum_{k=1}^L \frac{l_k}{c_k} \frac{c_k}{l_k} b_k^* \\
-b_j^* &= - \frac{l_j}{c_j} \sum_{k=1}^L b_k^*
\end{aligned}$$

E desde que $\sum_{k=1}^L b_k^* = 1$, então:

$$b_j^* = \frac{l_j}{c_j} = a_j^*$$

Ou seja, quando o sistema está em equilíbrio, a proporção de agentes empregados em cada setor é igual à proporção de dinheiro que cada setor recebe, que é proporcional a l_j/c_j . Isso faz sentido porque todos os agentes neste modelo necessitam da mesma renda para satisfazer suas necessidades. Já mostramos que a divisão eficiente do trabalho ocorre quando $a_j = l_j/c_j$, portanto, um resultado que obtemos sem muito esforço é que, no equilíbrio, a divisão do trabalho tende à eficiência máxima.

Além disso, esse ponto de equilíbrio é assintoticamente estável, isto é, independentemente das condições iniciais, o sistema sempre evolui em direção ao ponto de equilíbrio. Para provar isso, primeiro precisamos a) linearizar o sistema e b) deslocar o ponto de equilíbrio para a origem. Então, podemos aplicar o método direto de Lyapunov. Relembrando que as equações no ponto de equilíbrio são:

$$\begin{aligned}\dot{a}_j &= \psi\gamma Mb_j - \psi \sum_{k=1}^L \frac{l_k \gamma M}{c_k} \frac{a_j b_k}{a_k} \\ \dot{b}_j &= \frac{\omega N}{c_j} - \frac{\omega N}{l_j} a_j\end{aligned}$$

Precisamos linearizar o primeiro termo. Primeiro, como $\sum_{j=1}^L a_j = 1$, segue-se que $\sum_{j=1}^L \dot{a}_j = 0$, porque a variação em cada elemento deve ser 'cancelada' por uma variação equivalente de sinal oposto em outro(s) elemento(s) para que a soma permaneça constante. Assim:

$$\begin{aligned}\dot{a}_j &= \psi\gamma Mb_j - \psi \sum_{k=1}^L \frac{l_k \gamma M}{c_k} \frac{a_j b_k}{a_k} \\ \sum_{j=1}^L \dot{a}_j &= \sum_{j=1}^L \left[\psi\gamma Mb_j - \psi \sum_{k=1}^L \frac{l_k \gamma M}{c_k} \frac{a_j b_k}{a_k} \right] \\ 0 &= \sum_{j=1}^L b_j - \sum_{j,k=1}^L \frac{l_k}{c_k} \frac{a_j b_k}{a_k} \\ \sum_{j=1}^L b_j &= \sum_{j,k=1}^L \frac{l_j}{c_k} \frac{a_j b_k}{a_k} \\ \left(\sum_{j=1}^L b_j \right) &= \left(\sum_{j=1}^L a_j \right) \left(\sum_{k=1}^L \frac{l_k}{c_k} \frac{b_k}{a_k} \right) \\ 1 &= \sum_{k=1}^L \frac{l_k}{c_k} \frac{b_k}{a_k}\end{aligned}$$

Onde nós usamos o fato que $\sum_{j=1}^L b_j = \sum_{j=1}^L a_j = 1$. Revisitando nossa equação então:

$$\begin{aligned}\dot{a}_j &= \psi\gamma Mb_j - \psi \sum_{k=1}^L \frac{l_k \gamma M}{c_k} \frac{a_j b_k}{a_k} \\ &= \psi\gamma Mb_j - \psi\gamma M a_j \sum_{k=1}^L \frac{l_k}{c_k} \frac{b_k}{a_k} \\ &= \psi\gamma Mb_j - \psi\gamma M a_j \psi\end{aligned}$$

Isto é:

$$\dot{a}_j = \psi\gamma M (b_j - a_j)$$

Agora, com uma simples troca de variáveis $x_j = a_j - \frac{l_j}{c_j}$ e $y_j = b_j - \frac{l_j}{c_j}$, nós deslocamos o ponto de equilíbrio para a origem. Com essa troca, para a equação do trabalho nós temos:

$$\begin{aligned}\dot{a}_j &= \psi\gamma M (b_j - a_j) \\ \frac{d}{dt} \left(x_j + \frac{l_j}{c_j} \right) &= \psi\gamma M \left(\left[y_j + \frac{l_j}{c_j} \right] - \left[x_j + \frac{l_j}{c_j} \right] \right) \\ \dot{x}_j &= \psi\gamma M (y_j - x_j)\end{aligned}$$

Ou em notação vetorial:

$$\dot{\mathbf{x}} = \psi\gamma M (\mathbf{y} - \mathbf{x})$$

E para a equação do dinheiro:

$$\begin{aligned}\dot{b}_j &= -\omega N \left(\frac{a_j}{l_j} - \frac{1}{c_j} \right) \\ \frac{d}{dt} \left(y_j + \frac{l_j}{c_j} \right) &= -\omega N \left(\frac{1}{l_j} \left(x_j + \frac{l_j}{c_j} \right) - \frac{1}{c_j} \right) \\ \dot{y}_j &= -\omega N \left(\frac{x_j}{l_j} \right)\end{aligned}$$

Ou em notação vetorial:

$$\mathbf{y} = -\omega n \mathbf{X} \mathbf{l}$$

Temos então:

$$\begin{aligned}\dot{x}_j &= \psi\gamma M (y_j - x_j) \\ \dot{y}_j &= -\omega N \left(\frac{x_j}{l_j} \right)\end{aligned}$$

Ou:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \psi\gamma M(\mathbf{y} - \mathbf{x}) \\ \mathbf{y} &= -\omega n \mathbf{X} \mathbf{l}\end{aligned}$$

Analogamente a \mathbf{A} , \mathbf{X} é a matriz onde apenas os elementos diagonais x_{ii} são diferentes de zero. Como o equilíbrio agora está na origem, os termos x_j e y_j representam um erro na produção e na renda do setor j .

Para formalizar isso, definimos uma função $V : \mathbb{R}^{2L} \rightarrow \mathbb{R}$, que significa que V atribui um número real a cada vetor de variáveis $(x_1, \dots, x_L, y_1, \dots, y_L)$. Essa função nos permite atribuir um valor escalar a cada configuração do sistema. Mais explicitamente:

$$V(x_1, \dots, x_L, y_1, \dots, y_L) = \frac{1}{2\psi\gamma M} \sum x_j^2 + \frac{1}{2\omega N} \sum l_j y_j^2$$

Assim, temos uma medida escalar do erro para cada estado possível do nosso sistema. Obviamente, se estivermos na origem, $x_j = y_j = 0$, então $V = 0$, e se estivermos longe da origem, então $V > 0$, já que x_j e y_j são números reais maiores ou iguais a zero. Todos os termos são necessariamente não negativos, e a escolha desta forma específica para V visa simplificar os cálculos posteriores.

O que queremos é que V seja uma função de Lyapunov. Para que isso seja possível, V deve primeiro satisfazer $V = 0$ na origem e $V > 0$ na vizinhança da origem. Como discutido, ambos os casos são satisfeitos com esta definição de V . O último requisito é que $\dot{V} \leq 0$. Tomando a derivada:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}V &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2\psi\gamma M} \sum x_j^2 + \frac{1}{2\omega N} \sum l_j y_j^2 \right) \\ &= \frac{1}{2\psi\gamma M} \sum \frac{d}{dt} (x_j^2) + \frac{1}{2\omega N} \sum l_j \frac{d}{dt} (y_j^2) \\ &= \frac{1}{2\psi\gamma M} \sum 2x_j \dot{x}_j + \frac{1}{2\omega N} \sum l_j 2y_j \dot{y}_j \\ \dot{V} &= \frac{1}{\psi\gamma M} \sum x_j \dot{x}_j + \frac{1}{\omega N} \sum l_j y_j \dot{y}_j\end{aligned}$$

Uma vez que a derivada da soma é a soma das derivadas, substituindo \dot{x}_j and \dot{y}_j :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \frac{1}{\psi\gamma M} \sum x_j \dot{x}_j + \frac{1}{\omega N} \sum l_j y_j \dot{y}_j \\
&= \frac{1}{\psi\gamma M} \sum x_j [\psi\gamma M (y_j - x_j)] + \frac{1}{\omega N} \sum l_j y_j \left[-\omega N \left(\frac{x_j}{l_j} \right) \right] \\
&= \sum x_j (y_j - x_j) - \sum y_j x_j \\
&= \sum x_j y_j - \sum x_j^2 - \sum y_j x_j
\end{aligned}$$

Ou simplesmente:

$$\dot{V} = - \sum x_j^2$$

Evidentemente, $\dot{V} \leq 0$, como desejávamos. Além disso, $\dot{V} = 0$ ocorre apenas para $\mathbf{x}^* = 0$; em todos os outros casos, temos $\dot{V} < 0$. Ou seja, o erro escalar dado por V sempre diminui com o tempo até que o equilíbrio seja alcançado, onde o erro é zero e então se estabiliza. $\dot{V} < 0$ na vizinhança do ponto de equilíbrio é o que define um ponto como assintoticamente estável. Nesse caso, como a função de Lyapunov é válida para todo \mathbb{R}^{2L} e não apenas perto do ponto de equilíbrio, podemos dizer que o ponto é globalmente assintoticamente estável.

Finalmente, podemos chegar ao resultado que mais nos interessa: a **lei do valor**: os valores são atrativos para os preços médios. Ou seja:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{p}(t) = \lambda \mathbf{v}$$

Onde $\mathbf{v} = (l_1, \dots, l_L)$. Como $1/l_j$ denota quantas unidades da mercadoria j são produzidas por unidade de tempo, l_j denota quantas unidades de tempo são necessárias para produzir a mercadoria j . Retornando à definição de preço médio e usando o ponto de equilíbrio ($a_j = b_j$), temos no equilíbrio:

$$\langle p_j \rangle = \frac{\gamma M}{N} \frac{b_j}{a_j} l_j = \left(\frac{\gamma M}{N} \right) l_j$$

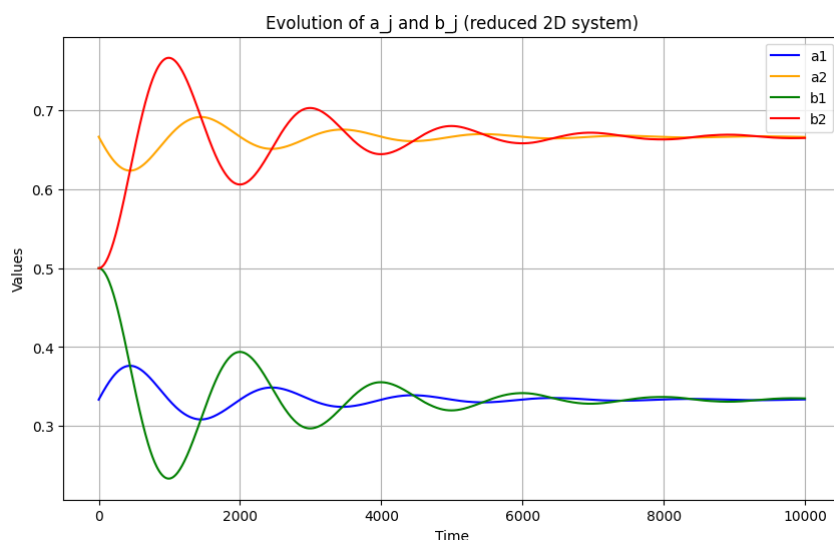
Temos então $\lambda = \gamma M/N$, representando o valor monetário de uma unidade de tempo de trabalho. À medida que o sistema tende ao equilíbrio, os preços \mathbf{p} tendem a $\lambda \mathbf{v}$.

É interessante notar que o numerador de λ é o mesmo calculado para a simulação: a velocidade da moeda. Mas o denominador é diferente. Devemos lembrar que o denominador representa o trabalho despendido nas mercadorias que são trocadas no mercado durante um determinado intervalo de tempo. Se o nosso intervalo de tempo for de uma unidade, e tivermos N agentes em um sistema onde todos os agentes estão

sempre produzindo e trocando o que produziram, então, em uma unidade de tempo, N unidades de tempo de trabalho são incorporadas às mercadorias que foram trocadas.

Isto é, Como estamos analisando apenas os bens que estão sendo trocados no mercado, podemos ver que, em média, N unidades de tempo de trabalho são trocadas por unidade de tempo. Podemos também observar que, de certa forma, quando os agentes mudam de setor buscando maximizar sua renda, eles sempre tentam trabalhar em um setor onde a mercadoria que produzem terá melhor aceitação no mercado. Me parece que aqui a produção é mais orientada a troca.

A solução numérica do sistema para L pode ser vista abaixo demonstrando a evolução do sistema até atingir o equilíbrio estocástico para $\psi = 0.1$, $\gamma = 0.01$, $M = 1.0$, $\omega = 0.01$, $N = 1.0$, $l = (1, 2)$ e $c = (3, 3)$ ou seja, os pontos de equilíbrio são $l_1/c_1 = 0.33$ e o outro $l_2/c_2 = 0.67$.



8.2.4 Conclusão

A parte quantitativa da teoria do valor marxista nos diz que os preços estão relacionados ao tempo de trabalho socialmente necessário para produzir uma mercadoria, e os desvios dos preços em relação aos valores são sinais de erros sociais que servem para redistribuir o trabalho. Para analisar isso mais detalhadamente, vamos definir o conceito de trabalho comandado: $\langle \epsilon_j \rangle = \frac{\langle p_j \rangle}{\lambda}$.

Essa quantidade representa quanto tempo de trabalho socialmente necessário, em média, uma mercadoria “contém” quando é trocada no mercado. Lembre-se de que a Expressão Monetária do Tempo de Trabalho (EMTT), possui unidades monetárias por unidade de tempo de trabalho. Como o preço é em dinheiro, ϵ possui unidades de tempo de trabalho. Se $\langle \epsilon_j \rangle < l_j$, isso significa que a mercadoria foi negociada a um preço depreciado; de forma oposta, se $\langle \epsilon_j \rangle > l_j$, então a mercadoria está sobrevalorizada. Todas essas quantidades são objetivas e independentes de qualquer subjetividade

individual sobre a utilidade da mercadoria, e no equilíbrio $\langle \epsilon_j \rangle = l_j$.

Manipulando o trabalho necessário, a equação pode ser reescrita como:

$$\langle \epsilon_j \rangle = \frac{1}{\lambda} \langle p_j \rangle = \frac{N}{\gamma M} \frac{\gamma M}{N} \frac{b_j}{a_j} l_j = \frac{b_j}{a_j} l_j$$

Isto é, $b_j = \langle \epsilon_j \rangle \frac{a_j}{l_j}$. Substituindo na versão linearizada da equação do trabalho, temos:

$$\dot{a}_j = \psi \gamma M (b_j - a_j) = \psi \gamma M a_j \left(\frac{\langle \epsilon_j \rangle}{l_j} - 1 \right)$$

Ou simplesmente:

$$\dot{\mathbf{a}} = \psi \gamma M \mathbf{a} \left(\frac{\langle \epsilon_j \rangle}{l_j} - 1 \right)$$

Analisando o termo entre parênteses, se $\left(\frac{\langle \epsilon_j \rangle}{l_j} > 1 \right)$, então a subtração é positiva e a mercadoria está sobrevalorizada, sinalizando a necessidade de expandir o setor e aumentar sua produção. Evidentemente, $\left(\frac{\langle \epsilon_j \rangle}{l_j} < 1 \right)$ sinaliza o oposto. Vale ressaltar que o equilíbrio com o qual estamos trabalhando é um equilíbrio estatístico, o que significa que estamos discutindo uma relação média entre valor e preço. Mesmo em equilíbrio, uma transação individual pode ocorrer a preços diferentes. A lei do valor, como apresentada, afirma que, em equilíbrio, o preço médio das mercadorias é proporcional aos seus valores de trabalho.

É importante observar que este modelo não esgota as possibilidades de investigação do tema. Existem modelos que exploram, por exemplo, sistemas de produção complexos onde uma mercadoria é necessária para produzir outra (Krause), mas acredito que, para um primeiro contato, o conteúdo aqui apresentado já cumpre seu propósito.

Se definirmos um coeficiente α_{ij} , que indica que 1 hora de trabalho na produção da mercadoria i é equivalente a α_{ij} horas de trabalho na mercadoria j , podemos então escrever:

$$\alpha_{ij} = \frac{\langle p_i \rangle / l_i}{\langle p_j \rangle / l_j} = \frac{\frac{\gamma M}{N} \frac{b_i}{a_i} l_i / l_i}{\frac{\gamma M}{N} \frac{b_j}{a_j} l_j / l_j} = \frac{b_i / a_i}{b_j / a_j}$$

Primeiramente, podemos observar que $\frac{\langle p_i \rangle}{l_i}$ nos dá a quantia monetária correspondente a uma unidade de tempo de trabalho na produção da mercadoria i . Assim, ao dividirmos essa quantia para a mercadoria i pela quantia correspondente para a mercadoria j , obtemos o “preço” de uma unidade de tempo de trabalho na produção da mercadoria i , expresso como um múltiplo do equivalente para a produção da mercadoria j .

Em outras palavras, essa razão “indica que 1 hora de trabalho na produção da

mercadoria i é equivalente a α_{ij} horas de trabalho na produção da mercadoria j ". Por exemplo, se a mercadoria i tem 2 unidades monetárias por unidade de tempo de trabalho e a mercadoria j tem 4, então $\alpha_{ij} = 1/2$, o que significa que para cada intervalo de tempo em que a mercadoria j produz o equivalente a ser vendido como 1 unidade monetária, esse tempo corresponde a 0.5 unidades monetárias para a mercadoria i .

Já obtivemos o resultado de que, no equilíbrio, $a_j = b_j$, logo, evidentemente, no equilíbrio, $b_j/a_j = 1$, e conseqüentemente $\alpha_{ij} = 1$. Em outras palavras, a afirmação de que os valores são atratores para os preços no equilíbrio é equivalente à afirmação de que os coeficientes homogêneos são atratores para os coeficientes heterogêneos no equilíbrio.

A lei do valor é uma teoria dinâmica da alocação de trabalho baseada na tendência do trabalho heterogêneo de se homogeneizar por meio da troca de mercadorias. Evidentemente, trata-se de um cenário idealizado que nos permite compreender alguns conceitos fundamentais para a análise do capitalismo e está longe de esgotar o assunto.

Em conclusão, a lei do valor é um fenômeno que emerge da interação dinâmica entre produtores privados de mercadorias. No modelo apresentado, os valores são atratores globais para os preços, que por sua vez atuam como sinais de erros que contribuem para uma alocação mais eficiente da divisão social do trabalho disponível entre os setores, e a tendência dos preços a se aproximarem do valor é a expressão monetária da tendência de alocar o trabalho social de forma eficiente. A constante MELT (inglês para EMTT) é interessante porque resume uma relação não óbvia entre um fenômeno de produção (tempo de produção) e um fenômeno de mercado (preços). Com a definição de trabalho comandado, podemos obter um sinal indireto sobre se o trabalho na produção daquela mercadoria é socialmente necessário ou não.

Talvez o mais interessante seja que a lei do valor opera "nos bastidores"; ela emerge naturalmente da dinâmica do sistema e não precisa ser imposta diretamente em nenhum momento. Vale ressaltar também que o equilíbrio do sistema é estatístico, ou seja, observamos o preço médio de uma mercadoria, que pode ser trocada individualmente a preços diferentes, mesmo quando o sistema atinge o equilíbrio. Além disso, a lei do valor só pode emergir em um sistema econômico que contenha um ciclo de retroalimentação entre produção, consumo, troca e realocação de recursos de trabalho.

9 Abordagem probabilística do trabalho contido

9.1 Medida de Trabalho Contido

O texto deste capítulo foi extraído do apêndice B.1 ("Medida possível do trabalho contido") do livro "Como o Trabalho Impulsiona a Economia Global"[53], onde buscamos desenvolver ferramentas matemáticas para analisar o trabalho incorporado nas mer-

cadórias. Portanto, não apresentamos aqui um modelo ou lei, apenas um formalismo matemático para a realização de análises.

Para começar, precisamos definir algumas propriedades do conteúdo de trabalho:

- O conteúdo de trabalho de um conjunto de produtos é igual ao número total de horas de trabalho diretamente investidas em sua produção, mais a fração proporcional de trabalho contida nos produtos envolvidos em seu processo produtivo.
- O conteúdo de trabalho da produção líquida de toda a economia, em um determinado período, é igual ao número total de horas trabalhadas durante esse período.

Evidentemente, a segunda propriedade é uma consequência da primeira, visto que, ao considerarmos toda a produção líquida da sociedade, necessariamente consideramos também toda a produção utilizada no processo produtivo. Dessa forma, levamos em conta a produção da sociedade como um todo.

Consideremos uma economia com m unidades produtivas que são capazes, em um determinado período (um ano, por exemplo), de produzir um conjunto de produtos B . Uma parte B_I desses produtos será consumida durante o próprio processo produtivo, resultando, assim, em um produto líquido $B_L = B - B_I$. Do produto líquido, uma porção B_T é alocada aos trabalhadores — assumindo que a outra parte do produto líquido B_C seja alocada aos capitalistas, de modo que $B_L = B_T + B_C$. O trabalho L_T contido em B_T será, da mesma forma, parte do trabalho total L contido no produto líquido. Analogamente, podemos supor que o restante L_C do trabalho contido no produto líquido seja o trabalho incorporado nos produtos alocados aos capitalistas, de modo que $L = L_T + L_C$. Chamaremos isso de partição do trabalho, que será denotada como:

$$\lambda = \frac{L_T}{L}$$

Em outras palavras, apenas a fração λ do conteúdo de trabalho no produto líquido está incorporada no produto alocado aos trabalhadores; o restante é apropriado por outros setores da sociedade. Vamos agora classificar todos os produtos em d tipos distintos. Podemos então construir um vetor $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_d)$ que registra a quantidade de cada tipo de produto que compõe o produto líquido. Se definirmos um vetor $\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_d)$ que descreve o conteúdo de trabalho por unidade de cada tipo de produto, podemos então calcular o conteúdo total de trabalho no produto líquido da seguinte forma:

$$L = \mathbf{c} \cdot \mathbf{b}$$

Se construirmos um vetor \mathbf{w} que represente a quantidade de produto líquido distribuída à força de trabalho dividida pelo total de mão de obra empregada pela sociedade, teremos $\frac{\mathbf{b}_T}{L} = \mathbf{w}$, onde \mathbf{b}_T é o vetor que representa a parcela do produto líquido alocada aos trabalhadores. Evidentemente, o conteúdo de trabalho no produto líquido alocado aos trabalhadores será:

$$L_T = \mathbf{c} \cdot \mathbf{b}_T = \mathbf{c} \cdot \mathbf{w}L$$

Lembre-se de que \mathbf{c} não depende da quantidade de bens em uma determinada coleção de bens, portanto:

$$\lambda = \frac{L_T}{L} = \frac{\mathbf{c} \cdot \mathbf{w}L}{L} = \mathbf{c}\mathbf{w}$$

Agora, vamos conectar os produtos distribuídos à força de trabalho com os produtos fabricados nas m unidades de produção distintas. Consideremos que a empresa i emprega x_i horas de trabalho diretamente em um determinado ano, e seja \mathbf{a}_i um vetor que especifica a quantidade de cada tipo de produto utilizado por hora de trabalho diretamente empregada pela empresa. Então, os produtos consumidos por uma empresa ao longo do ano são $\mathbf{a}_i x_i$. Por exemplo, se tivermos apenas dois produtos, teríamos para a empresa i :

$$\mathbf{a}_i = (a_{1i}, a_{2i}), \quad \mathbf{b}_{I_i} = x_i \mathbf{a}_i = (x_i a_{i1}, x_i a_{i2})$$

Podemos então construir uma matriz A onde cada coluna j é um vetor coluna \mathbf{a}_j indicando o consumo de produtos pela empresa j por hora de trabalho empregada. Ou seja, a linha i indica o consumo do produto i por cada empresa, e a coluna j indica o consumo de cada produto pela empresa j . Por exemplo, se tivermos duas empresas com dois tipos de produtos, então:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Assim, podemos obter o vetor \mathbf{b}_T que representa a cesta de produtos consumidos durante o processo de produção ao longo de um ano, utilizando uma matriz com componentes a_{ij} :

$$\begin{aligned}
\mathbf{Ax} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\
&= [a_{11}x_1 + a_{12}x_2, a_{21}x_1 + a_{22}x_2] \\
&= [a_{11}x_1, a_{21}x_1] + [a_{12}x_2, a_{22}x_2] \\
&= [a_{11}, a_{21}]x_1 + [a_{12}, a_{22}]x_2 \\
&= \mathbf{a}_1x_1 + \mathbf{a}_2x_2 \\
&= \mathbf{b}_I
\end{aligned}$$

Este cálculo pode ser facilmente generalizado para qualquer número d de tipos de produtos e m empresas, onde \mathbf{x} é um vetor coluna de dimensão m e A é uma matriz de dimensão $d \times m$:

$$\mathbf{Ax} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{d1} & \dots & a_{dm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}$$

Se \mathbf{q} é o vetor que denota a produção bruta em um ano, então é fácil ver que:

$$\mathbf{b} = \mathbf{q} - \mathbf{b}_I \rightarrow \mathbf{q} = \mathbf{b} - \mathbf{Ax}$$

Denotando o vetor de produtos produzidos pela empresa i ao longo do ano como $\mathbf{q}_i = [q_{i1}, \dots, q_{id}]$, definimos que a empresa i produz $p_{ij}q_j$ unidades do tipo j , ou seja, $q_{ij} = p_{ij}q_j$, onde p_{ij} é a proporção na qual a empresa i contribui para a produção total do produto j em toda a economia, dada pelo componente q_j do vetor \mathbf{q} . Por exemplo, se a empresa i produz 100% do produto j , então simplesmente $p_{ij} = 1$ e $q_{ji} = q_j$, e para qualquer outra empresa diferente de i temos $q_{ji} = p_{ij} = 0$.

Uma empresa i emprega diretamente x_i unidades de trabalho para produzir d_i diferentes tipos de produtos. Então, a quantidade $l_{ij} = x_i/q_{ij}$ representa o número de horas de trabalho que devem ser empregadas diretamente pela empresa i para produzir uma unidade do produto do tipo j . Podemos também reescrever $l_{ij} = x_i/(p_{ij}q_j)$. Podemos reescrever isso como:

$$x_i = l_{ij}p_{ij}q_j.$$

Então, se somarmos todos os produtos j que a empresa i produz, teremos $\sum_j l_{ij}p_{ij}q_j = d_i x_i$, já que a empresa i produz d_i produtos. Também podemos escrever:

$$x_i = \frac{1}{d_i} \sum_j l_{ij} p_{ij} q_j$$

Vamos usar tudo que vimos até agora para construir a matriz \mathbf{L} com elementos $\frac{l_{ij} p_{ij}}{d_i}$:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_j \frac{l_{1j} p_{1j} q_j}{d_1} \\ \vdots \\ \sum_j \frac{l_{mj} p_{mj} q_j}{d_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{l_{11} p_{11}}{d_1} & \cdots & \frac{l_{1d} p_{1d}}{d_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{l_{m1} p_{m1}}{d_m} & \cdots & \frac{l_{md} p_{md}}{d_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_d \end{bmatrix} = \mathbf{L} \mathbf{q}$$

Então o par de matrizes (\mathbf{A}, \mathbf{L}) descreve as condições técnicas de produção. Podemos combinar os resultados:

$$\begin{aligned} \mathbf{b} &= \mathbf{q} - \mathbf{A} \mathbf{x} \\ &= \mathbf{q} - \mathbf{A} \mathbf{L} \mathbf{q} \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{A} \mathbf{L}) \mathbf{q} \end{aligned}$$

Então, para ter uma produção líquida maior que zero, dependemos de $\mathbf{A} \mathbf{L}$ ⁴³. Podemos reescrever tudo em uma única expressão:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d & -\mathbf{A} \\ -\mathbf{L} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix}$$

Aqui, estamos indicando, por exemplo, que se $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ e $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$, então, em notação concisa, escrevemos $(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = (u_1, u_2, v_1, v_2)$. Além disso, $\mathbf{0}$ é um vetor de valores nulos e \mathbf{I}_n é uma matriz identidade de tamanho $n \times n$. Isso é necessário porque, para a multiplicação de matrizes $n \times m$ e $j \times k$, precisamos de $m = j$, ou seja, o número de colunas da primeira matriz deve ser igual ao número de linhas da segunda. Então, \mathbf{I}_d é uma matriz $d \times d$ para multiplicar o vetor \mathbf{q} de tamanho d . Como \mathbf{A} é uma matriz $d \times m$, o número de colunas em toda a matriz é $d + m = n$. \mathbf{L} é uma matriz $m \times d$, portanto o número de linhas também é $n = m + d$, o que complementa perfeitamente a última matriz identidade \mathbf{I}_m que multiplica o vetor \mathbf{x} de dimensão m . Assim, o vetor coluna também tem dimensão $n = m + d$.

Se aplicarmos a matriz inversa:

⁴³Conforme consta no rodapé do trabalho original, dessa relação, podemos deduzir que o maior autovalor de $\mathbf{A} \mathbf{L}$ deve ser menor que 1 para que a reprodução econômica exista. Esta é uma afirmação interessante de verificar.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_d & -\mathbf{A} \\ -\mathbf{L} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix}$$

Agora podemos relacionar a quantidade de produtos alocada à força de trabalho com os produtos que ela produz. Se $L = \sum_i x_i$ for o número total de horas de trabalho diretamente empregadas pelas empresas ao longo do ano, então, se escrevermos um vetor de tamanho m onde todos os elementos são 1 como $\mathbf{1}$, teremos $\mathbf{1} \cdot \mathbf{x} = \sum_i x_i = L$. Portanto:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_T &= \mathbf{w}L \\ &= \mathbf{w}(\mathbf{1}\mathbf{x}) \\ &= \mathbf{w} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{w} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d & -\mathbf{A} \\ -\mathbf{L} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Uma matriz inversa \mathbf{H}^{-1} é uma no qual $\mathbf{H}^{-1}\mathbf{H} = \mathbf{I}$. Escrevendo:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d & -\mathbf{A} \\ -\mathbf{L} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}^{-1} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix}$$

Queremos determinar os componentes α_{ij} . Por agora, vamos manter esta notação.

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_T &= \mathbf{w} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{w} \begin{bmatrix} \mathbf{1}\alpha_{21} & \mathbf{1}\alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{w}\mathbf{1}\alpha_{21}\mathbf{b} \end{aligned}$$

Definindo $W = \mathbf{w}\mathbf{1}\alpha_{21}$, temos então uma relação entre a produção líquida total e a produção líquida alocada para os trabalhadores.

$$\mathbf{b}_T = W\mathbf{b}$$

Agora queremos o componente α_{21} da matriz inversa. Vamos calcular a inversa explicitamente — lembrando que, nesta notação, cada elemento da matriz \mathbf{H} é ele

próprio uma matriz. Portanto, os elementos do lado direito da igualdade também são matrizes (zero e identidade). A matriz identidade à direita deve ser $n \times n$ no total, mas temos alguma flexibilidade na escolha das dimensões das submatrizes identidade. Definindo-as com ordens $n_1 \times n_1$ e $n_2 \times n_2$, desde que $n = n_1 + n_2$, e as matrizes nulas tenham o tamanho necessário para manter a matriz quadrada completa.

Escolhemos então $n_1 = d$ e $n_2 = m$. Dessa forma, as matrizes nulas precisam ter as dimensões de \mathbf{A} e \mathbf{L} :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d & -\mathbf{A} \\ -\mathbf{L} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d & \mathbf{0}_A \\ \mathbf{0}_L & \mathbf{I}_m \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \alpha_{11}\mathbf{I}_d - \alpha_{12}\mathbf{L} & -\alpha_{11}\mathbf{A} + \alpha_{12}\mathbf{I}_m \\ \alpha_{21}\mathbf{I}_d - \alpha_{22}\mathbf{L} & -\alpha_{21}\mathbf{A} + \alpha_{22}\mathbf{I}_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d & \mathbf{0}_A \\ \mathbf{0}_L & \mathbf{I}_m \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Podemos notar que por definição os elementos α_{i1} precisam possuir d colunas para multiplicar \mathbf{I}_d e \mathbf{A} , de forma análoga α_{i2} precisa possuir m colunas para multiplicar \mathbf{L} e \mathbf{I}_m . Então:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} - \alpha_{12}\mathbf{L} & -\alpha_{11}\mathbf{A} + \alpha_{12} \\ \alpha_{21} - \alpha_{22}\mathbf{L} & -\alpha_{21}\mathbf{A} + \alpha_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d & \mathbf{0}_A \\ \mathbf{0}_L & \mathbf{I}_m \end{bmatrix}$$

Ficamos então com dois sistemas:

$$\begin{aligned} \alpha_{11} - \alpha_{12}\mathbf{L} &= \mathbf{I}_d & \alpha_{21} - \alpha_{22}\mathbf{L} &= \mathbf{0}_L \\ \alpha_{11}\mathbf{A} + \alpha_{12} &= \mathbf{0}_A & -\alpha_{21}\mathbf{A} + \alpha_{22} &= \mathbf{I}_m \end{aligned}$$

Para o segundo sistema, e da segunda linha, temos:

$$\alpha_{22} = \mathbf{I}_m + \alpha_{21}\mathbf{A}$$

Substituindo na primeira linha:

$$\begin{aligned} \alpha_{21} - \alpha_{22}\mathbf{L} &= \mathbf{0}_L \\ \alpha_{21} - (\mathbf{I}_m + \alpha_{21}\mathbf{A})\mathbf{L} &= \mathbf{0}_L \\ \alpha_{21} - \mathbf{I}_m\mathbf{L} - \alpha_{21}\mathbf{A}\mathbf{L} &= \mathbf{0}_L \\ \alpha_{21} - \alpha_{21}\mathbf{A}\mathbf{L} &= \mathbf{0}_L + \mathbf{L} \\ \alpha_{21}(\mathbf{I}_d - \mathbf{A}\mathbf{L}) &= \mathbf{L} \end{aligned}$$

Vale ressaltar que \mathbf{AL} é uma matriz de ordem $d \times m$ que multiplica uma matriz de ordem $m \times d$, resultando em uma matriz de ordem $d \times d$. Ou seja, multiplicando toda a igualdade por sua inversa à direita, temos:

$$\alpha_{21} = \mathbf{L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1}$$

E então:

$$\begin{aligned}\mathbf{W} &= \mathbf{w}\mathbf{1}\alpha_{12} \\ &= \mathbf{w}\mathbf{1}\mathbf{L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1}\end{aligned}$$

O livro chama \mathbf{W} de matriz de alocação de trabalhadores. Lembrando da equação $\mathbf{b}_T = \mathbf{W}\mathbf{b}$, ela não especifica exatamente como os trabalhadores são alocados, mas a partir da produção líquida \mathbf{b} , ela nos diz qual parte da produção é alocada aos trabalhadores \mathbf{b}_T . Se pudermos escrever $\mathbf{b}_T = \mathbf{W}\mathbf{b}$, então:

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{L_T}{L} \\ &= \frac{\mathbf{c} \cdot \mathbf{W}\mathbf{b}}{\mathbf{c} \cdot \mathbf{b}} \\ \lambda \mathbf{c} \cdot \mathbf{b} &= \mathbf{c} \cdot \mathbf{W}\mathbf{b} \\ \lambda \mathbf{c} \cdot \mathbf{b} - \mathbf{c} \cdot \mathbf{W}\mathbf{b} &= 0\end{aligned}$$

Se lembrarmos que $\lambda = \mathbf{c} \cdot \mathbf{w}$, isso nos leva a considerar que λ é independente de \mathbf{b} ; ou seja, a partição do trabalho depende de certos aspectos técnicos do modo de produção dado por \mathbf{c} , e não da produção líquida \mathbf{b} . Assim:

$$\begin{aligned}\lambda \mathbf{c} \cdot \mathbf{b} - \mathbf{c} \cdot \mathbf{W}\mathbf{b} &= 0 \\ (\lambda \mathbf{c} - \mathbf{c}\mathbf{W}) &= 0 \\ \lambda \mathbf{c} &= \mathbf{c}\mathbf{W} \\ (\lambda \mathbf{c})^T &= (\mathbf{c}\mathbf{W})^T \\ \mathbf{c}^T \lambda &= \mathbf{W}^T \mathbf{c}^T \\ 0 &= (\mathbf{W}^T - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{c}^T\end{aligned}$$

Lembrando que por associatividade temos $\mathbf{c} \cdot (\mathbf{W}\mathbf{b}) = (\mathbf{c}\mathbf{W}) \cdot \mathbf{b}$, então λ é o autovalor dado por $\det(\mathbf{W}^T - \lambda \mathbf{I}) = 0$. Desde que $\det(\mathbf{W}^T - \lambda \mathbf{I}) = \det(\mathbf{W} - \lambda \mathbf{I})$, estamos simplesmente procurando os autovalores de \mathbf{W} . Com $\mathbf{W} = \mathbf{w}\mathbf{1}\mathbf{L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1}$, então

$$\det(\mathbf{w}\mathbf{1L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1} - \lambda\mathbf{I}) = 0$$

Usando o lema do determinante de matriz:

$$\det(A + uv^T) = (1 + v^T A^{-1}u) \det(A)$$

Sendo então $A = -\lambda\mathbf{I}$, $u = \mathbf{w}$, e $v^T = \mathbf{1L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1}$, ficamos com:

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{W}^T - \lambda\mathbf{I}) &= (1 + [\mathbf{1L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1}](-\lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{w}) \det(-\lambda\mathbf{I}) \\ &= (1 - \mathbf{1L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1}\mathbf{Iw}\lambda^{-1}) \det(-\lambda\mathbf{I}) \\ &= (1 - \mathbf{1L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1}\mathbf{w}\lambda^{-1})(-\lambda)^d \det(\mathbf{I}) \\ &= (1 - \mathbf{1L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1}\mathbf{w}\lambda^{-1})(-\lambda)^d \\ &= (1 - \mathbf{1L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1}\mathbf{w}\lambda^{-1})\lambda^d(-1)^d \end{aligned}$$

Então:

$$\begin{aligned} 0 &= \det(\mathbf{W}^T - \lambda\mathbf{I}) \\ 0 &= (1 - \mathbf{1L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1}\mathbf{w}\lambda^{-1})\lambda^d(-1)^d \\ 1 &= \frac{\mathbf{1L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1}\mathbf{w}}{\lambda} \\ \lambda &= \mathbf{1L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1}\mathbf{w} \end{aligned}$$

Retornando então:

$$\begin{aligned} \lambda\mathbf{c} &= \mathbf{cW} \\ \mathbf{c} &= \frac{1}{\lambda}\mathbf{cW} \\ &= \frac{\mathbf{cw}}{\lambda}\mathbf{1L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1} \end{aligned}$$

E como vimos, $\lambda = \mathbf{cw}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{c} &= \frac{\mathbf{cw}}{\mathbf{cw}}\mathbf{1L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1} \\ &= \mathbf{1L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1} \end{aligned}$$

O conteúdo de trabalho em qualquer coleção de produtos \mathbf{b} pode então ser escrito como:

$$L \equiv \mathbf{c}\mathbf{b} = \mathbf{1}\mathbf{L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{A}\mathbf{L})^{-1}\mathbf{b}$$

Pode-se observar que a medida de conteúdo de trabalho L calcula a média do trabalho despendido em todas as unidades de produção e soma todo o trabalho intermediário necessário em cada etapa da produção. Se utilizarmos a expansão em série de uma matriz em $L = \mathbf{1}\mathbf{L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{A}\mathbf{L})^{-1}\mathbf{b}$, obtemos:

$$L = (\mathbf{c}_0 + \mathbf{c}_1 + \dots)\mathbf{b}$$

Onde $\mathbf{c}_n = \mathbf{1}\mathbf{L}(\mathbf{A}\mathbf{L})^n$ determina o trabalho necessário na n -ésima etapa de produção (contando de trás para frente a partir do final). Desta forma, L contabiliza todo o trabalho necessário para produzir uma coleção de produtos.

9.1.1 Exemplo

Grande parte dos cálculos deste exemplo foram implementadas de forma automatizada conforme pode ser verificado no meu GitHub. Mas vamos imaginar uma sociedade com duas unidades de produção (Um e Dois) que, durante um ano, produzem aço e bananas. A produção total no ano é de 30 unidades de aço e 40 unidades de bananas, ou seja, $q = (30, 40)$, das quais metade é produção líquida $b = (15, 20)$ e aproximadamente metade da produção líquida é alocada aos trabalhadores $b_T = (5, 10)$.

As duas empresas juntas empregam $L = 250$ horas de trabalho por ano. Vamos considerar que a Empresa Um emprega 150 horas e a Empresa Dois 100 horas, ou seja, $x = (150, 100)$. A produção que é consumida internamente, conforme definimos, é metade da produção total, ou seja, $\mathbf{b}_I = \mathbf{b} = (15, 20)$. Considerando que a Empresa Um consome 15 unidades de aço e 10 unidades de bananas, então $\mathbf{b}_{I_1} = (15, 10)$. A Empresa Dois consome o restante: 0 unidades de aço e 10 unidades de bananas, ou seja, $\mathbf{b}_{I_2} = (0, 10)$.

Temos então:

- Cesta de bens de produção bruta: $q = [30, 40]$
- Cesta de bens de produção líquida: $b = [15, 20]$
- Cesta de bens para os trabalhadores: $b_T = [5, 10]$
 - Cesta de bens para os capitalistas: $b_C = [10, 10]$
- Total de horas trabalhadas na sociedade: $L = 250$

- Horas trabalhadas por cada empresa: $x = [150, 100]$
- Cesta de bens utilizados na produção: $b_I = [15, 20]$
- Bens consumidas pela Empresa Um: $b_{I_1} = [15, 10]$
- Bens consumidas pela Empresa Dois: $b_{I_2} = [0, 10]$

Também podemos calcular o vetor:

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{b}_T}{L} = \left(\frac{5}{250}, \frac{10}{250} \right) = (0.02, 0.04)$$

Desde que $\mathbf{b}_{I_i} = (x_i a_{1i}, \dots, x_i a_{di})$, then $\frac{b_{I_{ji}}}{x_i} = a_{ji}$, por exemplo, para o consumo de aço da Firma Um temos:

$$a_{11} = \frac{15}{150} = 0.1$$

De forma similar:

$$a_{21} = \frac{10}{150} = \frac{1}{15}, \quad a_{12} = \frac{0}{100} = 0, \quad a_{22} = \frac{10}{100} = 0.1$$

Temos então:

$$\mathbf{a}_1 = (0.1, 1/15), \quad \mathbf{a}_2 = (0, 0.1)$$

Construindo e verificando a matriz \mathbf{A} :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 1/15 & 0.1 \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{b}_I = \mathbf{A}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 1/15 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 \\ 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Considerando que a Empresa Um produz todo o aço e metade das bananas, temos $\mathbf{q}_1 = (30, 20)$, portanto a Empresa Dois deve produzir o restante $\mathbf{q}_2 = (0, 20)$, cuja soma resulta na produção bruta total $\mathbf{q} = \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2$, conforme definido inicialmente.

Outra forma de expressar isso é dizer que a Empresa Um é responsável pela produção de 100% do aço ($p_{11} = 1$ e $p_{21} = 0$), e que cada empresa produz metade das bananas ($p_{12} = p_{22} = 0,5$). Como a Empresa Um produz dois produtos $d_1 = 2$ e a Empresa Dois apenas um $d_2 = 1$, podemos calcular os termos l_{ij} por meio de ambos os caminhos, por exemplo l_{12} (relacionado à produção de bananas da Empresa Um):

$$l_{12} = \frac{x_1}{q_{12}} = \frac{150}{20} = 7.50$$

$$l_{12} = \frac{x_1}{p_{12}q_2} = \frac{150}{0.5 \cdot 40} = \frac{150}{20} = 7.50$$

Em outras palavras, a Empresa Um requer 7.50 horas para produzir uma unidade de banana. Para outros produtos:

$$\begin{aligned}
 l_{11} &= \frac{x_1}{q_{11}} = \frac{150}{30} = 5.00 \\
 l_{21} &= \frac{x_2}{q_{21}} = \frac{100}{0} \approx \lim_{x \rightarrow 0} \frac{100}{0} = \infty \\
 l_{22} &= \frac{x_2}{q_{22}} = \frac{100}{20} = 5.00
 \end{aligned}$$

É interessante notar aqui que, para l_{21} , utilizei uma aproximação que indica que a Empresa Dois necessitaria de infinitas horas para produzir aço, visto que não o produz. Vale ressaltar que não estamos definindo diretamente como a produção bruta futura de cada empresa se divide entre consumo interno para produção e produção líquida, nem como os produtos consumidos pela empresa se distribuem entre seus produtos líquidos. Agora podemos construir a matriz \mathbf{L} :

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{l_{11}p_{11}}{d_1} & \frac{l_{12}p_{12}}{d_1} \\ \frac{l_{21}p_{21}}{d_2} & \frac{l_{22}p_{22}}{d_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & \frac{7.5 \cdot 0.5}{2} \\ 0 & 5 \cdot 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 & 1.875 \\ 0 & 2.5 \end{bmatrix}$$

Para manter a notação adotada no livro, sempre que encontrarmos a indeterminação $l_{ij}p_{ij} = \infty \cdot 0$, atribuímos a ela o valor 0. Também podemos recuperar \mathbf{x} :

$$\mathbf{x} = \mathbf{L}\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 2.5 & 1.875 \\ 0 & 2.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 \\ 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 150 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Em outras palavras, nós podemos obter a produção líquida calculando:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{b} &= (\mathbf{I} - \mathbf{AL})\mathbf{q} \\
 &= \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 1/15 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.5 & 1.875 \\ 0 & 2.5 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 30 \\ 40 \end{bmatrix} \\
 &= \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.25 & 0.1875 \\ 2.5/15 & 0.375 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 30 \\ 40 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0.75 & -0.1875 \\ -2.5/15 & 0.625 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 \\ 40 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 15 \\ 20 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Temos até aqui:

- Produto bruto da Empresa Um: $q_1 = [30, 20]$
- Produto bruto da Empresa Dois: $q_2 = [0, 20]$
- Vetor $\mathbf{w} = (0.02, 0.04)$
- Matriz $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 1/15 & 0.1 \end{bmatrix}$
- Matriz $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2.5 & 1.875 \\ 0 & 2.5 \end{bmatrix}$

Para calcular a matriz de alocação dos trabalhadores precisamos:

$$\mathbf{W} = \mathbf{w}\mathbf{1L}(\mathbf{I}_d - \mathbf{AL})^{-1} = \mathbf{w}\mathbf{1LM}^{-1}$$

Como podemos ver, \mathbf{M} é a matriz que acabamos de calcular em $\mathbf{b} = \mathbf{M}\mathbf{q}$. Portanto, podemos calcular sua inversa fazendo:

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}^{-1}\mathbf{M} = \mathbf{I} \\ & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.75 & -0.1875 \\ -2.5/15 & 0.625 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 0.75a_{11} - a_{12}2.5/15 & -0.1875a_{11} + a_{12}0.625 \\ 0.75a_{21} - a_{22}2.5/15 & -0.1875a_{21} + a_{22}0.625 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Nós temos então:

$$\begin{aligned} 0.75a_{11} - a_{12}2.5/15 &= 1 & 0.75a_{21} - a_{22}2.5/15 &= 0 \\ -0.1875a_{11} + a_{12}0.625 &= 0 & -0.1875a_{21} + a_{22}0.625 &= 1 \end{aligned}$$

Desta vez, precisamos resolver ambos os sistemas. Trabalhando com a linha inferior do sistema da esquerda e a linha superior do sistema da direita:

$$\begin{aligned} -a_{11} + a_{12}\frac{0.625}{0.1875} &= 0 & a_{21} - a_{22}\frac{2.5}{15 \cdot 0.75} &= 0 \\ a_{11} &= a_{12}\frac{0.625}{0.1875} & a_{21} &= a_{22}\frac{2.5}{11.25} \end{aligned}$$

Substituindo:

$$\begin{array}{rcl}
0.75a_{11} - a_{12}\frac{2.5}{15} = 1 & & -0.1875a_{21} + a_{22}0.625 = 1 \\
0.75\left(a_{12}\frac{0.625}{0.1875}\right) - a_{12}\frac{2.5}{15} = 1 & & -0.1875\left(a_{22}\frac{2.5}{11.25}\right) + a_{22}0.625 = 1 \\
a_{12}\left(\frac{0.46875}{0.1875} - \frac{2.5}{15}\right) = 1 & & a_{22}\left(-\frac{0.46875}{11.25} + 0.625\right) = 1 \\
2.3333a_{12} = 1 & & 0.58333a_{22} = 1 \\
a_{12} = 2.3333 & & a_{22} = \frac{1}{0.58333} \\
a_{12} = 0.42857 & & a_{22} = 1.71429
\end{array}$$

Podemos então calcular os elementos restantes:

$$\begin{array}{rcl}
a_{11} = a_{12}\frac{0.625}{0.1875} & & a_{21} = a_{22}\frac{2.5}{11.25} \\
a_{11} = 0.42857 \cdot \frac{0.625}{0.1875} & & a_{21} = 1.71429 \cdot \frac{2.5}{11.25} \\
a_{11} = 1.42856 & & a_{21} = 0.38095
\end{array}$$

Então:

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.42857 & 0.42857 \\ 0.38095 & 1.71429 \end{bmatrix}$$

Calculando então a matriz de alocação dos trabalhadores:

$$\begin{aligned}
\mathbf{W} &= \mathbf{w1LM}^{-1} \\
&= \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.04 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.5 & 1.875 \\ 0 & 2.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.42857 & 0.42857 \\ 0.38095 & 1.71429 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.04 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.28571 & 4.28572 \\ 0.95237 & 4.28573 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.04 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5.2308 & 8.57144 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Ou seja:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0.10476 & 0.17143 \\ 0.20952 & 0.34286 \end{bmatrix}$$

Lembrando que $L = \mathbf{1x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 \\ 100 \end{bmatrix} = 150 + 100 = 250$ Podemos conferir fazendo:

$$\mathbf{b}_T = W\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0.10476 & 0.17143 \\ 0.20952 & 0.34286 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Podemos interpretar cada termo W_{ij} como a fração do produto líquido i que é alocada aos trabalhadores para cada unidade do produto líquido j . Por exemplo, $W_{11} \approx 0,1$ indica que para cada 10 unidades de aço do produto líquido produzido, 1 unidade de aço é alocada aos trabalhadores ($0,1 \cdot 15 = 1,5$), e $W_{12} \approx 0,17$ indica, de forma semelhante, que para cada unidade de banana do produto líquido, 0,17 unidade de aço é alocada aos trabalhadores ($0,17 \cdot 20 \approx 3,5$), resultando em um total de 5 unidades de aço produzidas para os trabalhadores para essa produção líquida \mathbf{b} . Os elementos W_{2i} vão discutir caso semelhante quanto a produção líquida de banana.

Agora podemos calcular o vetor \mathbf{c} :

$$\mathbf{c} = \mathbf{1LM}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.50 & 1.86 \\ 0.00 & 2.50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.43 & 0.43 \\ 0.38 & 1.70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.23 & 8.57 \end{bmatrix}$$

Com ele podemos recuperar o total de horas trabalhada:

$$L = [\mathbf{1L} (I - \mathbf{AL})^{-1}] \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5.23 & 8.57 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 \\ 20 \end{bmatrix} = 250$$

E principalmente calcular a alocação de trabalho:

$$\lambda = \mathbf{1LM}^{-1}\mathbf{w} = \mathbf{cw} = \begin{bmatrix} 5.23 & 8.57 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.04 \end{bmatrix} = 0.4476$$

Vamos interpretar esses resultados. Cada unidade de aço requer, em média, 5,23 horas de trabalho para ser produzida, e cada unidade de banana requer 8,57 horas, isto é o que $\mathbf{c} = (5,23, 8,57)$ nos diz. Então, o trabalho contido na produção líquida é $L = \mathbf{c} \cdot \mathbf{b} = 5,23 \cdot 15 + 8,57 \cdot 20 \approx 250$ conforme definimos no começo do exemplo. O trabalho contido na produção alocada aos trabalhadores é $L_T = \mathbf{c} \cdot \mathbf{b}_T = 5,23 \cdot 5 + 8,57 \cdot 10 \approx 112$, portanto, a alocação do trabalho é dada por $\lambda = 112/250 \approx 0,45$.

Isso significa que 45% das horas empregadas pelos trabalhadores diretamente no sistema produtivo desta sociedade estão contidas nos produtos alocados à própria classe trabalhadora, enquanto os 55% restantes são apropriados por outra classe que não está diretamente envolvida no sistema de produção. É importante lembrar que, tipicamente, a classe trabalhadora é muito maior que a classe capitalista. Considerando

uma proporção de 10 trabalhadores para cada capitalista, isso significa que os 45% do trabalho contido e alocado aos trabalhadores são distribuídos entre 10 vezes mais pessoas do que os 55% apropriados pelos capitalistas.

Podemos agora calcular o trabalho per capita, ou seja, se houver N capitalistas e 55% da produção for apropriada por eles, em média, cada capitalista se apropria de $55/N\%$ do total da produção. Fazendo o mesmo para os trabalhadores, mas considerando que haja $10N$ trabalhadores, cada trabalhador se apropria de $45/10N\%$ da produção total. Calculando agora a proporção, ou seja, quantas vezes mais um capitalista se apropria da produção em comparação com um trabalhador, temos:

$$\frac{\frac{55}{N}\%}{\frac{45}{10N}\%} = \frac{55}{N} \frac{10N}{45} = \frac{550}{45} \approx 12$$

Neste caso, um capitalista apropria-se de 12 vezes mais da produção do que um trabalhador. Se considerarmos que existem 100 trabalhadores para cada capitalista, então este capitalista apropria-se de mais de 122 vezes a produção em comparação com um trabalhador.

9.2 Lei probabilística do decréscimo do trabalho contido

Vamos trabalhar com o conteúdo do apêndice do livro “Como a força de trabalho impulsiona a economia global”[53],o apêndices B.4 (Lei probabilística do decrescimento do conteúdo do trabalho). Para isso vamos começar lembrando algumas definições:

- **Utilizável:** Qualquer objeto ou serviço útil aos seres humanos pode ser chamado de utilizável.
- **Dádiva da natureza:** Utilizáveis que não requerem trabalho humano, direta ou indiretamente, para sua disponibilização. Exemplos de tais utilizáveis são a luz solar, o vento, etc.
- **Produto:** Um utilizável que requer trabalho, direto ou indireto, para sua criação. Os tipos de insumos diretos que compõem um produto são um dos três seguintes: dádivas da natureza, trabalho e produtos previamente produzidos. Os próprios produtos previamente produzidos requerem os mesmos três tipos de insumos diretos; repetindo essa decomposição várias vezes, restam apenas dois tipos de insumos finais: dádivas da natureza e trabalho.
- **Mercadorias:** Uma classe especial de utilizáveis que pressupõe noções altamente abstratas, como propriedade e direito exigível. Uma mercadoria se concretiza em uma transação de troca ou venda entre um vendedor e um comprador. Para que um utilizável se torne uma mercadoria, portanto, ele deve ser propriedade

do vendedor. Embora produtos e mercadorias sejam utilizáveis, eles não são categorias idênticas; apenas se sobrepõem.

- **Mercadoria-produto:** A sobreposição entre as duas categorias, produtos que também são mercadorias.
- **Dinheiro:** Um tipo especial de mercadoria, é universal no sentido de ser aceitável em troca de qualquer mercadoria.
- **Preço:** Uma soma de dinheiro trocada pela transferência da propriedade da mercadoria.
- **Aluguel:** O preço do direito de uso — geralmente por um período determinado — de algo utilizável.
- **Empréstimo de dinheiro:** Um caso especial de aluguel; o aluguel pago neste caso são juros, cuja taxa é medida como uma porcentagem (do valor total emprestado) dividida por uma unidade de tempo.
- **Força de trabalho:** A capacidade de realizar tarefas laborais concretas; é um produto bastante singular. Requer tanto dons da natureza quanto trabalho como insumos. Este último inclui o fornecimento de educação, treinamento, moradia, bem como produtos consumíveis usados para sustentar o trabalhador. Mas, diferentemente de qualquer outro produto, a força de trabalho também produz um insumo final: o próprio trabalho. Além disso, a força de trabalho, sendo um componente de toda a personalidade, diferentemente de quase todos os principais produtos, é “produzida” fora do controle direto das empresas privadas, geralmente no âmbito familiar íntimo. Essa é uma assimetria importante que atribui à força de trabalho um papel central no processo de reprodução econômica.

Vamos trabalhar então com produtos-mercadorias. isto é, bens que são produzidos por trabalhadores e comprados e vendidos a diversos preços no mercado. Queremos investigar como o preço se liga ao tempo de trabalho.

Em um período de tempo como um ano, uma grande quantidade de produtos é comprada e vendida no mercado, podemos construir uma lista de todas as transações em um dado período de tempo e região como $\{1, 2, 3, \dots\}$. Esses produtos são produzidos e trocados sob diversas circunstâncias diferentes. Agora supondo uma troca que envolva um produto com labor content L_i e uma quantidade M_i de dinheiro, então podemos definir uma taxa de preço desse produto individual como $\Psi_i = M_i/L_i$ medido em dólares por horas, e vamos chamar esta quantidade de preço específico.

Como os preços tem uma importância central para as firmas que produzem e compram mercadorias, como para as casas que consomem os produtos, estamos interessados em caracterizar os preços ao longo de todas transações. Como cada transação envolve uma quantidade de entrada de trabalho, cada transação é uma compra e venda de uma quantidade definida de trabalho contido.

9.2.1 Probabilidade do preço cair

Consideramos que temos um cesto de mercadorias-produto B que pode ser mapeado por um vetor \mathbf{b} ($B \Leftrightarrow \mathbf{b}$), então considerando que o trabalho contido em B é dado por $L(B)$, da mesma forma $M(B)$ indica o preço monetário desta cesta. Disso definimos que o preço específico de algo é dado pela relação de dólares por hora deste algo, isto é, o preço específico da cesta seria:

$$\bar{\Psi}(B) = \frac{M(B)}{L(B)} \rightarrow M(B) = \bar{\Psi}(B) L(B)$$

Vamos considerar que temos uma cesta B_0 e então encontramos uma cesta B_1 mais barata. A nova cesta fornece um fator de barateamento:

$$C = \frac{M(B_0)}{M(B_1)} > 1$$

Manipulando temos:

$$C = \frac{\bar{\Psi}(B_0) L(B_0)}{\bar{\Psi}(B_1) L(B_1)} \rightarrow C \frac{\bar{\Psi}(B_1)}{\bar{\Psi}(B_0)} = \frac{L(B_0)}{L(B_1)}$$

Agora se consideramos algo similar, quanto ao trabalho contido:

$$D = \frac{L(B_0)}{L(B_1)} = C \frac{\bar{\Psi}(B_1)}{\bar{\Psi}(B_0)}$$

Então tirando o log:

$$\log(D) = [\log(C) + \log \bar{\Psi}(B_1)] - [\log \bar{\Psi}(B_0)]$$

Então queremos saber qual a probabilidade de $D > 1$ ou o equivalente, de $\log(D) > 0$. Isso é a probabilidade da soma no primeiro colchete ser maior que a do segundo, isto é:

$$P(D > 1) = P((\log C + \log \bar{\Psi}_1) > (\log \bar{\Psi}_0))$$

E como $C > 1$ e conseqüentemente $\log C > 0$, ou seja vai sempre somar e contribuir para que esse termo seja maior que $\log \bar{\Psi}_0$. Logo a probabilidade deve ser maior contendo

esse termo do que sem ele, em outras palavras:

$$P((\log C + \log \bar{\Psi}_1) > (\log \bar{\Psi}_0)) > P((\log \bar{\Psi}_1) > (\log \bar{\Psi}_0)) \\ P(D > 1) > P((\log \bar{\Psi}_1) > (\log \bar{\Psi}_0))$$

Agora considerando que $\bar{\Psi}_1$ e $\bar{\Psi}_0$ são valor aleatórios retirados de uma mesma distribuição, então a chance de $P(X > Y) = \frac{1}{2}$. Ou seja:

$$P(D > 1) > 50\%$$

Ou seja, há uma tendência probabilística de o trabalho contido diminuir com a queda do preço. Assumimos que os valores $\bar{\Psi}(B_0)$ e $\bar{\Psi}(B_1)$ constituem realizações independentes de uma mesma distribuição $\bar{\Psi}$, mesmo sob a condição $M(B_0) > M(B_1)$.

9.2.2 Valor esperado de decréscimo

Em outras palavras, supõe-se que a seleção de cestas por preço monetário não introduz viés sistemático na distribuição do preço específico $\bar{\Psi}(B) = \frac{M(B)}{L(B)}$.

Quanto aos valores esperados temos:

$$\langle \log(D) \rangle = \langle \log(C) \rangle + \langle \log \bar{\Psi}(B_1) \rangle - \langle \log \bar{\Psi}(B_0) \rangle$$

Como os dois últimos termos possuem o mesmo valor esperado uma vez que $\bar{\Psi}(B_0)$ e $\bar{\Psi}(B_1)$ são realizações independentes de uma mesma distribuição segue que:

$$\langle \log(D) \rangle = \langle \log(C) \rangle > 0$$

Um vez que $C > 1$. Agora usando a desigualdade de Jensen's para uma função $g(x)$ côncava, a gente tem que $\langle g(X) \rangle \leq g(\langle X \rangle)$, então sendo $g(x) = \log(x)$ temos:

$$0 < \langle \log(D) \rangle \leq \log(\langle D \rangle)$$

Ou seja $\log(\langle D \rangle) > 0$ para isso ser possível, então precisamos que $\langle D \rangle > 1$. Portanto, existe também uma tendência média de redução do trabalho contido associada à redução do preço monetário.

9.2.3 Tendência a longo prazo

Agora se trocarmos por uma cesta 2 teríamos em um segundo momento:

$$D_2 = \frac{L(B_1)}{L(B_2)}$$

Ou considerando desde o começo do processo:

$$D_2^* = \frac{L(B_0)}{L(B_2)} = \frac{L(B_0)L(B_1)}{L(B_1)L(B_2)} = D_1D_2$$

Se generalizarmos podemos ter então:

$$D_m^* = \prod_{i=1}^m D_i = \frac{L(B_0)}{L(B_m)}$$

Tirando o logaritmo:

$$\log(D_m^*) = \sum_{i=1}^m \log D_i$$

Agora considerando que todos D_i são identicamente distribuídos, isto é, retirado de uma mesma distribuição, então para qualquer i temos $\langle \log D_i \rangle = c > 0$, uma vez que já vimos $\langle \log(D) \rangle > 0$. Logo podemos escrever, pela linearidade do valor esperado ($\langle a + b \rangle = \langle a \rangle + \langle b \rangle$)

$$\langle \log(D_m^*) \rangle = mc > 0$$

Aqui precisamos ter claro que D_m^* não é igual a D_i , por exemplo como vimos antes $D_2^* \neq D_2$. Considerando que todos D_i são identicamente distribuídos, é como se cada D_i fosse um passo aleatório (mas com $p > 0.5$ de avançar) e D_i^* fosse a distância acumulada depois de alguns passos. Se a cada passo esperamos avançar $\langle D_i \rangle$ após n passos esperamos ter percorrido $\langle D_n^* \rangle$. Em analogia é como se após verificarmos muitas trajetórias de m passo, em média nosso caminhante tivesse avançado mc .

Agora olhando para uma única trajetória, pela Lei dos Grandes Números:

$$\frac{1}{m} \log(D_m^*) \rightarrow c$$

Ou então:

$$\log(D_m^*) \approx mc$$

Ou seja, uma única trajetória suficientemente longa tende a apresentar um comportamento próximo ao comportamento médio obtido sobre o conjunto de todas as trajetórias possíveis. Como resultado, seja, a chance do trabalho contido diminuir se aproxima de 1.

Para testar um código foi desenvolvido conforme pode ser visto no meu GitHub. Utilizando uma distribuição normal de média 100 e desvio padrão de 10, realizando 10^6 testes, retirando da distribuição um Ψ_i e L_i para cada uma das duas mercadorias, depois calculando $M_i = \Psi_i L_i$, pudemos conferir que $\approx 75\%$ das vezes que o preço cai, o trabalho contido cai também. Nesse caso também tivemos em média uma taxa de

barateamento do trabalho contido de $\langle D_i \rangle \approx 1.09$.

Para testar se para um $m \rightarrow \infty$ temos $\log(D_m^*) \approx \langle \log(D_m^*) \rangle$, rodamos 10 simulações com 10^6 trocas, e calculamos a razão entre a média de todas essas simulações e o resultado obtido por uma única execução:

$$\frac{\langle \log(D_m^*) \rangle}{\log(D_m^*)} \approx 1.00$$

O que essa sessão busca demonstrar então é que existe uma tendência probabilística de que mercadorias mais baratas contenham menos trabalho incorporado. Definindo o preço específico como $\bar{\Psi}(B) = \frac{M(B)}{L(B)}$ e comparando uma cesta inicial B_0 com uma nova cesta mais barata B_1 , define-se $D = \frac{L(B_0)}{L(B_1)}$ onde $D > 1$ significa que a nova cesta contém menos trabalho. Como o fator de barateamento monetário $C = \frac{M(B_0)}{M(B_1)} > 1$ entra positivamente na desigualdade, conclui-se que $P(D > 1) > 50\%$ assumindo que os preços específicos $\bar{\Psi}(B_0)$ e $\bar{\Psi}(B_1)$ são realizações independentes de uma mesma distribuição. Além disso mostramos que o valor esperado também favorece a redução do trabalho incorporado $\langle D \rangle > 1$ indicando uma tendência média de diminuição do trabalho contido associada à queda do preço monetário. Por fim, ao iterar sucessivamente esse processo, obtém-se $D_m^* = \frac{L(B_0)}{L(B_m)}$ e, pela Lei dos Grandes Números, $\log(D_m^*) \approx mc$, ($c > 0$), o que implica que, no longo prazo, uma trajetória típica tende quase certamente à redução contínua do trabalho incorporado.

A ideia é que embora o trabalho contido L e o preço específico Ψ possam ser assumidos inicialmente como variáveis aleatórias independentes, isso não significa que continuem independentes após condicionarmos pelo preço monetário observado. O ponto central é que o preço monetário é definido por: $M = \Psi L$. Assim, quando selecionamos especificamente uma cesta mais barata, estamos impondo a condição $M_1 < M_0$, ou seja, estamos condicionando sobre o produto das duas variáveis. Esse condicionamento induz dependência estatística entre L e Ψ , mesmo que originalmente fossem independentes. A redução do preço monetário precisa decorrer de pelo menos uma das seguintes possibilidades: a) a redução de Ψ , b) redução de L ; ou c) redução simultânea de ambos. Como assumimos que Ψ não possui tendência sistemática entre as cestas comparadas, segue que parte da redução do preço tende probabilisticamente a recair sobre L . Portanto, emerge o resultado $P(D > 1) > \frac{1}{2}$, não porque exista uma relação causal direta entre trabalho contido e preço específico, mas porque ambos entram multiplicativamente na determinação do preço monetário.

A teoria econômica padrão baseia-se em pressupostos bastante rígidos sobre o comportamento de agentes individuais na economia. Presume-se que os agentes adotem ações ótimas em relação a diversas funções de resposta econômica, frequentemente visualizadas como "curvas" que se deslocam ou se cruzam. O resultado coletivo da otimização por parte dos agentes é um suposto estado de equilíbrio, no qual forças

econômicas opostas se equilibram, até serem perturbadas por fatores "externos". Frequentemente, os pressupostos microeconômicos são transferidos para a modelagem macroeconômica por meio de um agente "representativo" que otimiza em nome de todos os agentes individuais.

Em contraste, a estrutura probabilística possui fundamentos microeconômicos radicalmente diferentes (até mesmo indiferentes!). Poucas suposições são feitas sobre os agentes individuais, que são considerados apenas fracamente coordenados em nível local em uma economia de mercado capitalista. Eles operam de diversas maneiras, mas estão sujeitos a certas restrições econômicas fundamentais. Se certas variáveis estruturais forem consideradas em equilíbrio, é equilíbrio estatístico, onde mesmo dentro desse estado, as configurações microeconômicas ainda estão sujeitas a mudanças incessantes.

Um conceito central da teoria econômica padrão é o da "função de produção". Ela supostamente especifica a relação tecnológica entre as quantidades de insumos produtivos e os produtos gerados por uma determinada empresa. Na prática, essa relação é quantificada em termos monetários, de modo que $Y = M(B)$ é o valor da cesta B produzida pela empresa e é considerado determinado por uma função de produção:

$$Y = f(K, T)$$

onde K é o valor do capital e T é o tempo de trabalho direto empregado. A função de produção mais utilizada tem a seguinte forma (função de produção Cobb-Douglas):

$$Y = A \cdot K^\beta \cdot T^{1-\beta}$$

onde A é um coeficiente supostamente 'técnico' e β é um parâmetro entre 0 e 1. Através do prisma da função de produção, trabalho e capital tornam-se 'fatores de produção' substituíveis.

Ela também está em conformidade com os princípios de distribuição de renda da teoria econômica padrão: cada agente de produção recebe uma quantidade de riqueza correspondente ao que esse agente cria. Capital e trabalho são aqui vistos como fatores que fazem 'contribuições' independentes para a produção.

Embora seja amplamente utilizada, a função de produção está repleta de problemas teóricos profundos: a) as funções de produção individuais de todas as empresas na economia não se agregam facilmente em uma só; b) há evidências empíricas esmagadoras de que os salários médios estão acima do 'produto marginal do trabalho' teórico na maioria das economias capitalistas. Assim, a função de produção serve mais como um exercício de ajuste de curvas do que como uma modelagem de leis subjacentes que confeririam algum poder preditivo.

Em contraste, a estrutura probabilística não se baseia em quaisquer pressupostos

sobre as empresas possuírem funções de produção bem-comportadas. Partindo de alguns postulados básicos, ela gera afirmações teoricamente consistentes e empiricamente testáveis.

Já discutimos como calcular uma medida do trabalho contido em uma cesta de bens e agora mostramos uma conexão probabilística entre o preço de mercado e a lei de decréscimo do trabalho contido, esta que é considerada uma força dinâmica central na economia capitalista.

9.2.4 Limite superior

Considerando \mathbb{L} o trabalho adicionado no ano, então trabalho contido na cesta que representa a riqueza material acumulada de uma região B pode ser aproximado por exemplo:

$$L(B) \simeq \alpha \cdot \mathbb{L}$$

Então há um limite para δ (taxa de decréscimo do trabalho contido), pois se não, toda a riqueza material poderia ser produzida por uma pequena quantidade de trabalho. Na medida em que tais ativos fossem acessíveis no mercado, eles rapidamente deixariam de estar concentrados e a dependência das famílias em relação aos salários pagos por empresas capitalistas logo desapareceria.

Vamos investigar qual é esse limite. Vamos considerar que mudanças na riqueza B de um ano t para um ano $t + 1$. Parte dessa riqueza é destruída ou consumida, então resta apenas uma riqueza B' . Ou seja parte da do trabalho contido no estoque inicial é $L_t(B)$ e se transforma em $L_{t+1}(B')$.

Além disso, novos produtos são produzidos e acumulados a cada ano, uma parte então de \mathbb{L} é acumulado, essa parte tem como limite superior parte do excedente que não é consumido pela força de trabalho $(1 - \omega)$, sendo ω a fração do trabalho contido consumida pela força de trabalho como remuneração. Estamos simplificando para o cenário que o trabalho adicionado se mantém inalterado de um ano a outro.

Se a riqueza material não cair, podemos expressar a acumulação então como:

$$\begin{aligned} L(B_{t+1}) &\geq L(B_t) \\ L_{t+1}(B') + (1 - \omega)\mathbb{L} &\geq L_t(B) \end{aligned}$$

Podemos escrever então:

- $L_{t+1}(B') = (1 - \delta)L_t(B')$: o trabalho contido em B' sofre um decréscimo de δ entre um ano e outro.

- $L_t(B') = (1 - d)L_t(B)$: onde d é a taxa de decréscimo material, isto é, a a fração material de B que foi consumida.

Então:

$$L_{t+1}(B') = (1 - \delta)L_t(B') = (1 - \delta)(1 - d)L_t(B)$$

Substituindo:

$$\begin{aligned} (1 - \delta)(1 - d)L_t(B) + (1 - \omega)\mathbb{L} &\geq L_t(B) \\ (1 - d - \delta - \delta d)\alpha\mathbb{L} + (1 - \omega)\mathbb{L} &\geq \alpha\mathbb{L} \\ (1 - d)\alpha - (1 - d)\alpha\delta + (1 - \omega) &\geq \alpha \\ -(1 - d)\delta &\geq 1 - \frac{(1 - \omega)}{\alpha} - (1 - d) \\ -\delta &\geq \frac{1}{(1 - d)} - \frac{(1 - \omega)}{\alpha(1 - d)} - 1 \\ -\delta &\geq -\frac{(-\alpha + 1 - \omega)}{\alpha(1 - d)} - 1 \\ \delta &\leq 1 + \frac{(-\omega - \alpha + 1)}{\alpha(1 - d)} \\ \delta &\leq 1 - \frac{\omega + \alpha - 1}{\alpha(1 - d)} \end{aligned}$$

Ou:

$$\delta \leq 1 - \frac{(\omega + \alpha - 1)}{\alpha(1 - d)}$$

Dados empíricos indicam $\alpha \approx 5$, isto é, a riqueza material acumulada é 5 o trabalho adicionado na economia no ano, uma estimativa de depreciação material de 5% a 8%, vamos adotar $d = 0.05$ e uma fração de salário da ordem de $\omega = 0.5$. Então $\delta \leq 5.3\%$. Ou seja, caso a taxa de redução do trabalho contido nas mercadorias ultrapasse aproximadamente 5 ao ano, o conteúdo de trabalho da riqueza material tenderá a diminuir persistentemente. Isso implica uma dificuldade crescente para a reprodução da acumulação capitalista, uma vez que o sistema depende do trabalho vivo como fonte de valor e mais-valia.

Paradoxalmente, essa redução do conteúdo de trabalho pode representar um avanço do ponto de vista técnico e humano, pois significa que a sociedade é capaz de produzir quantidades crescentes de riqueza material com cada vez menos trabalho necessário. Contudo, se a produtividade cresce rápido demais, o capitalismo passa a necessitar de uma quantidade cada vez menor de trabalhadores para reproduzir a base material da

sociedade, enfraquecendo assim o próprio fundamento da valorização do capital. As alternativas existentes para aumentar o limite δ é reduzir ω , isto é, reduzir a quantidade do trabalho contido destinado aos trabalhadores, intensificando a exploração. Pois reduzir d enfrenta um limite, mesmo pra $d = 0$, no nosso caso ficamos com 10% de limite superior. E se olharmos a acumulação α , para aumentar o limite é necessário diminuir a riqueza acumulada acumulada. Mas vejamos a contradição, para garantir que a riqueza material não diminua de forma persistente, é preciso diminuir a riqueza acumulada. Testando em código, para as constantes informadas $\delta = 5\% < \delta_{lim}$ a riqueza material medida em trabalho contido cresceu 1.64%, já para $\delta = 5.5\% > \delta_{lim}$ ela decaiu 1.45%.

9.2.5 Produtividade

A forma padrão de medir produtividade é como a razão entre o valor adicionado monetário (isto é, o preço de venda deduzido do custo dos insumos utilizados na produção) e a quantidade de trabalho diretamente empregada na produção da cesta B .

Considerando a cesta de produto líquido da economia B_{out} , podemos escrever:

$$P = \frac{M(B_{out})}{L(B_{out})}$$

Onde $M(B_{out})$ representa o valor monetário adicionado e $L(B_{out})$ representa o trabalho diretamente empregado na produção dessa cesta.

Para acompanhar a mudança da produtividade ao longo do tempo, utiliza-se uma cesta de referência B_{ref} , cujos preços são reescalados em termos reais (isto é, ajustados pela inflação), de modo que $M_{t+1}(B_{ref}) \approx M_t(B_{ref})$. Definindo δ como a taxa de decréscimo do conteúdo de trabalho, temos:

$$\begin{aligned} \delta &= 1 - \frac{L_{t+1}(B_{ref})}{L_t(B_{ref})} \\ &= 1 - \frac{M_{t+1}/P_{t+1}}{M_t/P_t} \\ &\approx 1 - \frac{P_t}{P_{t+1}} \end{aligned}$$

Então:

$$\delta \approx \frac{P_{t+1} - P_t}{P_{t+1}}$$

Ou seja, ao desconsiderarmos a inflação por meio do uso de preços reais, tratamos o valor monetário adicionado da cesta de produto líquido como aproximadamente cons-

tante ao longo do tempo. Nesse caso, aumentos na produtividade implicam reduções no conteúdo de trabalho necessário para produzir essa cesta.

Ou seja, pela própria definição tradicional de produtividade como a razão entre o valor monetário adicionado e o trabalho diretamente dispendido na produção, se o valor monetário adicionado permanecer aproximadamente constante, então um aumento da produtividade corresponde necessariamente a uma redução do trabalho contido na produção desses bens.

O aspecto mais relevante não é apenas a identidade algébrica entre produtividade e conteúdo de trabalho, mas o fato de que a taxa de redução do conteúdo de trabalho corresponde aproximadamente à variação relativa da produtividade.

Essa discussão sobre a queda do conteúdo de trabalho também ajuda a compreender como pode ocorrer um aumento da exploração mesmo sem redução do salário nominal. Podemos imaginar um cenário sem inflação no qual um trabalhador recebe um salário mínimo suficiente para adquirir uma cesta básica de bens necessários à sobrevivência.

Com o progresso técnico, o conteúdo de trabalho necessário para produzir essa cesta tende a diminuir. Se o salário nominal permanecer constante e os preços monetários da cesta não caírem no curto prazo, então o trabalhador continuará adquirindo a mesma cesta física, porém essa cesta representará uma quantidade menor de trabalho socialmente necessário.

Pode-se objetar que, conforme discutido anteriormente, reduções no conteúdo de trabalho tendem a provocar reduções nos preços. Entretanto, isso não ocorre necessariamente de forma imediata. No curto prazo, preços podem permanecer relativamente rígidos ou ser compensados por inflação e mudanças nos preços relativos da economia.

Por exemplo, outros componentes do custo de vida podem tornar-se relativamente mais caros. Suponha uma segunda cesta contendo o dobro de horas. Se o progresso técnico reduz o conteúdo de trabalho da cesta básica, mas seu preço monetário permanece estável, então a diferença relativa entre o conteúdo de trabalho das duas cestas aumenta. Isso pode se refletir em um aumento de seu preço relativo.

Assim, mesmo que determinadas mercadorias industriais reduzam significativamente seu conteúdo de trabalho, outros componentes do custo de vida podem tornar-se relativamente mais caros, especialmente em setores nos quais o trabalho humano permanece central.

Dessa forma, o salário nominal pode permanecer inalterado enquanto o trabalhador passa a controlar uma parcela menor do trabalho social total produzido na economia.

9.3 Taxa de acumulação

Se o trabalho produzido no ano é L e uma fração α é reinvestido para gerar um novo capital, e denotamos $\mathbb{K} = L(B_{cap})$ como o trabalho contido no capital, então a

taxa de lucro ao longo de todo capital em termos de trabalho contido pode ser escrito aproximadamente como:

$$R = \frac{\alpha_{max}\mathbb{L}}{\mathbb{K}}$$

Isto é, uma razão entre todo o trabalho excedente apropriado pelos capitalistas e o estoque de capital, onde $\alpha_{max} = 1 - \omega$, pois ω é a fração se apropriada pelos trabalhadores. Evidentemente α_{max} também representa a fração máxima do trabalho adicionado que poderia ser reinvestida pelos capitalistas, de forma que $0 \leq \alpha \leq \alpha_{max}$.

No próximo ano o estoque de capital é então parte do trabalho produzido no ano anterior que foi convertido e o que restou do estoque do ano passado descontando tanto a depreciação material do capital (d) quanto a redução do conteúdo de trabalho das mercadorias causada pelo aumento da produtividade (δ).

$$\mathbb{K}_{t+1} = \alpha\mathbb{L}_t + (1 - \delta)(1 - d)\mathbb{K}_t$$

E se usarmos l como o crescimento do trabalho adicionado anualmente temos:

$$\mathbb{L}_{t+1} = (1 + l)\mathbb{L}_t$$

Então:

$$\begin{aligned} R_{t+1} &= \alpha_{max} \frac{\mathbb{L}_{t+1}}{\mathbb{K}_{t+1}} \\ &= \alpha_{max} \frac{(1 + l)\mathbb{L}_t}{\alpha\mathbb{L}_t + (1 - \delta)(1 - d)\mathbb{K}_t} \\ &= \left(\alpha_{max} \frac{\mathbb{L}_t}{\mathbb{K}_t} \right) \frac{(1 + l)}{\frac{\alpha}{\alpha_{max}} \left(\alpha_{max} \frac{\mathbb{L}_t}{\mathbb{K}_t} \right) + (1 - \delta)(1 - d)} \\ &= R_t \frac{(1 + l)}{AR_t + B} \end{aligned}$$

onde fizemos $A = \frac{\alpha}{\alpha_{max}}$ $B = (1 - \delta)(1 - d)$. Agora tomando a inversa $x_t = \frac{1}{R_t}$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x_{t+1}} &= \frac{1}{x_t} \frac{(1 + l)}{\frac{A}{x_t} + B} \\ A + Bx_t &= x_{t+1}(1 + l) \end{aligned}$$

Ou então:

$$x_{t+1} = \frac{A}{(1 + l)} + \frac{B}{(1 + l)}x_t = a + bx_t$$

A solução no ponto de equilíbrio é então quando $x_{t+1} = x_t = x^*$:

$$x^* = a + bx^*$$

Ou seja o ponto de equilíbrio é:

$$x^* (1 - b) = a \rightarrow x^* = \frac{a}{(1 - b)}$$

E a distância de um termo x_t do equilíbrio pode ser dada por $y_t = x_t - x^*$, então, sendo que $x^* = a + bx^*$

$$\begin{aligned}x_{t+1} &= a + bx_t \\y_{t+1} + x^* &= a + by_t + bx^* \\y_{t+1} + x^* &= (a + bx^*) + by_t \\y_{t+1} &= by_t\end{aligned}$$

Então é fácil ver que pra t_0 temos $y_1 = by_0$, pra $t = 1$ temos $y_2 = by_1 = b^2y_0$, e de forma geral $y_t = b^t y_0$. Voltando então:

$$\begin{aligned}y_t &= x_t - x^* \\b^t y_0 &= x_t - x^*\end{aligned}$$

Rearranjando, sendo $y_t = x_t - x^*$:

$$x_t = x^* + b^t y_0 = x^* + b^t (x_0 - x^*)$$

Então se $|b| < 1$, para $t \rightarrow \infty$ temos que $x_t \rightarrow x^*$. Ou seja, temos estabilidade se:

$$|b| = \left| \frac{B}{(1+l)} \right| = \left| \frac{(1-\delta)(1-d)}{(1+l)} \right| < 1$$

E o ponto de estabilidade é:

$$\begin{aligned}
x^* &= \frac{a}{(1-b)} \\
&= \frac{\frac{\alpha}{\alpha_{max}}}{(1+l)} \frac{1}{\left(1 - \frac{(1-\delta)(1-d)}{(1+l)}\right)} \\
&= \frac{\alpha}{\alpha_{max}} \frac{1}{((1+l) - (1-\delta)(1-d))} \\
&= \frac{\alpha}{\alpha_{max}} \frac{1}{((1+l) - (1-d-\delta+d\delta))} \\
&= \frac{\alpha}{\alpha_{max}} \frac{1}{(l+d+\delta-d\delta)}
\end{aligned}$$

Considerando $d\delta \approx 0$:

$$R \approx \frac{\alpha_{max}}{\alpha} (l+d+\delta)$$

Ou seja, no estado estacionário, quanto maior for a fração do excedente reinvestida α na acumulação de capital B_{cap} , menor tende a ser a taxa média de lucro.

Preço específico de uma cesta suficientemente larga

O livro argumenta que, para cestas suficientemente grandes e heterogêneas, o preço específico médio tende aproximadamente ao mesmo valor. Isso implica que $\frac{M(B_i)}{M(B_j)} \approx \frac{L(B_i)}{L(B_j)}$, isto é, a razão entre os preços monetários de duas grandes cestas tende a acompanhar a razão entre seus conteúdos de trabalho. Sob essa aproximação, a taxa média de lucro calculada em termos monetários é aproximadamente igual à taxa de lucro calculada em termos de trabalho contido.

Para que essa condição seja válida, é necessário assumir que os preços específicos das mercadorias individuais, $\Psi_i = \frac{M_i}{L_i}$, sejam extraídos de uma mesma distribuição estatística relativamente estável. Assim, pela lei dos grandes números, os preços específicos médios de grandes cestas heterogêneas tendem ao mesmo valor esperado.

Isto é:

$$\bar{\Psi}(B) = \sum_{j=1}^m w_j \Psi_j$$

onde os pesos $w_j = \frac{L_j}{\sum_k L_k}$ é dado pelo trabalho contido na cesta. Então:

$$\bar{\Psi}(B) = \sum_{j=1}^m \frac{L_j}{\sum_k L_k} \Psi_j = \frac{\sum_j L_j \frac{M_j}{L_j}}{\sum_k L_k} = \frac{\sum_j M_j}{\sum_k L_k} = \frac{M(B)}{L(B)}$$

Pela lei dos grandes números, se a cesta contiver uma quantidade suficientemente grande e heterogênea de mercadorias, espera-se que o preço específico médio da cesta convirja para a média teórica da distribuição. Para testar foi escrito um código construindo duas cestas, com 10^6 mercadorias retiradas de uma distribuição normal com média 100 e desvio padrão 10, a razão entre o preço específico de ambas as cestas foi 1.00.

Limite de acumulação

Frequentemente falamos que o capitalismo é um motor econômico de desenvolvimento pois ele exige o contínuo desenvolvimento das forças produtivas. Podemos verificar isso no fato de que a acumulação material que o capitalista é capaz de possuir, é limitado pela produção anual.

Isto é, se denotamos \mathbb{W} a riqueza material acumulada, então esperamos algo como:

$$\mathbb{W} \propto \mathbb{L}$$

Vamos calcular agora esta constante. Considerando que uma fração α do trabalho produzido em um ano \mathbb{L} se transforma em riqueza, e os mesmos fatores de depreciação material d e redução do trabalho contido δ :

$$\mathbb{W}_{t+1} = \alpha \mathbb{L} + (1 - \delta)(1 - d) \mathbb{W}_t$$

Então:

$$\begin{aligned} \frac{\mathbb{W}_{t+1}}{\mathbb{L}_{t+1}} &= \frac{\alpha \mathbb{L} + (1 - \delta)(1 - d) \mathbb{W}_t}{(1 + l) \mathbb{L}_t} \\ &= \frac{\alpha}{1 + l} + \frac{(1 - \delta)(1 - d) \mathbb{W}_t}{(1 + l) \mathbb{L}_t} \\ x_{t+1} &= a + bx_t \end{aligned}$$

Temos o mesmo resultado de antes, com a diferença agora que $a = \frac{\alpha}{1+l}$ e $b = \frac{(1-\delta)(1-d)}{(1+l)}$. além de que $x = \frac{\mathbb{W}}{\mathbb{L}}$. Então:

$$\begin{aligned}
x^* &= \frac{a}{(1-b)} \\
&= \frac{\frac{\alpha}{(1+l)}}{\left(1 - \frac{(1-\delta)(1-d)}{(1+l)}\right)} \\
&= \frac{\alpha}{((1+l) - (1-\delta)(1-d))} \\
&\approx \frac{\alpha}{((1+l) - (1-d-\delta))} \\
&\approx \frac{\alpha}{(l+d+\delta)}
\end{aligned}$$

Ou seja:

$$\mathbb{W} \approx \left[\frac{\alpha}{(l+d+\delta)} \right] \mathbb{L}$$

9.4 Problema da transformação

Este capítulo é inspirado no capítulo 6 do livro “Laws of Chaos: Probabilistic Approach to Political Economy”[52]. Este capítulo se intitula “Dissolução do problema da transformação”, e trata, como o nome sugere, do problema da transformação. Aqui o problema da transformação deve ser entendido como “mostrar de que maneira uma taxa média de lucro igual pode ser alcançada, não apenas sem violar a lei do valor, mas por meio dela”.

O termo "problema de transformação" pode ainda ser reinterpretado num sentido mais amplo, ou seja, como o problema de elucidar as conexões sistemáticas entre categorias de valor (ou conteúdo de trabalho), por um lado, e categorias de preço, por outro.

Vamos começar entendendo a teoria de preços de Marx. Vamos partir da ideia de **preços ideais**, isto é, preços que deveriam prevalecer em um hipotético estado de equilíbrio. Nesta forma de conceber os preços, diz-se que os preços de mercado flutuam em torno desses preços ideais e tendem a convergir para eles.

Partimos do modelo onde o trabalho contido $\lambda(C)$ de uma mercadoria C é conectado ao seu preço ideal $\bar{\pi}(C)$ através da seguinte fórmula:

$$\frac{\bar{\pi}(C)}{\lambda(C)} = \psi_0$$

Onde ψ_0 é uma constante universal para todas mercadorias. Agora precisamos fazer algumas distinções.

A **força de trabalho** é a capacidade do trabalhador de executar trabalho. As-

sim, a quantidade de força de trabalho que um empregador compra corresponde ao tempo durante o qual ele aluga essa capacidade de trabalhar, por exemplo, 8 horas por dia. É importante ter claramente que também é uma mercadoria. Porém há uma particularidade na hora de discutir seu preço e valor.

Os trabalhadores precisam consumir uma quantidade mínima de mercadorias para reproduzir sua força de trabalho, isto é, para continuarem aptos a trabalhar, sobreviverem⁴⁴, embora o conteúdo exato desse conjunto dependa de condições históricas e sociais.

O valor (trabalho contido) da força de trabalho corresponde ao trabalho socialmente necessário contido nesse conjunto de mercadorias necessárias à reprodução do trabalhador. De modo equivalente, o preço da força de trabalho corresponde ao preço desse conjunto de mercadorias. Evidentemente, os valores numéricos dependem da unidade temporal considerada, como consumo semanal, mensal ou anual.

Então vamos assumir por exemplo, que $\bar{\pi}_0$ é o preço ideal da força de trabalho, por exemplo, o salário semanal, sendo equivalente ao preço de um conjunto de mercadorias padrão que um trabalhador (e sua família) precisa consumir semanalmente em uma dada condição social para trabalhar por mais uma semana. Da mesma forma λ_0 é o trabalho contido no mesmo conjunto, isto é, a quantidade de trabalho necessária para produzi-la. Se vamos trabalhar com a unidade de tempo semanal, então precisamos que $\lambda_0 < 1$, isto é, o conjunto de mercadorias que um trabalhador consome durante a semana, deve precisar menos de uma semana para ser produzido. Temos então $\psi_0 = \bar{\pi}_0/\lambda_0$.

Vamos considerar agora uma firma que contrata n trabalhadores para uma semana. Como estamos utilizando uma semana como intervalo de tempo na medida, então contratou n unidades de força de trabalho. Evidentemente se o preço é $\bar{\pi}_0$ por unidade de força de trabalho, então pra calcular um lucro semanal precisamos considerar $n\bar{\pi}_0$ como despesa.

Além disso durante a semana os trabalhadores produzem um conjunto \mathbf{C} de mercadorias, ou seja, a receita é $\bar{\pi}(\mathbf{C})$.

E durante ese processo de produção, ela consome um conjunto de mercadorias \mathbf{I} , que representam novamente um novo custo $\bar{\pi}(\mathbf{I})$. Ou seja, o lucro semanal foi de:

$$l = \bar{\pi}(\mathbf{C}) - [\bar{\pi}(\mathbf{I}) + n\bar{\pi}_0]$$

Podemos calcular uma taxa de lucro fazendo a razão entre a receita e o capital \mathbf{K} de toda firma. temos então:

$$r = \frac{\bar{\pi}(\mathbf{C}) - [\bar{\pi}(\mathbf{I}) + n\bar{\pi}_0]}{\bar{\pi}(\mathbf{K})}$$

⁴⁴Essas mercadorias incluem alimentação, moradia, transporte, vestuário etc...

Evidentemente, estamos considerando que tudo foi sempre negociado com o preço ideal. como ψ_0 é uma constante que independente da mercaodira, podemos reescrever em termos de trabalho contido:

$$r = \frac{\lambda(\mathbf{C}) - [\lambda(\mathbf{I}) + n\lambda_0]}{\lambda(\mathbf{K})}$$

Agora vamos prestar atenção na diferença $p = \lambda(\mathbf{C}) - \lambda(\mathbf{I})$. Devemos ter em mente que isso deve resultar em uma quantidade de trabalho contido, no nosso caso, uma quantidade de semanas. Mas considerando que o processo inteiro ocorreu dentro da semana, a diferença de trabalho contido entre o produto consumido na produção e o produto final, só tem como fonte o próprio trabalho realizado pelos trabalhadores. Como o processo produtivo ocorreu ao longo de uma semana e empregou n trabalhadores durante todo esse período, o trabalho total adicionado à produção corresponde a n unidades de trabalho contido, portanto a diferença $p = n$ corresponde exatamente a quantidade de trabalho incorporado no produto final. Então:

$$r = \frac{n - n\lambda_0}{\lambda(\mathbf{K})} = \frac{n}{\lambda(\mathbf{K})} (1 - \lambda_0)$$

Podemos ver novamente a exigência que $\lambda_0 < 1$, pois caso contrário, não teria excedente para ser se apropriado pelos capitalistas. Considerando a economia como um todo temos a taxa média de lucro como:

$$r_G = \frac{N(1 - \lambda_0)}{\lambda(\mathbf{K}_G)}$$

Onde N é a quantidade total de trabalhadores na economia e \mathbf{K}_G também o capital geral.

Pensando na economia como um todo, o que muda entre as empresas é a quantidade de trabalhadores n e o capital \mathbf{K} . Mais especificamente o lucro é inversamente proporcional a quantidade de capital por trabalhador $K_n = \frac{\lambda(\mathbf{K})}{n}$, ou seja:

$$r = \frac{(1 - \lambda_0)}{K_n}$$

Evidentemente as taxas de lucro r só podem ser uniforme entre as empresas se K_n for uniforme, o que não soa realista. Vamos reescrever agora $N\lambda_0 = \lambda(\mathbf{V})$ isto é, só para enfatizar que \mathbf{V} são as mercadorias consumidas pelos trabalhadores para continuarem vivos, escrevemos então:

$$r_G = \frac{N - \lambda(\mathbf{V})}{\lambda(\mathbf{K}_G)}$$

Uma vez que N é o número total de trabalhadores, ele é também a quantidade de

trabalho (medida em semanas de trabalho) produzido por esses trabalhadores⁴⁵ então temos podemos recuperar uma versão análoga da primeira formulação que fizemos de r uma vez que $N = \lambda(\mathbf{C}_G) - \lambda(\mathbf{I}_G)$

$$r_G = \frac{\lambda(\mathbf{C}_G) - [\lambda(\mathbf{I}_G) + \lambda(\mathbf{V})]}{\lambda(\mathbf{K}_G)}$$

Porém, agora vamos abandonar a ideia de preços ideais e a formulação determinista. Ou seja ao invés de adotarmos $\frac{\bar{\pi}(C)}{\lambda(C)} = \psi_0$, vamos adotar o preço específico de um conjunto de mercadorias discutido anteriormente:

$$\bar{\Psi}(B) = \frac{M(B)}{L(B)} = \frac{\pi(B)}{\lambda(B)}$$

Agora, considerando novamente que as cestas de mercadorias $(\mathbf{C}_G, \mathbf{I}_G, \mathbf{K}_G, \mathbf{V})$ possuem uma quantidade extremamente grande de mercadorias, e lembrando que o preço específico Ψ_j da mercadoria j é modelado como uma variável aleatória obtida a partir de uma distribuição de probabilidade comum a todas as mercadorias, e sendo que o preço específico médio de uma cesta \mathbf{A} é $\bar{\Psi}(\mathbf{A}) = \sum_j \frac{\lambda_j}{\sum_k \lambda_k} \Psi_j$, onde λ_j representa o trabalho contido na mercadoria j , então como os Ψ_j são variáveis aleatórias identicamente distribuídas e as cestas consideradas contêm um número muito grande de mercadorias, segue pela lei dos grandes números que $\bar{\Psi}(\mathbf{A}) \approx \bar{\Psi}(\mathbf{B})$, para quaisquer cestas suficientemente amplas \mathbf{A} e \mathbf{B} .

Então:

$$r_G = \frac{\pi(\mathbf{C}_G) - [\pi(\mathbf{I}_G) + \pi(\mathbf{V})]}{\pi(\mathbf{K}_G)}$$

Porém agora π não é mais o preço ideal. Agora por exemplo, se a taxa de lucro da firma i é

⁴⁵Há aqui um ponto importante: a quantidade de trabalho vivo adicionada não corresponde necessariamente ao número de horas fisicamente trabalhadas dentro da firma. Como estamos utilizando a semana como unidade temporal fundamental, uma unidade de força de trabalho corresponde ao aluguel da capacidade de trabalho de um trabalhador durante uma semana inteira. Assim, se um trabalhador é contratado semanalmente para produzir uma cadeira e entrega o produto ao final da semana, computamos que uma unidade semanal de trabalho foi incorporada ao produto, independentemente da distribuição concreta de horas trabalhadas ao longo da semana. Não importa, nesse caso, se o trabalhador trabalhou uma ou oito horas por dia; o que importa é que uma semana de força de trabalho foi mobilizada no processo produtivo. Portanto, se a firma contrata N trabalhadores semanalmente, o processo produtivo incorpora N unidades semanais de trabalho vivo. Estamos trabalhando também com uma abstração na qual os trabalhadores são considerados homogêneos em termos de capacidade produtiva média, se não uma empresa com n trabalhadores poderia incorporar mais ou menos que n horas no trabalho contido, pois seus trabalhadores poderiam ser mais ou menos eficientes que a média da sociedade considerada.

$$r_i = \frac{l_i}{c_i}$$

Então a média ponderada das taxas de lucros de todo sistema é:

$$\langle r \rangle = \frac{\sum_i c_i r_i}{\sum_j c_j} = \frac{\sum_i c_i \frac{l_i}{c_i}}{\sum_j c_j} = \frac{\sum_i l_i}{\sum_j c_j}$$

E como r_G é exatamente a razão entre o lucro e o capital de toda economia então $r_G = \langle r \rangle$. Ou seja, abandonamos a hipótese de preços ideais deterministas, segundo a qual toda mercadoria satisfaz exatamente $\frac{\bar{\pi}(C)}{\lambda(C)} = \psi_0$, e a substituímos por uma formulação probabilística na qual os preços específicos das mercadorias são variáveis aleatórias. Ainda assim, para agregados suficientemente grandes de mercadorias, a lei dos grandes números implica que as flutuações individuais se compensam, fazendo com que a razão entre preço e trabalho contido para os agregados convirja para um valor médio $\bar{\Psi}$.

9.4.1 Taxa de mais-valia e queda tangencial da taxa de lucro

Retomando nossa formulação inicial em termos de preço, vamos definir a unidade de salario ideal $\bar{\pi}_0 = 1$ como unidade e sendo λ_0 o trabalho contido, então temos pra força de trabalho $\frac{\bar{\pi}_0}{\lambda_0} = \psi_0$. E para qualquer outro cesto de mercadorias então:

$$\frac{\bar{\pi}(C)}{\lambda(C)} = \psi_0 = \frac{\bar{\pi}_0}{\lambda_0} = \frac{1}{\lambda_0}$$

Se identificamos a taxa de mais valia como:

$$e_M = \frac{N - \lambda(\mathbf{V})}{\lambda(\mathbf{V})} = \frac{N - \lambda_0 N}{\lambda_0 N} = \frac{1 - \lambda_0}{\lambda_0}$$

Isto é, a taxa de mais-valia corresponde à razão entre o trabalho-contido no excedente apropriado pelos capitalistas e o trabalho-contido no conjunto de mercadorias necessárias para reproduzir a força de trabalho.

$$\lambda_0 = \frac{1}{(1 + e_M)}$$

Substituindo:

$$\psi_0 = \frac{\bar{\pi}(C)}{\lambda(C)} = \frac{1}{\lambda_0} = \frac{1}{\frac{1}{(1+e_M)}} = 1 + e_M$$

Conectando a discussão anterior, onde fomos do determinismo para o probabilístico $\psi_0 \rightarrow \bar{\Psi}$, podemos esperar então que o preço específico médio de um grande agregado de mercadorias convirja para $1 + e_M$ e é isso que vamos demonstrar agora.

Pra isso vamos lembrar que \mathbf{V} é o agregado das mercadorias consumidas pela população trabalhadora por uma semana, e $\pi(\mathbf{V})$ o preço. Vamos ignorar coisas como poupança ou impostos, etc... ou seja, o trabalhador gasta tudo que recebe, então o salário agregado de todos os trabalhadores na semana é $\pi(\mathbf{V})$.

Como escolhemos o salário médio semanal como unidade monetária, o salário agregado pago a N trabalhadores durante uma semana é numericamente igual a N . Logo:

$$\bar{\Psi}(\mathbf{V}) = \frac{\pi(\mathbf{V})}{\lambda(\mathbf{V})} = \frac{N}{\lambda(\mathbf{V})} = 1 + e_M$$

Ou seja, para qualquer agregado suficientemente grande de mercadorias (\mathbf{A}), espera-se que $\bar{\Psi}(\mathbf{A}) \approx 1 + e_M$. Nesta formulação, a teoria do valor deixa de ser interpretada como uma teoria determinista dos preços individuais e passa a ser entendida como uma regularidade estatística válida apenas no nível agregado.

Além disso se $\lambda(\mathbf{V}) = v$ e $\lambda(\mathbf{K}_G) = k$, então como $e_M = \frac{N-v}{v}$ e calculando $1 + e_M = 1 + \frac{N-v}{v} = \frac{N}{v}$, temos:

$$r_G = \frac{N-v}{k} = \frac{N}{k} \left(\frac{v}{N} \frac{N-v}{v} \right) = \frac{1}{q_G} \left(\frac{e_M}{1+e_M} \right)$$

Como $\lim_{e_M \rightarrow \infty} \left(\frac{e_M}{1+e_M} \right) = 1$, então se a quantidade de capital por trabalhador $q_G = \frac{k}{N}$ tende a crescer $q_G \rightarrow \infty$ ⁴⁶, independente do aumento da taxa de mais valia e_M , a taxa de lucro tende a diminuir $\lim_{q_G \rightarrow \infty} r_G = 0$. Além disso ainda podemos comentar que podemos relacionar esta quantidade q_G com a famosa composição orgânica do capital $c_0 = \frac{k}{v}$ fazendo, de $e_M = \frac{N}{v} - 1$ então $v = N / (1 + e_M)$ então:

$$c_0 = \frac{k}{v} = \frac{k}{N} (1 + e_M) = (1 + e_M) q_G \quad \rightarrow \quad q_G = \frac{c_0}{(1 + e_M)}$$

Ou seja, podemos repetir a discussão anterior citando a composição orgânica do capital:

$$r_G = \frac{e_M}{c_0}$$

Novamente, um aumento na composição orgânica do capital (com e_M constante) leva a uma queda na taxa de lucro.

9.4.2 Conclusão

O principal problema do primeiro modelo parece não residir em sua conexão entre preço e valor, mas sim em seu caráter estritamente determinista. Uma vez reinterpretado pro-

⁴⁶Segundo os autores deste livro, essa tendência não se verificou nos dados empíricos. Existem outras interpretações segundo as quais não seria exatamente a taxa geral de lucro que tende a decrescer, mas sim a taxa de lucro incremental (taxa de retorno sobre novos investimentos).

babilisticamente, permitindo que preços individuais flutuem aleatoriamente enquanto regularidades emergem apenas no nível agregado, o modelo torna-se compatível com a dispersão empiricamente observada nos preços e nas taxas de lucro.

Já o modelo apresentado no Volume III preserva o caráter determinista e, além disso, parte da hipótese de uniformidade das taxas de lucro. Essa hipótese é introduzida precisamente porque o modelo determinista original do Volume I não permite obter taxas de lucro uniformes entre setores com diferentes composições de capital. Entretanto, ao tentar impor essa uniformidade, o modelo acaba introduzindo novas dificuldades conceituais e matemáticas.

Enquanto no modelo do Volume I de *O Capital* há uma preocupação central com a origem do lucro (razão pela qual conceitos como valor e mais-valia ocupam posição fundamental), no modelo do Volume III o foco desloca-se para a questão da distribuição desse lucro. Ainda que ambas as questões possam ser tratadas separadamente, como demonstrado por diversos teóricos, é necessário que exista alguma conexão entre elas, e é precisamente na formulação dessa conexão que surgem várias das polêmicas associadas ao chamado problema da transformação.

É importante ter em mente que abordagens não marxistas, por se interessarem apenas pela distribuição do lucro, podem tratar a teoria do valor-trabalho como dispensável. Já a abordagem marxista, ao buscar também explicar a origem do lucro, necessita ir além da simples distribuição, preservando algum vínculo entre lucro, valor e mais-valia. Dessa forma, ao invés de abandonar o primeiro modelo em favor de um novo sistema determinista baseado em taxas uniformes de lucro, parece mais natural reinterpretar diretamente o modelo original em termos probabilísticos. Nessa abordagem, preços e taxas de lucro individuais podem flutuar livremente, enquanto as regularidades associadas à teoria do valor emergem apenas em nível estatístico e agregado.

Pode-se dizer também que o autor rejeita a hipótese de uniformização das taxas de lucro entre capitais individuais, substituindo-a pela concepção de uma taxa geral de lucro definida como média ponderada das taxas de lucro das empresas, em que os pesos correspondem à magnitude de seus capitais. Em vez de uma taxa de lucro uniforme entre diferentes setores, assume-se, portanto, a existência de uma distribuição relativamente estável de taxas de lucro entre as empresas.

10 Modelo cinético com abordagem marginalista

10.1 O modelo

Os códigos relacionados a este modelo podem ser encontrados no meu GitHub. E este é um artigo diferente que busca se apoiar em parte da teoria marginalista conforme

apresentado no artigo “Microeconomics of the ideal gas like market models” [27]. Vamos supor:

- O agente i produz apenas Q_i quantidade da mercadoria i ⁴⁷, e seu dinheiro no tempo t é dado por $m_i(t)$.
- Queremos saber como varia o dinheiro possuído pelo agente $m_i(t)$ ao longo do tempo t .
- Olhando para uma troca entre dois agentes i e j , definimos uma função utilidade⁴⁸ como $U_i(x_i, x_j, m_i) = x_i^{\alpha_i} x_j^{\alpha_j} m_i^{\alpha_m}$, onde x_i e x_j denota o consumo das mercadorias i e j pelo agente em questão.
 - Para facilitar vamos denotar $m_i(t+1) = m_i$ apenas e $m_i(t) = M_i$.
 - Por simplicidade vamos também assumir que $\alpha_i + \alpha_j + \alpha_m = 1$.

Denotando o preço da mercadoria por p_i , vamos definir então uma restrição de orçamento do agente i como:

$$p_i x_i + p_j x_j + m_i \leq M_i + p_i Q_i$$

Ou seja, a quantidade que o agente 1 pode gastar consumindo quantidades x_i e x_j de mercadorias, somado ao dinheiro que ele mantém após a troca, não pode exceder o dinheiro que ele tinha no instante anterior, somado ao que vale a venda a mercadoria que produz. De fato, como x_i é um consumo então $p_i x_i + p_j x_j = \Delta m_i$ representa o fluxo monetário gasto em consumo, de modo análogo se representarmos $p_i Q_i = \Delta M_i$ como o fluxo monetário gnhho na produção, podemos reescrever como:

$$\Delta m_i + m_i \leq M_i + \Delta M_i$$

Na verdade então, vamos ter necessariamente:

$$\Delta m_i + m_i = M_i + \Delta M_i$$

No caso de sistemas conservativos. A ideia então é que os agentes tentam maximizar suas funções utilidade. Tendo então a função utilidade e as restrições:

⁴⁷Perceba como apesar de ser um modelo que tenta buscar uma justificativa microeconômica no marginalismo, ele vai assumir uma condição de igualdade no mercado entre todos os agentes como produtores e consumidores. Uma igualdade que não existe, não apenas materialmente mas também não juridicamente, uma vez que a posse privada dos meios de produção atribui diferentes papéis para cada agente no processo de produção.

⁴⁸Uma função de utilidade mede a preferência e a satisfação do consumidor com diferentes bens ou serviços. É importante ressaltar que há uma certa aleatoriedade na escolha de uma função tão específica. Esta função escolhida se chama Cobb-Douglas e é popular na literatura marginalista.

$$U_i(x_i, x_j, m_i) = x_i^{\alpha_i} x_j^{\alpha_j} m_i^{\alpha_m} \quad p_i x_i + p_j x_j + m_i - M_i - p_i Q_i = 0$$

Para otimizar uma função com restrição, podemos usar o truque do multiplicador de Lagrange. Primeiro construímos a Lagrangeana⁴⁹:

$$\begin{aligned} L &= U_i(x_i, x_j, m_i) + \lambda g \\ &= x_i^{\alpha_i} x_j^{\alpha_j} m_i^{\alpha_m} + \lambda p_i x_i + \lambda p_j x_j - \lambda M_i + \lambda m_i \end{aligned}$$

Agora então derivamos a Lagrangeana em relação às variáveis⁵⁰:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial L}{\partial x_i} = \alpha_i x_i^{\alpha_i-1} x_j^{\alpha_j} m_i^{\alpha_m} + \lambda p_i \\ 0 &= \frac{\partial L}{\partial x_j} = \alpha_j x_i^{\alpha_i} x_j^{\alpha_j-1} m_i^{\alpha_m} + \lambda p_j \\ 0 &= \frac{\partial L}{\partial m_i} = \alpha_m x_i^{\alpha_i} x_j^{\alpha_j} m_i^{\alpha_m-1} + \lambda \\ 0 &= \frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_i x_i + p_j x_j + m_i - M_i - p_i Q_i \end{aligned}$$

Como queremos o preço pelo qual as mercadorias devem ser trocadas neste ponto de otimização:

$$\begin{aligned} p_i &= - \frac{\alpha_i x_i^{\alpha_i-1} x_j^{\alpha_j} m_i^{\alpha_m}}{\lambda} \\ p_j &= - \frac{\alpha_j x_i^{\alpha_i} x_j^{\alpha_j-1} m_i^{\alpha_m}}{\lambda} \\ \lambda &= - \alpha_m x_i^{\alpha_i} x_j^{\alpha_j} m_i^{\alpha_m-1} \end{aligned}$$

Substituindo então λ em p_i :

$$p_i = \frac{\alpha_i x_i^{\alpha_i-1} x_j^{\alpha_j} m_i^{\alpha_m}}{\alpha_m x_i^{\alpha_i} x_j^{\alpha_j} m_i^{\alpha_m-1}} = \frac{\alpha_i}{\alpha_m} \frac{m_i^{\alpha_m}}{m_i^{\alpha_m-1}} \frac{x_i^{\alpha_i-1}}{x_i^{\alpha_i}} = \frac{\alpha_i}{\alpha_m} \frac{m_i}{x_i}$$

⁴⁹Podemos notar que a condição $g = 0$ é satisfeita apenas para um conjunto específico de valores das variáveis, que correspondem, na prática, aos únicos estados admissíveis do sistema. Sobre essa superfície de restrição, temos $L = U_i + \lambda g = U_i$, uma vez que $g = 0$.

⁵⁰Lembrando que $p_i x_i + p_j x_j + m_i \leq M_i + p_i Q_i$, todas variáveis estão no lado esquerdo a desigualdade. Então estamos decidindo o melhor negócio a fazer no instante $t + 1$ dada um certo estado prévio de $m_i(t)$ e $Q_i(t)$ em t .

De modo análogo para p_j :

$$p_j = \frac{\alpha_j x_i^{\alpha_i} x_j^{\alpha_j-1} m_i^{\alpha_m}}{\alpha_m x_i^{\alpha_i} x_j^{\alpha_j} m_i^{\alpha_m-1}} = \frac{\alpha_j}{\alpha_m} \frac{m_i}{x_j}$$

Para resolvermos de fato, precisamos saber o valor das variáveis no equilíbrio otimizado (x_i^*, x_j^*, m_i^*) . Podemos reescrever:

$$p_j x_j^* = \frac{\alpha_j}{\alpha_m} m_i^*, \quad x_i^* p_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_m} m_i^*$$

E da ultima equação $\partial L / \partial \lambda$ temos:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_j}{\alpha_m} m_i^* + \frac{\alpha_i}{\alpha_m} m_i^* + m_i^* - M_i - p_i Q_i &= 0 \\ \left(\frac{\alpha_j}{\alpha_m} + \frac{\alpha_i}{\alpha_m} + 1 \right) m_i^* &= M_i + p_i Q_i \\ m_i^* &= \alpha_m \frac{M_i + p_i Q_i}{(\alpha_j + \alpha_i + \alpha_m)} \\ &= \alpha_m (M_i + p_i Q_i) \end{aligned}$$

Onde usamos o fato de que $\alpha_j + \alpha_i + \alpha_m = 1$. Então combinando os resultados anteriores, podemos eliminar m_i^* de p_k e escrever:

$$m_i^* = \alpha_m (M_i + p_i Q_i) \quad x_j^* = \alpha_j \frac{(M_i + p_i Q_i)}{p_j} \quad x_i^* = \alpha_i \frac{(M_i + p_i Q_i)}{p_i}$$

E se exigimos equilibrio entre a demanda e o consumo⁵¹ na transação entre os agentes i e j , para o agente j temos $U_j(y_i, y_j, m_j)$ ⁵² então $x_k + y_k = Q_k$. Pro agente j temos de forma análoga:

$$m_j^* = \alpha_m (M_j + p_j Q_j) \quad y_j^* = \alpha_j \frac{(M_j + p_j Q_j)}{p_j} \quad y_i^* = \alpha_i \frac{(M_j + p_j Q_j)}{p_i}$$

Além disso, considerando que a quantidade de dinheiro se mantém constante $m_i +$

⁵¹Perceba que estamos impondo um equilíbrio perfeito, altamente irrealista. Ao mesmo tempo que o modelo busca simular o capitalismo de forma mais realista, os recursos pra produção de mercadoria são infinitos (em todos aspectos, o agente não precisa ter dinheiro para produzir) e gratuitos.

⁵²Note que temos 4 taxa de consumo $\{x_i, x_j, y_i, y_j\}$, para cobrir o consumo dos dois agentes das duas mercadorias, porém os coeficientes, isto é, as preferências pelas mercadorias são as mesmas $\{\lambda_i, \lambda_k, \lambda_m\}$ para ambos agentes envolvidos. Essa homogeneização no interesse é uma restrição que o autor não deixa explícito.

$m_j = M_i + M_j$ ⁵³. Ou seja:

$$M_i + M_j = m_i^* + m_j^* = \alpha_m (M_i + M_j + p_i Q_i + p_j Q_j)$$

Ou ainda se escrevemos $M_i + p_i Q_i = R_i$ como a riqueza (a soma entre o dinheiro e o preço das mercadorias que possui) possuída pelo agente i no tempo t então:

$$\begin{aligned} m_i^* &= \alpha_m R_i & x_j^* &= \alpha_j \frac{R_i}{p_j} & x_i^* &= \alpha_i \frac{R_i}{p_i} \\ m_j^* &= \alpha_m R_j & y_j^* &= \alpha_j \frac{R_j}{p_j} & y_i^* &= \alpha_i \frac{R_j}{p_i} \\ & & M_i + M_j &= \alpha_m (R_i + R_j) \end{aligned}$$

Somando então:

$$\begin{aligned} x_i^* + y_i^* &= \alpha_i \frac{R_i}{p_i} + \alpha_i \frac{R_j}{p_i} \\ Q_i p_i &= \alpha_i (R_i + R_j) \\ p_i &= \frac{\alpha_i}{\alpha_m} \frac{M_i + M_j}{Q_i} \end{aligned}$$

De modo análogo temos pra mercadoria j : $p_j = \frac{\alpha_j}{\alpha_m} \frac{M_i + M_j}{Q_j}$. Antes de avançarmos então vamos assumir que α_i pode variar aleatoriamente no tempo enquanto α_m permanece constante, então temos $\alpha_j = 1 - \alpha_m - \alpha_i$. Além disso vamos definir $\alpha_m = \lambda$ e $\epsilon = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$. Como veremos adiante $\lambda \in [0, 1]$ é uma propensão para economizar e $\epsilon \in [0, 1]$ é a fração do dinheiro total de ambos que será transferida para o agente i . Isto é, se $\lambda = 0$ e $\epsilon = 1$ então todo dinheiro do agente j é transferida para o agente i , se $\epsilon = 0$ temos um resultado oposto. Podemos escrever as equações de transferência de dinheiro entre os agentes como:

$$\begin{aligned} m_i(t+1) &= \lambda m_i(t) + (1 - \lambda) [m_i(t) + m_j(t)] \epsilon \\ m_j(t+1) &= \lambda m_h(t) + (1 - \lambda) [m_i(t) + m_j(t)] (1 - \epsilon) \end{aligned}$$

Vamos demonstrar isso, utilizando as equações m_i^* e p_i , temos para o agente i :

⁵³No artigo isso é apresentado posteriormente como se fosse deduzido a partir dos preços ótimos obtidos, mas precisamos assumir essa condição para obter os preços ótimos. Ou eu pelo menos não encontrei outra forma de obter os mesmos preços ótimos.

$$\begin{aligned}
m_i^* &= \alpha_m (M_i + p_i Q_i) \\
m_i(t+1) &= \alpha_m m_i(t) + \alpha_m \left(\frac{\alpha_i m_i(t) + m_j(t)}{\alpha_m Q_i} \right) Q_i \\
&= \alpha_m m_i(t) + \alpha_i [m_i(t) + m_j(t)]
\end{aligned}$$

Onde definimos $\alpha_m = \lambda$ e como $1 - \alpha_m = \alpha_i + \alpha_j$ então $\frac{1 - \alpha_m}{\alpha_i + \alpha_j} = 1$. Assim:

$$m_i(t+1) = \alpha_m m_i(t) + \frac{\alpha_i}{\alpha_i + \alpha_j} (1 - \alpha_m) [m_i(t) + m_j(t)]$$

E como definimos $\epsilon = \frac{\alpha_i}{\alpha_i + \alpha_j}$, obtemos a equação para $m_i(t+1)$. Processo análogo pode ser feito para $m_j(t)$. De forma ainda mais direta, esta equação mostra que o modelo consiste essencialmente em dois mecanismos: 1) um parâmetro fixo α_m que determina a propensão a poupar dos agentes; 2) uma fração aleatória $\alpha_i \in [0, 1 - \alpha_m]$ da riqueza total envolvida na interação, responsável por determinar quanto do montante conjunto será apropriado pelo agente i . Nesse sentido, a dinâmica efetiva da troca reduz-se a um processo estocástico de redistribuição monetária. A interpretação marginalista original perde grande parte de seu conteúdo substantivo, uma vez que os expoentes da função utilidade deixam de representar preferências economicamente determinadas e passam a atuar apenas como coeficientes aleatórios de partilha.

Observe que, embora o modelo parta de funções utilidade do tipo Cobb-Douglas, a dinâmica efetiva das trocas acaba sendo governada por uma única variável aleatória ϵ , responsável por determinar como ocorrerá a redistribuição monetária entre os agentes cada troca. Como os expoentes satisfazem $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_m = 1$, e $\alpha_m = \lambda$ é tomado constante, segue que $\alpha_1 + \alpha_2 = c = 1 - \lambda$. Portanto, resta apenas um grau de liberdade independente. Podemos então parametrizar o expoente como $\alpha_1 = \epsilon c$. Assim, se α_1 é distribuído uniformemente em $\alpha_1 \in [0, 1 - \lambda]$, então ϵ também possui distribuição uniforme em $[0, 1]$, diferindo apenas por um fator de reescala. Dessa forma, a dinâmica obtida coincide com os modelos cinéticos clássicos de troca monetária. Portanto, o procedimento não apenas reproduz os modelos clássicos de troca aleatória, mas também sugere que a microfundamentação marginalista perde parte de seu conteúdo econômico original. Os expoentes da função utilidade, que em princípio representariam preferências dos agentes, passam a atuar apenas como coeficientes aleatórios de partilha monetária. Além disso, como o modelo impõe equilíbrio perfeito entre oferta e demanda a cada interação, a troca deixa de refletir um processo descentralizado típico de economias capitalistas reais, aproximando-se antes de uma dinâmica puramente estocástica de redistribuição de riqueza. Da mesma forma, a hipótese de que cada agente

atua simultaneamente como produtor e consumidor em condições simétricas também dificulta uma representação mais fiel do modo de produção capitalista. Essa limitação é frequentemente tolerada em modelos mais simples que abstraem completamente a esfera produtiva. Entretanto, neste caso, o modelo busca explicitamente incorporar a produção em sua fundamentação microeconômica. Assim, ao introduzir a esfera produtiva mas preservar uma estrutura simétrica entre os agentes, acaba por esvaziar elementos fundamentais da dinâmica capitalista.

Além disso, vale destacar que, uma vez recuperado o modelo clássico de econômica, obtemos essencialmente os mesmos resultados já conhecidos na literatura. Nesse ponto, é interessante notar que tais resultados frequentemente divergem de conclusões esperadas por adeptos da abordagem marginalista da economia, especialmente em suas interpretações liberais.

Em particular, o modelo não sugere que o livre mercado conduza necessariamente a uma distribuição socialmente ótima da riqueza. Da mesma forma, a desigualdade emergente não pode ser atribuída a diferenças de habilidade, produtividade ou mérito individual, uma vez que os agentes são assumidos homogêneos em suas capacidades fundamentais.

Assim, embora a discussão seja formulada a partir de fundamentos microeconômicos marginalistas e de hipóteses de equilíbrio competitivo, os resultados obtidos não se mostram compatíveis com interpretações normativas tradicionais associadas ao livre mercado, especialmente aquelas que vinculam desigualdade econômica a diferenças individuais de competência ou eficiência.

Por exemplo, para $\lambda = 0$:

$$\begin{aligned} m_i(t+1) &= (m_i(t) + m_j(t)) \epsilon \\ m_j(t+1) &= (m_i(t) + m_j(t)) (1 - \epsilon) \end{aligned}$$

10.2 Modelo generalizado

Observação: na verdade isso não é apenas uma 'generalização' mas outra classe de modelos que na verdade não modela a troca de riquezas entre agentes, como era o caso anterior, mas modela de certa forma o crescimento de riqueza de uma gente individual. O mercado, diferente do que mencionado, é mais do que apenas um 'intermediário', é uma fonte e sumidora de dinheiro. De fato, temos a mesma motivação pra dizer que os agentes trocam riqueza entre si, do que afirmar que nunca trocam entre si, pois a evolução da riqueza de cada agente acaba sendo, de certa forma, independente. Por fim, a evolução de sua riqueza depende apenas dos

próprios parâmetros do agente. Eu decidi restringir a distribuição de um parâmetro ($\alpha_i(t)$) de forma a manter a conservação de dinheiro no sistema e o mercado funcionar efetivamente como um intermediário entre os agentes, mas na argumentação original isso pode ser relaxado, tornando a evolução de cada agente, em grande parte, independente. Essa é uma mudança de modelo que não é explicitado no artigo. Ou seja, especialmente no modelo utilizado para comparação onde no lugar de $\alpha_i(t)$ temos um ruído branco $\xi_i(t)$, e que o artigo busca se aproximar, não é de fato um modelo de interação de agentes, na prática, é apenas o modelo de evolução da riqueza de um agente.

Até aqui trabalhamos com um mecanismo de preços que funciona apenas localmente, entre os dois agentes para lidar com a oferta e demanda entre os dois agentes. Agora vamos tentar generalizar para que os preços sejam determinados globalmente.

Nessa formulação, o mercado é descrito como uma caixa preta onde os agentes interagem entre si apenas indiretamente através do mercado. Para isso a dinâmica adotada é a seguinte:

Cada agente quer maximizar a sua função utilidade, $U(f, c) = f^\lambda c^{(1-\lambda)}$, onde:

- $f \rightarrow$ é a quantidade de dinheiro a ser gasto no consumo futuro a partir do dinheiro guardado hoje com esse propósito e uma taxa de retorno r vigente no mercado.
- $c \rightarrow$ é quantidade de dinheiro utilizada para o consumo presente.

Ou seja, o agente precisa decidir como gastar seus recursos financeiros, entre consumo atual e investimento para consumo futuro considerando um fator um retorno r . Temos uma restrição do tipo:

$$m(t) = g + c = \frac{f}{1+r} + c$$

A descrição de f no artigo parece, no mínimo, imprecisa. Pela forma como é introduzido seria “a quantidade de dinheiro guardada para consumo futuro”. Entretanto, a própria restrição orçamentária utilizada no modelo, mostra que não corresponde ao montante efetivamente poupado no presente, mas sim ao valor futuro obtido a partir dessa poupança após considerar a taxa de retorno. Caso representasse literalmente a quantidade de dinheiro separada hoje para consumo futuro, a restrição orçamentária natural seria simplesmente $m(t) = f + c$. Assim, uma formulação conceitualmente mais precisa seria interpretar f como o valor futuro da poupança destinada ao consumo futuro, e não como a poupança presente em si. Vamos entender melhor isso. Se temos hoje uma quantidade g de dinheiro, e com uma taxa de interesse de r vai se tornar f então:

$$g(1+r) = f \rightarrow g = \frac{f}{1+r}$$

Realizando um procedimento análogo ao anterior pra otimizar a função de utilidade, vamos definir o lagrangeano:

$$L = f^\lambda c^{1-\lambda} + \alpha \left(m - \frac{f}{1+r} - c \right)$$

Derivando então:

$$0 = \frac{\partial L}{\partial f} = \lambda f^{\lambda-1} c^{1-\lambda} - \frac{\alpha}{1+r}$$

$$0 = \frac{\partial L}{\partial c} = (1-\lambda) f^\lambda c^{-\lambda} - \alpha$$

$$0 = \frac{\partial L}{\partial \alpha} = m - \frac{f^*}{1+r} - c^*$$

Da ultima temos:

$$c^* = m - \frac{f^*}{1+r}$$

E igualando as duas primeiras isolando α :

$$(1-\lambda) f^{*\lambda} c^{*1-\lambda} = (1+r) \lambda f^{*\lambda-1} c^{*1-\lambda}$$

$$(1-\lambda) f^* = (1+r) \lambda c^*$$

$$f^* = \frac{(1+r)}{(1-\lambda)} \lambda c^*$$

Substituindo então na equação anterior:

$$c^* = m - \frac{f^*}{1+r}$$

$$c^* = m$$

$$\left(1 + \frac{\lambda}{1-\lambda} \right) c^* = m$$

$$\left(\frac{1-\lambda+\lambda}{1-\lambda} \right) c^* = m$$

temos então $c^* = (1-\lambda) m(t)$. Substituindo agora em f^* :

$$f^* = \frac{(1+r)}{(1-\lambda)} \lambda c^* = \frac{(1+r)}{(1-\lambda)} \lambda (1-\lambda) m(t) = (1+r) \lambda m(t)$$

Então o agente i consome⁵⁴ $c^* = (1-\lambda) m(t)$ para produzir um vetor de mercadorias⁵⁵ $\mathbf{y}_i(t)$ com preços dado pelo vetor $\mathbf{p}(t)$. Considerando um equilíbrio onde todo dinheiro consumido na produção produz mercadorias com o mesmo valor monetário do dinheiro gasto⁵⁶:

$$(1-\lambda_i) m_i(t) = \mathbf{p}(t) \cdot \mathbf{y}_i(t)$$

Para todos os agentes do sistema:

$$\sum_{i=1}^N (1-\lambda_i) m_i(t) = \mathbf{p}(t) \cdot \sum_{i=1}^N \mathbf{y}_i(t)$$

$$M(t) V(t) = \mathbf{p}(t) \cdot \mathbf{Y}(t)$$

Onde:

- $\mathbf{Y}(t) \rightarrow$ produto agregado total no período t
- $M(t) \rightarrow$ a quantidade total de dinheiro na economia. Considerando a situação de igualdade entre o investido e o produzido temos $M(t) = \sum_{i=1}^N m_i(t)$.
- $V(t) \rightarrow$ a velocidade do dinheiro, isto é, a fração do dinheiro total que circula durante um dado período. Se $0 \leq \lambda \leq 1$ Então $0 \leq V(t) \leq 1$ uma vez que:

$$M(t) V(t) = \frac{\sum_{i=1}^N (1-\lambda_i) m_i(t)}{M(t)} \leq \frac{\sum_{i=1}^N m_i(t)}{M(t)} = \frac{M(t)}{M(t)} = 1$$

Temos considerado uma economia fechada na qual, durante o processo de troca, o dinheiro não é criado nem destruído. Entretanto, após cada interação, cada agente passa a possuir uma quantidade de dinheiro reservada para o futuro, valorizada pela taxa de juros r , além de uma fração $\alpha_i(t)$ do montante monetário total obtido através da venda de mercadorias produzidas.

Podemos notar que, nesse modelo, a mercadoria produzida pelo agente é convertida em dinheiro de maneira praticamente imediata e sem fricções, de forma que a própria

⁵⁴Acho o termo “investe” do artigo no mínimo ambíguo.

⁵⁵Aparentemente, agora cada agente pode produzir múltiplas mercadorias.

⁵⁶Outra consideração peculiar do modelo é que, embora o autor procure introduzir elementos da esfera produtiva, pela própria estrutura apresentada, o montante monetário adiantado na produção c^* reaparece exatamente como valor da mercadoria produzida. Em outras palavras, o dinheiro investido retorna integralmente sob a forma de mercadorias de valor equivalente, não há lucro. Entretanto, essa hipótese entra em tensão com a própria lógica do modo de produção capitalista que é orientada para o lucro.

produção de mercadorias equivale implicitamente à produção de dinheiro. Trata-se de uma hipótese questionável, uma vez que o dinheiro adicional parece surgir sem uma origem monetária claramente especificada, ao mesmo tempo em que cresce automaticamente segundo uma taxa de juros r fixada exogenamente. Neste cenário podemos escrever:

$$m_i(t+1) = \underbrace{(1+r)\lambda_i m_i(t)}_{\text{poupança valorizada}} + \underbrace{\alpha_i(t) \sum_j (1-\lambda_j) m_j(t)}_{\text{parcela da renda monetária circulante}} .$$

O primeiro termo representa, como discutido anteriormente, a quantidade reservada para consumo futuro. Trata-se do montante $g(t)$ poupado no instante t , valorizado pela taxa de juros r ⁵⁷ ao longo do intervalo entre t e $t+1$. Já o segundo termo representa a fração $\alpha_i(t)$ da renda monetária total posta em circulação na economia durante o processo de troca e realização das mercadorias produzidas. Podemos reescrever a dinâmica como:

$$m_i(t+1) = f_i(t) + \alpha_i(t) \sum_j c_j(t)$$

Ou ainda:

$$m_i(t+1) = (1+r)\lambda_i m_i(t) + \alpha_i(t) \mathbf{p}(t) \mathbf{Y}(y)$$

Uma vez que definimos $\sum_{i=1}^N (1-\lambda_i) m_i(t) = M(t) V(t) = \mathbf{p}(t) \cdot \mathbf{Y}(t)$. De fato, o termo $\alpha_i(t) \sum_j c_j(t) = \alpha_i(t) M(t) V(t)$ representa a fração da riqueza monetária circulante apropriada pelo agente i . Assim, ao somarmos sobre todos os agentes, para que o montante monetário redistribuído permaneça igual ao total inicialmente colocado em circulação, é necessário impor $\sum_i \alpha_i(t) = 1$. Caso contrário, o modelo implicaria criação ou destruição líquida de dinheiro durante o processo de troca.

Também podemos notar que, nessa generalização do modelo, o parâmetro $\alpha_i(t)$ passa a desempenhar um papel central na dinâmica de distribuição da riqueza, embora seja introduzido de maneira essencialmente ad hoc. De fato, $\alpha_i(t)$ regula diretamente qual fração da riqueza monetária circulante será apropriada pelo agente i após o processo de troca. Entretanto, o artigo não fornece uma fundamentação econômica clara para a determinação desse parâmetro. Assim, embora tenha importância decisiva na dinâmica distributiva do modelo, sua origem permanece essencialmente arbitrária, funcionando na prática como uma variável aleatória introduzida externamente.

Isso enfraquece parcialmente a proposta inicial do artigo de construir uma fundamentação microeconômica para os modelos de econofísica. Afinal, uma parcela signifi-

⁵⁷Que tudo indica ser constante.

cativa da dinâmica de distribuição da riqueza continua sendo determinada por coeficientes estocásticos sem interpretação econômica claramente estabelecida, fazendo com que a estrutura final do modelo permaneça muito próxima de um processo probabilístico de redistribuição monetária.

Podemos observar ainda que essa generalização não é implementada em um modelo baseado em agentes. Isso, de certa forma, também enfraquece a proposta inicial de fornecer uma fundamentação microeconômica para os modelos de econofísica. Devo ressaltar que minhas críticas mais fortes a este artigo diferem, em certa medida, das críticas que poderiam ser dirigidas a outros modelos de econofísica. Em geral, esses modelos assumem explicitamente um caráter altamente abstrato e estatístico, sem reivindicar uma representação detalhada da dinâmica econômica concreta. Nesse sentido, suas simplificações metodológicas são coerentes com os objetivos limitados que se propõem.

Entretanto, o presente artigo procura ir além dessa abordagem ao propor uma fundamentação microeconômica baseada na teoria marginalista, incorporando explicitamente elementos relacionados à produção, preços, poupança, juros e equilíbrio competitivo. Justamente por ampliar sua ambição explicativa, o modelo passa a exigir um tratamento mais consistente dessas categorias econômicas. O problema é que, embora elementos da esfera produtiva sejam introduzidos formalmente, diversos aspectos centrais da dinâmica capitalista permanecem ausentes, como lucro e acumulação de capital. A produção aparece essencialmente como um mecanismo de conversão imediata entre dinheiro e mercadorias de valor equivalente, sem um processo explícito de valorização do capital. Nesse sentido, parece metodologicamente mais consistente abstrair completamente a esfera produtiva do que incorporar apenas alguns de seus elementos de forma parcial, deixando de fora justamente os mecanismos que caracterizam o funcionamento do capitalismo enquanto sistema econômico.

Todo modelo é, em certa medida, uma simplificação da realidade; no entanto, o que caracteriza um bom modelo é justamente saber o que deve ser incorporado e o que pode ser abstraído, com base no que se pretende investigar.

Modelando a distribuição de riqueza em mercados

Esta sessão do modelo generalizado, na verdade se apoia nos resultados obtidos no artigo “Modeling wealth distribution in growing markets[12]”, por isso precisamos dar um pouco de atenção. Se escrevermos $\epsilon(t) = \alpha_i(t) \mathbf{p}(t) \mathbf{Y}(y)$:

$$m_i(t+1) = (1+r)\lambda_i m_i(t) + \epsilon(t)$$

Caso considerando que $\epsilon(t)$ seja um ruído branco⁵⁸, o artigo de Chakrabarti afirma:

⁵⁸De acordo com Rahul Patel: “Em séries temporais, o ruído branco é uma sequência de variáveis

“então foi demonstrado que esse processo produz tanto a parte do tipo função gama quanto a cauda de lei de potência”. Isso pode nos induzir a interpretar como que obtemos uma distribuição do tipo gamma para a maior parte da população e lei de potência para uma pequena parte, como podemos visualizar em dados reais. Mas não é exatamente isso que ocorre.

No artigo utilizado de referência (“Modeling wealth distribution in growing markets”), o que se afirma é que “em um mercado onde a capacidade de investimento dos agentes difere, a riqueza média dos agentes segue genericamente a lei de Pareto”. A riqueza média dos agentes é dado por $w_i = \langle x_i \rangle$ e o que temos é $P(w) \sim w^{-\gamma}$. O que podemos ler sobre uma distribuição do tipo gama, é na verdade $P(x)$ que é similar a uma distribuição gama se $\epsilon(t)$, for retirado de uma distribuição exponencial $h(\epsilon) = \exp(-\epsilon)$. Ou seja, não há uma combinação de distribuições, são distribuições diferentes e sob um caso bastante particular de ϵ .

O artigo começa denotando a riqueza do agente i no tempo t como:

$$x_i(t) = (1 - \mu_i)x_i(t-1) + \epsilon(t)$$

Onde $\epsilon(t)$ é uma variável estocástica positiva não correlacionada, e $0 \leq \mu_i \leq 1$ é uma capacidade de investimento do agente. É fácil ver que temos essencialmente o mesmo caso $r = 0$. A maior diferença é se ϵ_t é no mesmo instante de tempo que estamos analisando ou em algum instante passado. Porém, a principal característica do ruído branco é que os valores de ϵ_t em diferentes instantes de tempo não apresentam correlação temporal. Ou seja, o valor assumido em um dado instante não depende dos valores passados. Além disso, todos os ϵ_t são sorteados da mesma distribuição de probabilidade, de forma que o processo possui média e variância constantes ao longo do tempo.

No nosso caso tínhamos:

$$\epsilon(t) = \alpha_i(t) \sum_j (1 - \lambda_j) m_j(t) = \alpha_i(t) MV(t)$$

Tendo λ_j constante no tempo e ainda que $\alpha_i(t)$ seja uma variável aleatória, permanece uma dependência temporal em $m_j(t)$, o que pode introduzir correlação temporal em $\epsilon_i(t)$. Além disso, a distribuição de $\epsilon_i(t)$ não é determinada apenas pela distribuição de $\alpha_i(t)$, mas também pela dinâmica temporal de $m_j(t)$, não é evidente que preserve a mesma distribuição estatística de $\alpha_i(t)$.

Ou seja, temos efetivamente um ruído distinto para cada agente, diferentemente do aleatórias $\{\epsilon(t)\}$, que satisfaz certas propriedades estatísticas: média constante, variância constante e ausência de correlação temporal. Essas propriedades fazem do ruído branco um processo puramente aleatório, desprovido de padrões previsíveis. Um caso particular é ruído branco gaussiano $\epsilon_t \sim N(\mu, \sigma^2)$.

modelo discutido anteriormente, onde o ruído $\epsilon(t)$ era universal para todos os agentes em um mesmo instante de tempo. Para que $\epsilon_i(t)$ fosse independente do índice i , seria necessário impor $\alpha_i(t) = \alpha_j(t)$ para qualquer par de agentes i, j . Entretanto, se quisermos preservar a conservação de riqueza nas trocas, como vínhamos assumindo, devemos também exigir $\sum_i \alpha_i(t) = 1$. Essas duas condições implicam $\alpha_i(t) = \frac{1}{N}$, o que elimina a aleatoriedade do termo de ruído.

Evidentemente, poderíamos tratar $\alpha_i(t)$ como uma variável aleatória sem impor conservação estrita da riqueza. Nesse caso, porém, o modelo passa a se afastar da interpretação econômica construída até aqui, aproximando-se mais de um processo estocástico com criação ou destruição líquida de riqueza. Outra alternativa é manter o ruído individualizado por agente. Entretanto, nesse caso não podemos assumir automaticamente que os resultados obtidos em “Modeling wealth distribution in growing markets” permanecem válidos, uma vez que naquele trabalho os resultados foram obtidos sob hipóteses distintas, particularmente a existência de um ruído universal compartilhado por todos os agentes no mesmo instante de tempo.

Podemos perceber que nos encontramos, de certa forma, em um dilema conceitual. No modelo generalizado obtivemos $\epsilon_i(t) = \alpha_i(t)MV(t) = \alpha_i(t)\mathbf{p}(t)\mathbf{Y}(t)$, de forma que o termo de ruído passa a estar diretamente relacionado à produção social total valorizada monetariamente. Toda a construção realizada até aqui havia sido baseada na hipótese de equilíbrio perfeito, tanto dos preços das mercadorias quanto entre oferta e demanda. Nesse cenário, o dinheiro movimentado nas trocas correspondia exatamente à valorização monetária da produção total da sociedade, não existindo criação líquida de riqueza monetária no processo (novamente, estamos abstraindo lucros). Entretanto, ao tentar aproximar o modelo da dinâmica discutida em “Modeling wealth distribution in growing markets”, nos vemos forçados a abandonar parte dessa fundamentação.

Isso ocorre porque, no modelo do artigo, o termo de ruído é tratado como um processo estocástico exógeno, enquanto em nosso caso ele surge endogenamente da própria dinâmica econômica. Se quisermos manter simultaneamente:

1. Conservação monetária;
2. Igualdade entre valor monetário da produção e dinheiro movimentado nas trocas;
3. Ruído universal independente do agente;

Somos levados à condição $\alpha_i(t) = \frac{1}{N}$, o que elimina precisamente o caráter aleatório de m , tornando inviável a equiparação direta com o modelo estocástico do artigo. A alternativa seria abandonar a interpretação econômica estrita e tratá-lo puramente como um ruído estocástico. Nesse caso, porém, a quantidade monetária deixa de ser conservada, e perdemos também a interpretação original do agente simultaneamente como produtor e consumidor. O mercado deixa então de atuar apenas como intermediário

das trocas e passa implicitamente a possuir a capacidade de criar ou destruir riqueza monetária ao longo da dinâmica. Ou então eliminamos a distinção entre dinheiro e outras mercadorias e tratamos tudo simplesmente como mercadorias produzidas pelos agentes. Essa hipótese, entretanto, também é questionável, dado o caráter universal que distingue o dinheiro das demais mercadorias enquanto equivalente geral nas trocas. Essa distinção havia sido uma questão fundamental em toda a discussão desenvolvida até aqui.

Evidentemente, outra possibilidade seria assumir que a introdução de um ruído individualizado por agente ainda preserva qualitativamente os resultados que esperamos observar em “Modeling wealth distribution in growing markets”. Contudo, não encontramos evidências claras disso na literatura consultada, nem no artigo de apoio, nem no artigo original, cujos resultados foram obtidos sob hipóteses distintas.

Por isso decidimos testar alguns resultados obtidos no artigo auxiliar. Realizamos simulações com $N = 1000$ agentes, por 10.000 passos, coletando dados referentes aos últimos 1000 passos. Um passo é considerado quando avançamos a riqueza $m_i(t)$ de todos os agentes. Obtemos $\epsilon_i(t)$ a cada passo e para cada agente a partir de uma distribuição exponencial $h(\epsilon) = \exp(-\epsilon)$ e λ_i foram obtidos de uma distribuição uniforme e mantido fixos. Conforme pode ser visto abaixo, os resultados aparentam seguir o comportamento esperado originalmente. Isto é, a distribuição da riqueza média dos agentes $\langle m_i \rangle$ segue uma lei de potência, e a distribuição de riqueza m_i de um agente individual (acompanhamos o agente $i = 0$) parece apresentar uma distribuição tipogama.

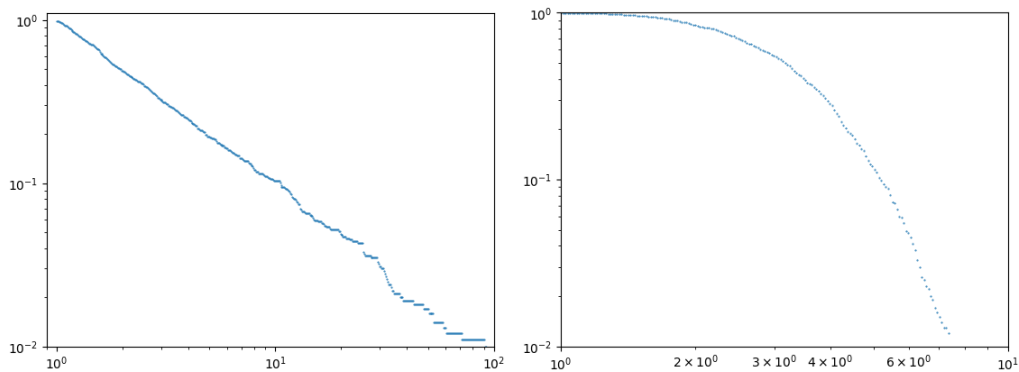
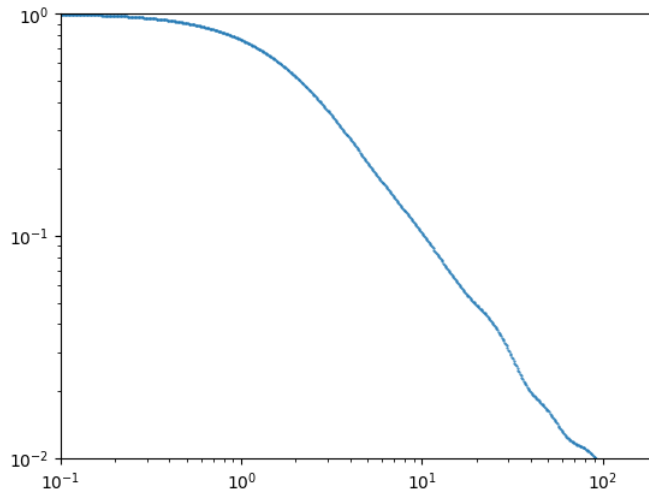


Figura 1: À esquerda temos a distribuição de $\langle m_i \rangle$ dos agentes, e a direita a distribuição $m_0(t)$ (isto é, o dinheiro do agente $i = 0$) ao longo do período observado.

Além disso, observando a distribuição agregada de riqueza do sistema, isto é, coletando a riqueza m_i de todos os agentes ao final de cada passo da dinâmica, observamos um comportamento compatível com uma distribuição tipo-Gamma no corpo da distribuição, acompanhado de uma cauda mais pesada para grandes valores de riqueza. Embora a presença de uma lei de potência não seja conclusiva, o comportamento da

cauda sugere um possível desvio em relação ao decaimento exponencial simples.



Por fim, retornando o modelo com $\epsilon(t) = \alpha_i(t) \sum_j (1 - \lambda_j) m_j(t)$ realizamos um teste simples sorteando cada λ_i de uma distribuição uniforme entre 0 e 1. Processo análogo para α_i , com o adicional que normalizamos para que $\sum \alpha_i = 1$. Dessa forma rodando uma simulação com $N = 1000$, com 10000 passos, coletamos $\epsilon_i(t)$ dos últimos 1000 passos. Considerando intervalos de tamanho $\sqrt{1000}$, aplicamos o teste de Ljung–Box para verificar a presença de autocorrelação. Os resultados indicam que, em aproximadamente 94% dos casos, não há evidências estatísticas suficientes para rejeitar a hipótese nula de ausência de correlação, uma vez que os valores de p obtidos satisfazem $p > 0.05$. Esse comportamento é compatível com o nível de significância de 5% adotado no teste, isto é, com a probabilidade de rejeição incorreta da hipótese nula previamente admitida.

Além disso, calculando a média e desvio padrão de cada um dos intervalos para um único agente $i = 10$ obtemos:

$$\frac{\sigma_{media}}{\mu_{media}} = 0.10 \quad \frac{\sigma_{desvio}}{\mu_{desvio}} = 0.09$$

Portanto, neste cenário em específico, temos um indícios que podemos aproximar $\epsilon(t)$ de fato a um ruído branco, porém nem todos os cenários foram explorados e nem testamos rigorosamente a média e a variância.

10.3 Conclusão

Os resultados obtidos ao longo deste trabalho permitem algumas conclusões importantes, ainda que nem todos os cenários possíveis tenham sido explorados. A discussão desenvolvida mostra certas dificuldades conceituais presentes nas tentativas de fundamentar modelos de econofísica a partir de hipóteses marginalistas, especialmente

quando se procura incorporar elementos relacionados à produção, poupança, juros e circulação monetária sem introduzir mecanismos mais centrais da dinâmica capitalista, como lucro, acumulação de capital, concorrência efetiva ou a propriedade privada dos meios de produção. Nessas condições, a produção passa a funcionar essencialmente como um mecanismo formal de conversão entre dinheiro e mercadorias, permanecendo ausentes justamente os elementos que caracterizam a dinâmica do capitalismo enquanto sistema econômico. A introdução da esfera produtiva acaba então limitada a uma formalização parcial e insuficiente.

No primeiro modelo analisado, observamos que a introdução de funções utilidade do tipo Cobb-Douglas e mecanismos de otimização sob restrições orçamentárias conduz, após sucessivas simplificações, aos modelos cinéticos clássicos de troca monetária. O que ocorre, portanto, é menos uma eliminação da aleatoriedade do modelo e mais um deslocamento de sua origem formal. A aleatoriedade deixa de aparecer explicitamente como decorrente direta da transferência de riqueza e passa a ser localizada nas próprias preferências dos agentes, preferências essas cujos parâmetros passam a variar aleatoriamente a cada interação. Entretanto, após sucessivas reformulações microeconômicas, a dinâmica efetiva do sistema continua sendo essencialmente determinada por variáveis estocásticas de redistribuição monetária e, matematicamente, a aleatoriedade reaparece regulando diretamente a transferência de riqueza entre os agentes. Assim sendo mais do que uma abordagem marginalista da econofísica, o que temos é utilização de algumas formulações matemáticas para reescrever a aleatoriedade da transferência de riqueza como uma aleatoriedade no interesse do agente i no que o agente j tem a oferecer na troca.

Já no modelo generalizado, precisamos chamar a atenção para um processo semelhante. Apesar de partirmos novamente de funções utilidade do tipo Cobb-Douglas e mecanismos de otimização e considerações econômicas (omitindo novamente elementos centrais) de equilíbrio perfeito, em um dado momento a fração $\alpha_i(t)$ da produção social total apropriada por cada agente é assumida ser arbitrária. Isso reconduz novamente a uma dinâmica de redistribuição de riqueza que tem como mecanismo principal a aleatoriedade. Se o objetivo do modelo é fundamentar a distribuição de riqueza a partir de uma abordagem marginalista, então a fração da produção social apropriada por cada agente não pode permanecer como um coeficiente essencialmente arbitrário.

Observamos então uma tensão metodológica importante: embora os modelos partam inicialmente de hipóteses econômicas relativamente estruturadas, uma parcela crescente da dinâmica passa progressivamente a ser determinada pelas propriedades estatísticas das variáveis aleatórias introduzidas. Em última instância, aspectos centrais da dinâmica econômica são ignorados desde o começo ou acabam substituídos por processos estocásticos sem uma devida justificção.

Isso não implica que os modelos de econofísica sejam inúteis ou incorretos. Pelo

contrário, os resultados obtidos mostram que tais modelos são capazes de reproduzir qualitativamente distribuições de riqueza compatíveis com diversos padrões observados empiricamente, incluindo distribuições tipo-Gamma e caudas pesadas compatíveis com leis de potência em determinados regimes. Entretanto, os resultados sugerem que o corpo teórico mais adequado para fundamentar e interpretar esses modelos talvez esteja fora da abordagem marginalista.

A abordagem marxista, por exemplo, ao considerar que o elemento central do capitalismo reside nas relações sociais de produção, e não apenas em aspectos técnicos da circulação ou da troca, talvez apresente maior compatibilidade com modelos altamente abstratos de redistribuição monetária. Mesmo quando introduzido uma abordagem probabilística da economia, os autores buscam justificá-las.

Nesse sentido, pode ser metodologicamente mais consistente abstrair completamente a esfera produtiva do que introduzir parcialmente seus elementos deixando de fora precisamente os mecanismos centrais da dinâmica de acumulação capitalista.

Assim, a principal limitação identificada neste trabalho não parece residir nos métodos estocásticos utilizados pela econofísica em si, mas na tentativa de conciliá-los com uma fundamentação microeconômica marginalista baseada em hipóteses de equilíbrio perfeito, agentes estruturalmente simétricos e ausência de mecanismos centrais da dinâmica capitalista.

11 Padrões universais na distribuição de renda

EM DESENVOLVIMENTO

Vamos utilizar a aproximação de “duas classes” da econofísica (chamado de EPTC, do inglês “*EconoPhysics Two Class*”), a ideia é demonstrar que a renda de salário segue uma distribuição exponencial (aproximadamente 97% da população) e as rendas de propriedade seguem a uma distribuição de pareto.

A ideia é demonstrar que a renda percapita de vários subgrupos da população é proporcional ao produto de duas variáveis:

- PIB per capita
- O inverso do Gini, isto é, se G é Gini, então $1 - G$.
- Uma constante de proporcionalidade.

Neste artigo também os 80% mais pobres são chamados de VMI (*Vast Majority Income*, ou em tradução livre, Maior Parte da Renda). Vamos denotar a população e renda da i –ésima fração como X_i e Y_i , então para a população total temos:

$$X = \sum_i^n X_i, \quad Y = \sum_i^n Y_i$$

A renda per capita então é apenas $\bar{y} = Y/X$. E os valores cumulativos são:

$$X(x) = \sum_{i=1}^x X_i, \quad Y(x) = \sum_{i=1}^x Y_i, \quad \bar{y}(x) = \frac{Y(x)}{X(x)}$$

Por analogia podemos interpretar também que a média nacional total é $\bar{y} = Y/X$. Já a proporção acumulada é apenas:

$$x = \sum_{i=1}^x \frac{X_i}{X} = \frac{X(x)}{X}, \quad y(x) = \sum_{i=1}^x \frac{Y_i}{Y} = \frac{Y(x)}{Y}$$

Então a razão entre renda per capita da base em relação a renda média nacional é igual a razão entre a proporção renda acumulada da desta base e a correspondente fração da população total. Isto é:

$$\begin{aligned} IR(x) &= \frac{\bar{y}(x)}{\bar{y}} \\ &= \frac{\frac{Y(x)}{X(x)}}{\frac{Y}{X}} \\ &= \frac{Y(x)}{Y} \frac{X}{X(x)} \\ &= y(x) \frac{1}{x} \end{aligned}$$

Ou simplesmente:

$$IR(x) = \frac{y(x)}{x}$$

Então isto também serve como uma medida da desigualdade, porém difere de um coeficiente de Gini que captura a curva de Lorenz como um todo, aqui capturamos um único ponto.

Agora vamos considerar a curva de Lorenz como uma combinação de duas distribuições. Vamos definir:

- $y'(x) \rightarrow$ é a fração na renda acumulada que vem da seção exponencial da curva de Lorenz;
- $G' \rightarrow$ é o coeficiente de Gini desta mesma parte.

- $f \rightarrow$ é a proporção da renda total na seção de Pareto, ou seja, a fração da renda total é que de propriedade
 - Uma aproximação na forma de função degrau $\theta(x - 1)$.
 - $\theta = 0$ para $x < 1$, isto é, na seção exponencial
 - $\theta = 1$ para $x = 1$.

Então a curva de Lorenz é:

$$y(x) = y'(x)(1 - f) + \theta(x - 1)$$

Ou seja, estamos assumindo que 99% da população está na seção exponencial e 1% na seção de lei de potências (pareto). Para $x < 1$ temos apenas:

$$y(x) = y'(x)g$$

onde $g = 1 - f$ é a proporção da renda total na seção exponencial. Como $0 \leq y'(x) \leq 1$ então multiplicar por g reescala para a quantidade correta. E evidentemente teremos $y'(1) = 1$, isto é, para quando consideramos a população total que tem a renda na seção exponencial $x \approx 1$ teremos a fração total da renda que essa porção da população acumula g .

Agora então para $x = 1$:

$$y(x) = g + 1 = 2 - f$$

Por isso, acredito o ideal seria escrever $y(x) = y'(x)(1 - f) + f\theta(x - 1)$. Como $\theta(x < 1) = 0$ nada é alterado nesta situação, mas para $x = 1$, ficamos com $y(x) = 1 - f + f = 1$.

O Gini é escrito como:

$$1 - G = (1 - G')(1 - f) \tag{2}$$

Ou:

$$G = -(1 - G')(1 - f) \tag{3}$$

$$= 1 - (1 - f - G' + G'f) \tag{4}$$

$$= G' + f(1 - G') \tag{5}$$

Para entender isso devemos lembrar que Gini geometricamente é $G = \frac{A}{A+B}$, onde A é a área entre a reta de perfeita igualdade e a curva de Lorenz, enquanto B é a área sob a curva de Lorenz.

Se normalizarmos y e x , a área abaixo da reta de igualdade é $A + B = \frac{1}{2}$ então $G = 2A$, ou como $2A = 1 - 2B$ então $G = 1 - 2B$. Ainda podemos reescrever de forma mais simples como $\frac{1-G}{2} = B$. Mas como B é a área abaixo da curva de Lorenz, podemos obter o resultado integrando a curva de Lorenz entre 0 e 1. Assim:

$$\frac{1-G}{2} = \int_0^1 y(x) dx$$

Ou então:

$$G = 1 - 2 \int_0^1 y(x) dx$$

Usando $y(x) = y'(x)(1-f) + f\theta(x-1)$. Então:

$$\begin{aligned} G &= 1 - 2 \int_0^1 y(x) dx \\ &= 1 - 2 \int_0^1 [y'(x)(1-f) + f\theta(x-1)] dx \\ &= \left(1 - 2(1-f) \int_0^1 y'(x) dx\right) - 2f \int_0^1 \theta(x-1) dx \\ &= \left(1 - 2(1-f) \left(\frac{1-G'}{2}\right)\right) - 2f \int_0^1 \theta(x-1) dx \\ &= (1 - (1-G' - f + fG')) - 2f \int_0^1 \theta(x-1) dx \\ &= (G' + f(1-G')) - 2f \int_0^1 \theta(x-1) dx \end{aligned}$$

Fazendo ainda uma troca de variável $u = x - 1$, então $du = dx$, e trocando os limites de $u = 0 - 1 = -1$ até $u = 1 - 1 = 0$, temos então $\int_{-1}^0 \theta(u) du$. A função degrau é por convenção definida como:

$$\theta(x) := \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Que é exatamente o nosso caso agora. E a sua integral indefinida (ou anti-derivada) é:

$$\int_{-\infty}^x \theta(u) du = x\theta(x) = \max\{0, x\}$$

Como $\theta(u)$ é 0 durante todo intervalo $[-\infty, -1)$, podemos escrever:

$$\int_{-1}^0 \theta(u) du = \int_{-\infty}^0 \theta(u) du = \max\{0, 0\} = 0$$

Ou pra ser amis preciso, podemos ainda escrever:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^0 \theta(u) du &= \int_{-\infty}^{-1} \theta(u) du + \int_{-1}^0 \theta(u) du \\ \int_{-\infty}^0 \theta(u) du - \int_{-\infty}^{-1} \theta(u) du &= \int_{-1}^0 \theta(u) du \\ \max\{0, 0\} - \max\{0, -1\} &= \int_{-1}^0 \theta(u) du \\ 0 &= \int_{-1}^0 \theta(u) du \end{aligned}$$

Ficamos então apenas com:

$$G = G' + f(1 - G') \tag{6}$$

Podemos reparar que podemos pensar também em uma integral entre $[0, 1)$ e outra em $“(1, 1]”$, ou seja, na verdade sob o ponto $x = 1$. Então:

$$\lim_{a \rightarrow 1} \int_0^a [y'(x)(1 - f) + f\theta(x - 1)] dx = \lim_{a \rightarrow 1} \int_0^a [y'(x)(1 - f)] dx$$

Onde $\theta(x - 1) = 0$ pois $x < 1$. Neste caso aproximamos $1 - G' = 2 \lim_{a \rightarrow 1} \int_0^a y'(x) dx$. Restando apenas a segunda parte da derivada: $\lim_{a \rightarrow 1} \int_a^1 f(x) dx$. Considerando que $f(x)$ seja contínuo (e esperamos que a curva de Lorenz seja), então $\lim_{a \rightarrow 1} \int_a^1 f(x) dx = 0$.

<https://sci-hub.box/10.1111/meca.12412>

<https://iopscience.iop.org/article/10.1209/epl/i2004-10330-3/pdf>

12 Inequality in a model of capitalist economy

12.1 Introduction

The search of a first-principle model capable of elucidating the emergence and robustness of Pareto’s law [100] is a central challenge in the field of Econophysics. Actually, as originally reported by Pareto, income and wealth real-world present two regimes:

the upper tail follows a power-law (Pareto’s law), while the lower values display exponential behavior [45, 138]. Such first-principle model would provide a fundamental understanding of the mechanisms governing these properties, transcending mere empirical observations to reveal the possible underlying principles that drive economic inequality and its evolution over time. In this regard, agent-based models [30], particularly kinetic exchange models [7], allow for the simulation of transactions among agents —such as individuals, firms, or other economic entities— that drive economic dynamics and help identify the underlying processes shaping these systems. This approach has paved the way for numerous efforts over the past few decades to explain a variety of phenomena, particularly the unequal distribution of wealth (see, for instance, [17, 6, 29, 44, 22] and [139, 30, 28] for reviews). It is well known that unbiased random exchanges result in a condensed phase populated by the poorest agents [17, 25]. To prevent such condensation and generate realistic distributions, extra mechanisms or regulatory controls have been introduced. These mechanisms can include the introduction of specific tax structures [76, 24, 43] or other wealth constraints, which, while effective in shaping outcomes, can make the results less purely emergent and more dependent on externally imposed rules. Let us give some examples. In random asset exchange models, the introduction of savings can mitigate condensation [29], stabilizing the wealth distribution with a most probable value away from zero. The two-regime wealth/income distributions can be reproduced by the introduction of disorder in saving propensity [31], and also by wealth-based advantage mechanisms [24, 125]. When networks are considered instead of the more common mean-field setup (where all agents are potentially connected), topology can influence the wealth distribution [70]. Moreover, the power-law exponent can be altered by diverse factors, for instance by the distribution of saving propensities [8], or by network position exchanges [6]. In the present paper, using agent based simulations, we investigate a model that, simultaneously gives rise to two key phenomena: the emergence of the dual-regime structure in wealth and income distributions, alongside the development of a two-class society.

In his seminal work “The Social Architecture of Capitalism” [133], Ian Wright explores the intricate dynamics that results in the self-organization of a capitalist society with a given distribution of wealth among its members. Using an agent-based model known as Social Architecture (SA) model, Wright provides a theoretical framework aiming to explain the ubiquitous presence of Pareto’s law, which reflects that a small percentage of a population controls a large portion of a particular resource such as wealth or income. Wright’s work offers insights into how individual interactions and institutional structures collectively shape economic distributions. The model effectively reproduces the so called, “80/20 rule”⁵⁹, but, most notably, it naturally generates

⁵⁹The 80/20 rule derives its name from Pareto’s observation of the Italian economy, where he found that roughly 20% of the population owned \sim 80% of the resources. The term is used generically,

the two-pattern shape of the wealth or income distributions (exponential-like, for low wealth/income, power-law for high wealth/income).

Wright compares his results with real data, demonstrating that the model captures a significant portion of the dynamics of the capitalist system. In addition to the two regimes of wealth and income distributions, the model can reproduce the statistics of other economic indicators, such as firm size (power law), firm size growth rate (double exponential), firm demises per month (log-normal), and recession duration (exponential). These patterns emerge naturally and robustly from the simple set of rules that define the model. Hence, the SA model lays the foundation for exploring various economic phenomena, starting from microscopic (or agent-based) dynamics controlled by a few parameters. Several follow-up studies have been published [37, 135, 72, 68, 126, 64], but the SA model itself has not been thoroughly analyzed.

Our present goal is to investigate aspects related to inequality in income and wealth distributions using the SA model. We aim to conduct a comprehensive examination of the role played by the model parameters as well as certain details of Wright's original model. Specifically, we seek to answer the following questions: How do the distributions of income and wealth across different classes depend on parameters such as system size, total wealth, and average wage? How robust are these results? Are they universal and, if so, to what extent? Or are they sensitive to key parameters, and if so, to what degree?

By analyzing the social and economic structures that contribute to income disparities and wealth concentration in capitalist societies, we aim to identify the key parameters and dynamic rules that give rise to Pareto-like distributions and other significant economic measurements. Ultimately, this paper seeks to contribute to a broader understanding of inequality and concentration phenomena in socio-economic systems.

12.2 Model

The model implemented in this paper is the original SA proposed by Ian Wright [133]. However, we have chosen a slightly different notation and terminology to align with those commonly used in econophysics and agent-based modeling. The society consists of N agents (which are labeled $i = 1, \dots, N$ and are not necessarily individuals, but can represent other economic entities), where each agent i has a positive integer quantity $w_i(t)$ representing wealth, which varies over time. Here wealth is defined as an amount of money, assets or goods that can be eventually transformed into money, owned by

although the ratio $f : (1 - f)$ may vary across different countries and societies, reflecting a broader pattern in which a small proportion of inputs or entities accounts for a large share of outcomes or resources [18, 17].

each person in a population. Although this quantity does not need to be an integer, we follow the original proposal, as this distinction is not critical to our analysis. The size of the population, N , and the total wealth of the system, $W = \sum_{i=1}^N w_i(t)$, are conserved, so the wealth per capita $\bar{w} = W/N$ is constant. Agents can be in one of three classes: employees (working class), employers (capitalist class), or unemployed. Then, each agent is characterized by an index $e_i \neq i$, which identifies their employer: $e_i = j$ if agent j is the employer of agent i , and $e_i = 0$ if agent i is unemployed or employer. Therefore, at any time t , the state of the entire economy is defined by the set of pairs $S(t) = \{(w_i(t), e_i(t)) : 1 \leq i \leq N\}$. A firm consists of a set of employees and an employer, which is the only owner of the firm.

The model has four parameters: system size N , wealth per capita \bar{w} , and the minimum (p_a) and maximum (p_b) wages employees can receive. Unless stated otherwise, all random selections (agents, wealth aliquots, wages, etc.) are uniform.

Besides agents (employees and employers), the model includes a market value V , representing goods and services produced by firms. V grows with consumer expenditures and decreases with firm revenues. Firms compete for a share of this pool rather than receiving direct payments.

In the initial state, all agents have the same wealth ($w_i(0) = W/N$) and are all unemployed ($e_i(0) = 0$). At each time step (which we set to be a month as in the original paper), the following six steps are executed N times, to give each agent the opportunity to be active once per month on average.

1. **Agent selection** – An agent i is randomly selected. Then, the following rules are applied, being 3, 4 and 6 related to wealth exchanges, while rules 2 and 5 are related to changes of status.
2. **Hiring** – Only if i is unemployed, then:
 - (a) A potential employer j is selected from the set H of all agents except the employees, with probability $P(j) = w_j / \sum_{n \in H} w_n$.
 - (b) If $w_j \geq \bar{p}$ (average wage, or salary, from the distribution of wages), then: the agent i is hired by j . If j was unemployed, it becomes hence an employer.
3. **Expenditure** (on goods and services) – A random integer w in the range $[0, w_k]$ is selected for a random agent $k \neq i$. This amount, representing the agent's expenditure, is subtracted from their wealth and added to the market value, so:

$$\begin{aligned} w_k &\rightarrow w_k - w, \\ V &\rightarrow V + w. \end{aligned}$$

4. **Market revenue** (from sales of goods and services) – Only if i is not unemployed, a random integer $w \in [0, V]$ is transferred from the market value to the agent i :

$$V \rightarrow V - w,$$

In all cases, w counts as revenue for the firm owner, either if i is the owner itself or if i is an employee (in which case e_i is the owner).

5. **Firing** – Only if i is an employer, then:

- (a) The number m of employees to be fired is defined according to the formula $m = \max(n_i - \frac{w_i}{p}, 0)$, where n_i is the number of agents employed by agent i .
- (b) A number m of agents from the list of i 's employees are randomly selected to be fired.
- (c) Furthermore, if all workers are fired, then the employer i becomes unemployed.

6. **Wage payment** – Apply only when agent i is an employer. For each agent j employed by i , the following transfer occurs

$$\begin{aligned} w_i &\rightarrow w_i - p, \\ w_j &\rightarrow w_j + p, \end{aligned}$$

where p is a discrete amount randomly selected from the interval $[p_a, p_b]$, but if $p > w_i$, then a new wage p is selected from the interval $[0, w_i]$.

The update is asynchronous, that is, the system state is updated each time each rule is applied. At the end of N iterations of these six rules, t is incremented by one unit (i.e., one month). Unless otherwise stated, the values of the parameters used in the simulations of the model are: system size $N = 1000$ agents, wealth per capita $\bar{w} = 100$, salary range $[p_a, p_b] = [10, 90]$. Typically, the maximum simulation time is $t_{max} = 1000$ years, and the values of all state variables are recorded at the end of each year. For statistical calculations, data were recorded after reaching a steady state, discarding a short transient period.

12.3 Preliminary analysis

The distribution of the population among the three classes of agents, along with the wealth distribution within each group, which emerges from the dynamics of the model,

is displayed in Fig. 2. We observe a significant concentration of wealth within the capitalist class; however, it does not exhibit the typical pattern of wealth inequality—where most agents have no wealth—commonly found in binary exchange models from the existing literature when there is no intervention (such as taxes or assistance programs) [95, 18, 26, 76].

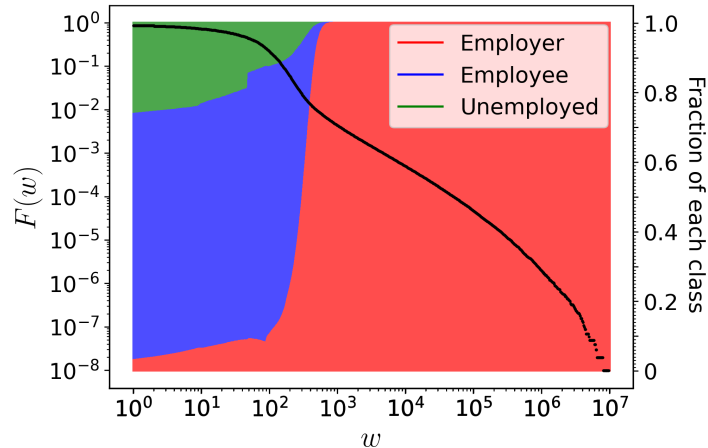


Figure 2: Complementary cumulative wealth distribution (black symbols) $F(w)$ and fraction of the population in each class (color plot) vs. wealth w . Result for $N \simeq 10^5$, $\bar{w} = 100$ and wage range $[10, 90]$. Data accumulated over 1000 years, recorded at the end of each year for each agent.

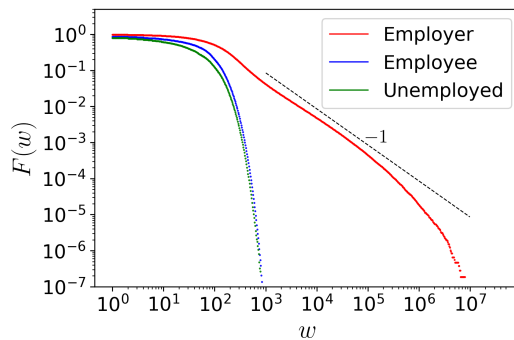


Figure 3: Complementary cumulative distributions of the wealth per capita within each class. We used $N = 102400$, $\bar{w} = 100$, and salary range $[10, 90]$. The segment with slope -1, which represents an upper bound, is drawn for comparison. Data of a single realization were accumulated over 1000 years.

The separate distributions of wealth per capita within is class is shown in Fig. 3, exhibiting a long tail for the capitalist class, with workers and unemployed present an abrupt cut-off. This decomposition helps to understand the origins of the two regimes observed in the global distribution of wealth, as shown in Fig. 2.

In the following sections we will take a closer look on this impact of system size and wealth per capita on the economy dynamics. We will also see that a key parameter of

the model is $R \equiv \bar{w}/\bar{p}$. In fact, first note that, according to the rules, the dynamics will not be impacted if wealth is scaled by an arbitrary quantity, for example, by \bar{p} , which only alters the monetary unit. Typically, we will use $\bar{w} = 100$ and $\bar{p} = 50$, unless indicated differently. Given the chosen initial state, where agents start as unemployed with the same wealth \bar{w} , then, $R \geq 1$ is necessary to comply with $w_j \geq \bar{p}$ (rule 2(b)), to start hiring, and to prevent the system from becoming trapped in its initial state.

The remainder of the paper is organized as follows: In Sec. 12.4, we investigate the wealth distribution in more detail, focusing systematically on the effects of system size N , wealth per capita \bar{w} and wage interval. In Sec. 12.5, we conduct a similar analysis for the income distribution. Finally, in Sec. 13.4, we present a discussion and the main conclusions.

12.4 Wealth distribution

In this section, we analyze the wealth distribution by varying key model parameters: system size, total wealth, and average wage.

12.4.1 Influence of system size N

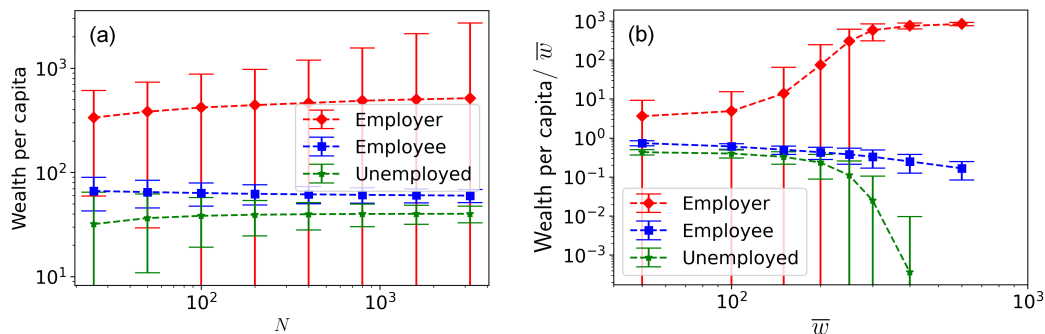


Figure 4: Wealth per capita within each class vs (a) N , for $\bar{w} = 100$, and (b) \bar{w} , for $N = 1000$ (b). For each abscissa value, we plot the average (symbols) and standard deviation (bars) computed over 100 realizations of 1000 years. In all cases, the wage range is $[10,90]$. The missing points for unemployed in (b) is due to the disappearance of this class. The dashed lines are a guide to the eye.

Examining the square root of the variance of the wealth distribution (shown by error bars in Fig. 4), we find that it decreases with N for employed and unemployed agents, indicating increased homogeneity within these groups. Conversely, the variance among capitalists rises with N , likely due to the extended asymptotic tail seen in Fig. 3, which suggests a divergent second moment in the limit $N \rightarrow \infty$. As N increases keeping \bar{w} constant (thus raising total wealth W), the range of capitalist wealth broadens, resulting in greater heterogeneity and an increased likelihood of encountering extremely

wealthy agents, as illustrated in Fig. 5(a). Notice the change in the asymptotic behavior of $F(w)$ as N increases, where the tail decays more slowly, approaching the law $F(w) \sim 1/w$, indicating a greater concentration of large fortunes within an oligarchic group. This trend is reflected in the Gini index (or Gini coefficient), which increases gradually with N and tends to saturation, as shown in the inset of Fig. 5(b). The same trend is reflected in the Kolkata index [10] also shown in the inset.

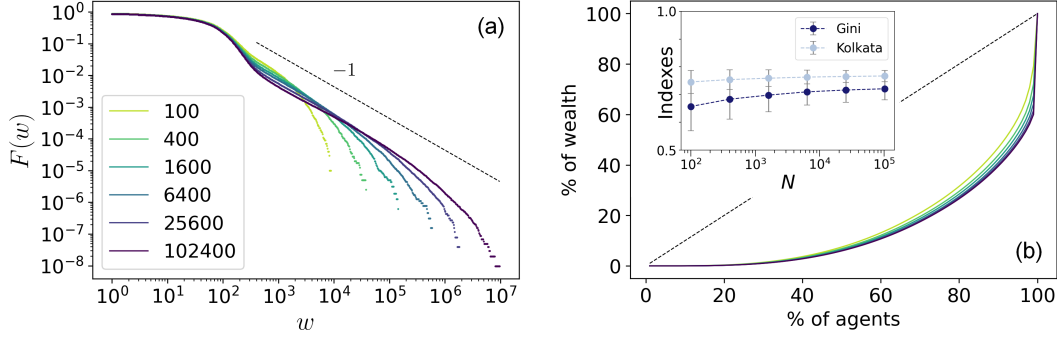


Figure 5: (a) Complementary cumulative wealth distribution of the full population, $F(w)$, and (b) corresponding Lorenz curves, for different system sizes N indicated in the legend, with $\bar{w} = 100$ and wage range $[10, 90]$. In (a), the line with slope -1 is drawn for comparison. In (b), the inset shows the average annual (over 1000 years) Gini and Kolkata indexes vs N . In the current and subsequent figures, each distribution was built with values recorded at the end of each year, accumulated over the years of a single realization. For the inequality indices, we present the average of the annual values (symbols) and their standard deviation (represented by bars).

12.4.2 Influence of the wealth per capita \bar{w}

Figure 4(b) shows how the distribution of wealth across the different classes (scaled by \bar{w}) is affected when changing the wealth per capita \bar{w} . The increase of \bar{w} has a strong effect on the distribution of wealth, notably enhancing the relative wealth of the capitalists while reducing the relative wealth in the working and unemployed classes.

Upon closer examination of the cumulative distribution in Fig. 6(a), it is clear that the tail decays more slowly as \bar{w} increases. Recalling that this second regime is associated with the capitalist class, according to Figs. 2 and 3, the observed flattening implies that capitalist wealth tends to concentrate in a more exclusive oligarchy with the higher \bar{w} . In other words, the probability of finding agents with very high wealth increases. This is an expected effect, also captured by the Lorenz curves in Fig. 6(b), showing that an increase in total wealth leads to a noticeable increase of the Gini index, i.e., the inequality increases. This illustrates the common mistake of using a high gross domestic product as an indicator of progress and equality of opportunities!

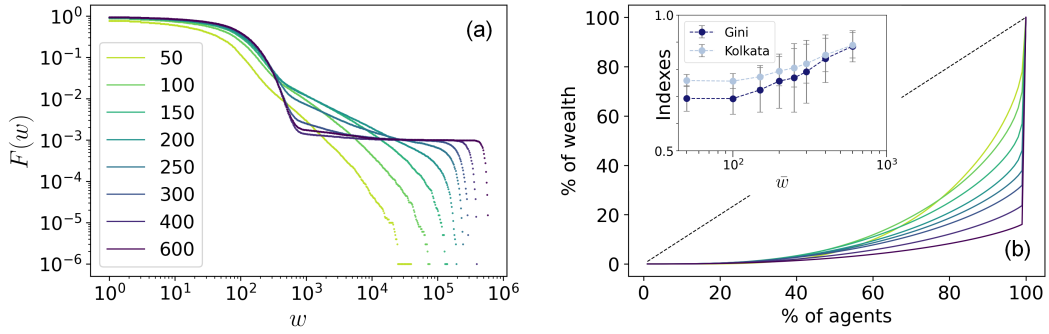


Figure 6: (a) Complementary cumulative wealth distribution of the full population, $F(w)$, and (b) corresponding Lorenz curves, for different levels of the wealth per capita \bar{w} , indicated in the legend. The population size is $N = 1000$ and the wage range $[10, 90]$. In (b), the inset shows the average annual Gini and Kolkata indexes vs \bar{w} .

For sufficiently large values of \bar{w} , (e.g., for $\bar{w} \gtrsim 300$ in the figure), there is a drastic change in the profile of $F(w)$, where the second regime flattens. This indicates the appearance of a very wealthy class, separated by a gap in the wealth distribution. Moreover, let us remark that, in the extreme of $R \equiv \bar{w}/\bar{p} \gg 1$, the system can freeze with the condensation of the workforce in an oligarchy that concentrates most part of the wealth of the system and their firms cannot bankrupt, which is what happens in the case of the largest value of \bar{w} plotted.

12.4.3 Influence of the wage interval

We analyze various wage ranges, $[p_a, p_b]$, where salaries are uniformly distributed, and explore their impact on the distribution of wealth. By varying the wage intervals while keeping the mean value \bar{p} fixed, we found that the results remain notably invariant to the wage range, as shown in Fig. 7(a). This is in agreement with the results for uniform distributions reported in Ref. [77]. The same holds for bimodal distributions, as illustrated in the figure for $p = 10$ and 90 , with probability $1/2$. We also explored non-uniform salary distributions, finding again no significant differences. Consequently, a significant conclusion not addressed in the original model is that the effect of wages is determined by their mean value \bar{p} . Furthermore, the same results are consistently observed for the same ratio $R = \bar{w}/\bar{p}$. Thus, decreasing \bar{p} exerts an identical effect as increasing \bar{w} , both enhancing inequality.

12.5 Income distribution

In this section, we focus on the distribution of incomes (earnings), applying a similar analysis as for the wealth distribution. The results for income reveal trends similar to those for wealth in relation to inequality. Let us remark that firm owners (capitalists)

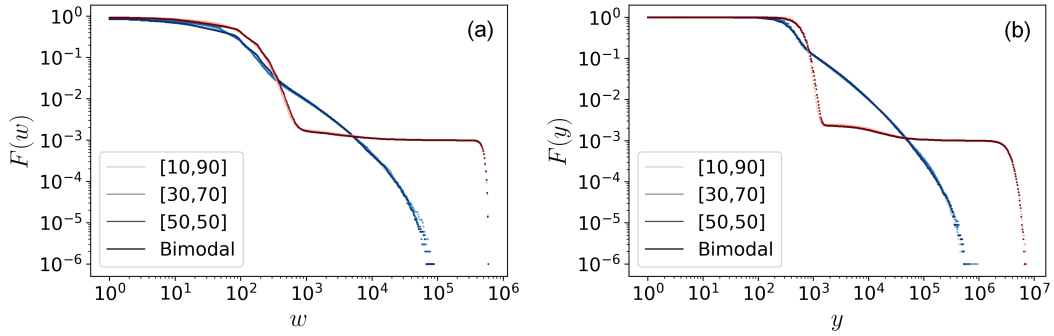


Figure 7: Complementary cumulative distributions of (a) wealth, $F(w)$, and (b) income, $F(y)$, for different wage ranges $[p_a, p_b]$ indicated in the legend. The bimodal case corresponds to $p = 10$ or $p = 90$, with equal probability $1/2$. $\bar{w} = 100$ (blue), 600 (red), and $N = 10^3$. Note that, in all cases, $\bar{p} = 50$.

collect revenues, while workers receive salaries (wages), and both are computed as incomes.

We consider income to be the sum of all remunerations received by the agent over a one-year period. A worker receives a wage (rule 6), while a capitalist receives a revenue, directly or through its employees (rule 4). Additionally, if an agent changes status within a year, they can receive both types of income: wages and revenues.

The separate distributions of worker's wages and of firms' revenues are shown in Fig. 8, exhibiting a long tail for revenues. A qualitatively similar result has been previously reported by L. Lin [77], although for other parameter values. Therefore, the distributions of total income, Fig. 9 (as a function of system size) and Fig. 10 (as a function of wealth per capita), both present two regimes that can be associated to each source of income. We have shown a similar decomposition before, when discussing wealth, as illustrated in Fig. 3.

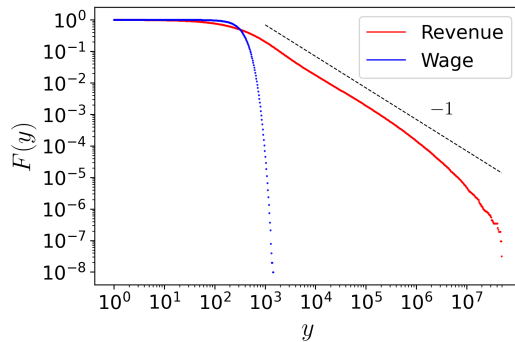


Figure 8: Annual income cumulative distribution due to workers' wages and the revenue of firms. We used $N = 102400$, $\bar{w} = 100$, and salary range $[10, 90]$. The segment with slope -1 is drawn for comparison.

12.5.1 Influence of the system size N

In Fig. 9 we show the impact of the size of the system on the distribution of wealth. In panel (a), we can see how the two-regime distribution evolves as we increase the number of agents, with a Pareto regime similar to that of the wealth distribution. In the inset of panel (b), we observe a slow increase of the inequality with N , as measured by the Gini and Kolkata indexes, similarly to the behavior of wealth distribution with N .

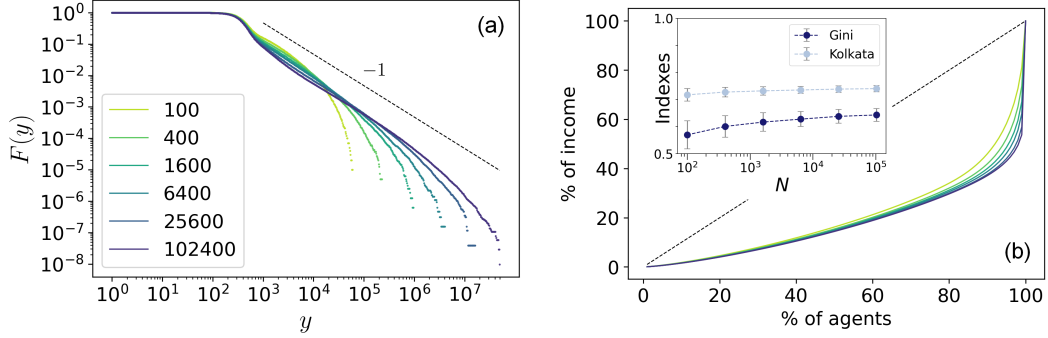


Figure 9: (a) Annual income complementary cumulative distribution $F(y)$ of the full population and (b) corresponding Lorenz curves, for different system sizes N indicated in the legend, with $\bar{w} = 100$ and wage range $[10, 90]$. In (a), the line with slope -1 is drawn for comparison. In (b), the inset shows the average annual Gini and Kolkata indexes vs N .

12.5.2 Influence of the wealth per capita \bar{w}

Fig. 10 shows how the system responds when we increase the wealth per capita. Similarly to the behavior found in the previous section for the wealth distribution, a strong increase of income inequality also occurs, as measured by the Gini and Kolkata indexes, shown in the inset of panel (b), which originates from the cumulative wealth distribution and Lorenz curves displayed in Figs. 10 (a) and (b), respectively.

12.5.3 Influence of wage interval

Regarding the wage interval, we confirm here the same behavior observed in wealth distributions, which depends only on the average wage \bar{p} , as shown in Fig. 7(b). Therefore, increasing \bar{p} produces a rapid decay of income inequality.

12.6 Final remarks and perspectives

We have conducted a detailed study of the so-called Social Architecture (SA) model, introduced by Wright in 2005 [133]. The model is based on a few simple rules that gov-

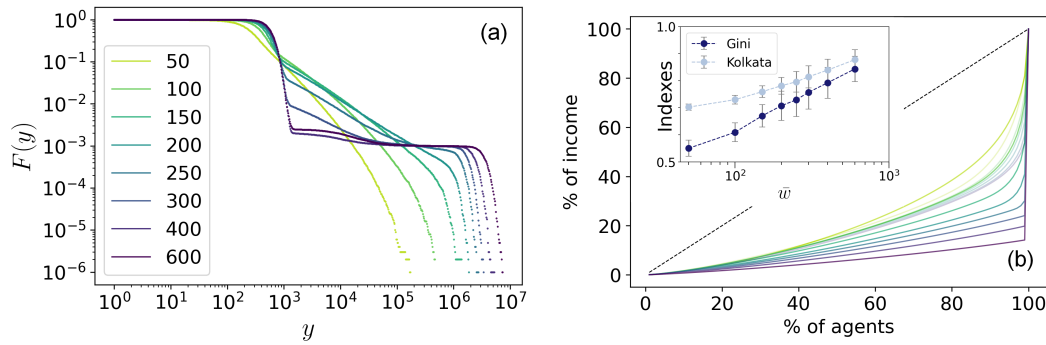


Figure 10: (a) Annual income complementary cumulative distribution $F(y)$ of the full population $F(y)$, and (b) corresponding Lorenz curves, for different values of the wealth per capita. Annual Gini and Kolkata indexes vs. \bar{w} is in the inset. The system size is $N = 1000$ and the wage range is $[10,90]$.

ern status changes and wealth exchanges. The former occur through hiring and firing, while wealth exchange happens in two ways: directly, as employers pay salaries, and indirectly, as (all) agents contribute to a common fund from which employers retrieve their profits. In contrast to most models in the literature discussed in Sec. 13.1, starting from initial conditions in which agents are in equal economic and social positions, the the SA model system self-organizes into two classes with a wealth distribution characterized by the two-regime real-world shape.

Wright presented the model with four parameters: system size N , wealth per capita \bar{w} , and the lower/upper limits of the salary range, p_a and p_b . Regarding system size, we have shown that for sufficiently large N , the average values of wealth and income within each class become independent of N , although long-tails develop with increasing N for the capitalist class. Moreover, the same qualitative results are observed even for systems as small as $N = 100$. In terms of the salary range, the results are sensitive only to the average value $\bar{p} = (p_a + p_b)/2$. Moreover, since the quantities appearing in the governing rules can be scaled —indicating a choice of monetary unit without altering the dynamics— we arrive to the conclusion that the only remaining relevant parameter is the ratio $R = \bar{w}/\bar{p}$. On the one hand, $R \geq 1$ is required for the dynamics to evolve from the initial state, as agents would otherwise not have enough wealth to hire employees on average. Furthermore, if R is too large, it leads to an anomalous concentration of wealth and a freezing of the dynamics. Remarkably, within the regime $R \geq 1$, this single parameter model yields a two-regime distribution of wealth and income: Boltzmann-Gibbs-like for low values and Pareto-like at the tails.

To quantify the inequality in wealth and income distributions, we utilized both the Gini and the Kolkata indexes [10]. Their dependence on the system size N and on the average wealth \bar{w} , shown in the insets of Figs. 5b, 6b, 9b and 10b, display similar trends,

as expected. According to the model’s predictions, we have seen that increasing total wealth in the system, while keeping wages fixed, does not alleviate inequality. On the contrary, it amplifies wealth concentration within the capitalist class and reduces the average wealth of employees, thereby increasing inequality, as evidenced by the wealth distribution and the inequality indexes. Similar effects are observed with respect to income. These results align with the argument that unregulated capitalism drives increasing inequality [102]. Since R is the relevant parameter, increasing the average wage has the same effect as decreasing total wealth.

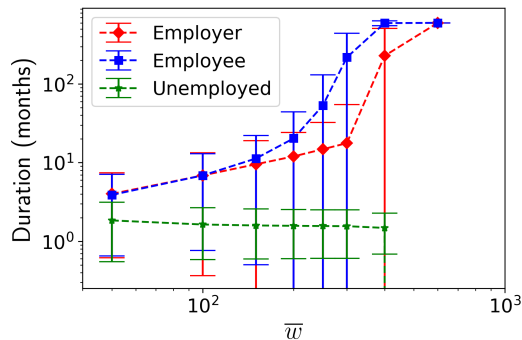


Figure 11: Uninterrupted duration (in months) of agents in each class vs. \bar{w} , in 100 simulations up to $t = 100$ years (after a transient of 50 years), for $N = 1000$ and wage range $[10,90]$. Symbols represent the average and error bars the standard deviation.

Let us also include and comment an additional simulation result. The model yields a high level of mobility between classes, as illustrated in Fig. 11, where we plot the average uninterrupted time each agent spends in a given class as a function of wealth per capita. For $\bar{w} \simeq 100$, the time spent in the worker and capitalist classes is shorter than one year and increases with \bar{w} becoming larger for workers, while the agents remain less time unemployed on average as \bar{w} increases. This mobility may seem unrealistic at first sight. However, note, for example, that according to data from the US Bureau of Labor Statistics, 50% of private establishments fail in the first five years [15]. According to the model, this effect can be understood by observing the higher concentration of wealth that makes capitalist agents more robust against decaying to the unemployed class.

Let us now discuss some model assumptions that could be revised, potentially opening new research perspectives. One such assumption is the expenditure rule. In its current form, an agent could theoretically spend their entire wealth in a single transaction. This is clearly extreme when considering a real economy. Modifying this rule could help extend the persistence of capitalists within their class. In fact, this issue is crucial for employers, as the model makes no distinction between personal and firm wealth, meaning that a business owner could exhaust both in a single transaction! In addition, employers hire new employees whenever the opportunity arises, without

limitations. It could be interesting to impose constraints related to market value, such as limiting spending to employee savings or firm cash reserves. Another point is that, in this model, agents are homogeneous and indistinguishable apart from the class to which they belong, with no variation in skill levels. Specifically, hiring assumes that unemployed agents are actively seeking jobs, while employed agents are not pursuing market reallocation, even though people may seek salary upgrades. Some variants addressing this aspect have already been explored [135].

Overall, considering that, as shown in the present work, this is essentially a one-parameter model (namely, R), the results are remarkable. Unlike other valuable models which reproduce the Pareto law or even the two regimes mentioned in Section 13.1, the SA model stands out for its simplicity. It requires no additional rules or interventions to produce a two-class distribution, offering a fundamental approach for further investigation on the dynamics of wealth distribution and inequality within a simplified economic framework.

13 Can rising consumption deepen inequality?

13.1 Introduction

Economic systems can be viewed as complex systems whose macroscopic properties emerge from interactions among many heterogeneous agents [69, 139, 55]. This perspective, developed in econophysics, has provided important insights into empirical regularities, particularly in the distribution of income and wealth [110].

In fact, in econophysics, a central problem is to identify the mechanisms responsible for the emergence of highly unequal income and wealth distributions, typically characterized by broad, often heavy-tailed forms observed across different economies and time periods. While only a limited number of modeling approaches can reproduce these distributions, often capturing only specific features, identifying the underlying mechanisms responsible for their robustness and universality remains a major challenge.

Motivated by this approach, a variety of models have been proposed to describe the dynamics of wealth and income, including kinetic exchange models and agent-based frameworks. Within this class of models, the Social Architecture of Capitalism (SA) model [133], proposed by Ian Wright, offers a simple yet realistic representation of economic interactions between agents, reproducing key empirical features of wealth distributions.

In a recent work [20], we revisited the SA model and systematically explored a wide range of its parameters. A two-class structure of wealth distribution emerges, producing an upper tail following a Pareto power-law [45, 138], and a lower segment characterized by an exponential or lognormal form. We identified a key parameter that

is responsible for opening a gap between the two groups.

This key parameter, denoted by R , is defined as the ratio between the average wealth per capita and the mean salary. We showed that the resulting wealth distribution, its characteristic patterns, the eventual separation of wealth, and the extinction of the middle class for large values of R , depend primarily on this parameter, with only a weak dependence on system size. In particular, inequality as summarized by the Gini index [103], was found to increase monotonically with R . This prediction of the model is consistent with results obtained from empirical data in which \bar{p} and \bar{w} are estimated using average employee compensation and net personal wealth, respectively, based, among other sources, on data from the World Inequality Database (WID) [127].

However, the model relies on strong simplifying assumptions that may oversimplify the complex dynamics of real economies. For instance, in the model all transactions (salary payments, purchases, and revenue collections) occur with the same frequency, i.e., at every time step. In real economies, however, purchases typically occur more frequently than the reception of salaries or the collection of revenues. We therefore aim to investigate how relaxing this rule, by introducing different frequencies for these processes relative to salary periodicity, may affect the results.

A similar question arises regarding the range of possible expenses (or revenue collections), which in the original formulation can take any value between zero and the agent's total wealth (or total market value). In other words, agents are allowed to spend their entire wealth (or collect the entire market value) in a single step. Here, we explore how limiting these maxima—both expenditures and market value collections—affects the model's dynamics and the resulting inequality patterns.

Furthermore, we sought to investigate how the system behaves in alternative formulations in which the average wage is no longer fixed exogenously but instead emerges endogenously from the internal model dynamics.

The model is defined in Section 13.2, with emphasis on the introduced variations. Section 13.3 presents the results of the agent-based simulations, examining how consumption rules, market revenues, and employment regulations affect inequality. Finally, Section 13.4 provides the conclusions and final remarks.

13.2 Model

The agent-based model implemented in this paper introduces variations in the original SA model proposed by Ian Wright [133]. This model is based on the assumption that 'social relations of production' [88] define the roles that individuals play in economic activity. In particular, the employer–employee relationship mediated by wage labor is taken as an intrinsic feature of capitalism. In this context, the structure of inequality emerges from the organization of these relationships, insofar as a small class of capital-

ists receives its income in the form of profits, while a large class of workers has wages as its sole source of income.

This approach allows one to abstract from specific and often transitory characteristics of concrete capitalist economies, such as natural or technical constraints or particular types of commodities, and to focus on interactions between agents mediated by monetary exchange. The model thus reduces the economy to a minimal structure in which individuals, differentiated by their position in the relations of production, interact through money flows, and this dynamics is responsible for generating the patterns of inequality observed.

The society consists of N agents (individuals or other economic entities, identified by the label $i = 1, \dots, N$). Each agent i has a quantity $w_i(t)$ representing wealth, which varies over time. Although in the original proposal money takes integer values as multiples of a monetary unit, we have verified that no significant differences are observed when considering real values, which is the choice in the present work.

The size of the population N and the total wealth of the system are conserved, so the wealth per capita $\bar{w} = W/N$ is constant. At any given time t , agents belong to one of three classes: employees (working class), employers (capitalist class), or unemployed. The class to which each agent belongs is dynamically updated. Then each agent is characterized by an index e_i that identifies their employer: $e_i = j$ indicates that agent j is the employer of agent i . There are two special cases: $e_i = 0$ indicates that the agent is unemployed and $e_i = -1$ indicates that they are an employer. Thus, at any time t , the state of the entire economy is defined by the set of pairs $S(t) = \{(w_i(t), e_i(t)) : 1 \leq i \leq N\}$. It is important to note that a firm consists of a set of employees and a single employer who is the sole owner of the firm, and there is no self-employment.

In addition to agents, the model includes a market entity that represents a monetary pool with value V and evolves through transactions. Consumer expenditures increase V , while firm revenues decrease it, so firms compete for shares of this pool rather than being paid directly by individual buyers.

In its original formulation, the model is specified by four parameters: the number of agents N , the bounds (p_a, p_b) of the wage distribution, and the total money supply W , which fixes the initial average wealth per capita $\bar{w} = W/N$. In practice, however, we have shown that the macroscopic behavior of the system does not depend on the individual values of p_a and p_b , but only on their mean $\bar{p} = (p_a + p_b)/2$ [20]. We therefore fix a constant unit wage, $\bar{p} = p$. Since \bar{p} sets the monetary unit, the only remaining intensive control parameter is the ratio $R = \bar{w}/\bar{p}$, which measures the wealth per capita in units of the average wage. The model thus depends effectively on R , with a weak residual dependence on the system size N . In practice, no significant finite-size effects are observed for $N \gtrsim 20$.

In what follows, we summarize the original rules, emphasizing the modifications. In the initial state, all agents have the same wealth ($w_i(0) = \bar{w}$) and the same state ($e_i(0) = 0$), and the following set of five rules is applied, in the given order, after randomly selecting an agent i .

- **Hiring** – If i is unemployed ($e_i = 0$), a potential employer j is selected from the set H of all agents who are not employees ($e_j \leq 0$), with probability $P(j) = w_j / \sum_{n \in H} w_n$. If $w_j \geq p$, agent i is hired by j (thus, $e_i = j$). If j was previously unemployed, j becomes an employer ($e_j = -1$).
- **Expenditure** (on goods and services) – A random agent j is selected, and an amount w , representing the agent's expenditure, is subtracted from their wealth ($w_j \rightarrow w_j - w$) and added to the market value ($V \rightarrow V + w$). We modify this rule, introducing two new parameters, Ω_E associated with the frequency of visits to the market, and Φ_E representing the fraction of wealth spent in the market. If $\Omega_E \leq 1$, it denotes the probability that this rule will be applied. Otherwise, Ω_E indicates the number of times the rule is applied. For each application, a random agent j is selected and a random expenditure value w is drawn from the range $[0, \Phi_E w_j]$.
- **Market revenue** (from sales of goods and services) – A random agent j is selected, and an amount w is transferred from the market value ($V \rightarrow V - w$) to the agent j . If j is an employer, the amount is credited to j ($w_j \rightarrow w_j + w$), if j is an employee, it is credited to the employer e_j ($w_{e_j} \rightarrow w_{e_j} + w$). In all cases, w represents revenue for the owner of the company. We modify this rule, introducing two new parameters, namely, Ω_M , associated with the frequency of visits to the market, and Φ_M , representing the fraction of wealth withdrawn from the market value. If $\Omega_M \leq 1$, it denotes the probability that this rule will be applied. Otherwise, Ω_M specifies the number of times the rule is applied. For each application, a new random agent j is selected; if j is not unemployed ($e_i \neq 0$), a random value is drawn from the interval $w \in [0, \Phi_M V]$.
- **Firing** – If agent i acts as an employer ($e_i = -1$), its financial constraint determines how many employees must be dismissed. Let n_i be the number of agents employed by i (i.e., those with $e_j = i$). Since each worker is paid a wage p , the employer can afford at most w_i/p employees. If $n_i > w_i/p$, the excess number of workers

$$n = \max\left(n_i - \frac{w_i}{p}, 0\right)$$

is dismissed. The n agents to be fired are selected uniformly at random from i 's list of employees. If all employees are dismissed, agent i becomes unemployed

($e_i = 0$).

- **Wage payment** – For each employee j of an employer i (i.e., $e_j = i$), the wage p is paid by i , resulting in the updates $w_i \rightarrow w_i - p$ and $w_j \rightarrow w_j + p$.

The update is asynchronous, meaning that the state of the system is updated after each individual rule is applied. A sequence of N rule applications (one Monte Carlo step) corresponds, arbitrarily, to one month, giving each agent, on average, the opportunity to be selected once per month. We verified that no significant differences arise when changing the order of the rules; therefore, they are applied in random order.

This set of rules, including the modifications introduced in the *Expenditure* and *Market revenue* rules that govern market exchanges, is used to obtain the results presented in Sections 13.3.1 and 13.3.2. The code is publicly available.

Below, we consider an alternative variant of the model obtained by modifying the rules related to employment. This version is used exclusively for the results presented in Section 13.3.3.

Modifications in employment rules

We propose a modification of the *Hiring* rule in which wages are no longer fixed but instead emerge from the system dynamics. Furthermore, agents are allowed to seek alternative employment offering higher wages even while already employed, a realistic feature absent in the original model.

By removing the fixed-wage constraint, the model captures a more dynamic labor market with varying wage levels. The rationale for this modification is as follows: unemployed workers seek employment, and the longer they remain unemployed, the more they lower their wage expectations, reflecting a weakened bargaining position. Conversely, employed agents search for alternative opportunities offering higher wages than their current ones.

Under this rule, in contrast to the fixed-wage model, both wages and expectations adjust endogenously to labor market conditions through a feedback mechanism. This coupling between labor market conditions and wage formation drives the evolution of income and wealth distributions over time.

To enable this feature, we introduce two agent-specific variables and one system parameter. The variables are μ_i , which records the last wage received by agent i , and η_i , which represents the wage expected agent i from their employer. The parameter α controls the pressure governing wage adjustments.

In Ref. [135], Wright analyzed the emergence of stylized economic facts for $\alpha = 1$. Here, we extend this analysis by examining how the system's behavior changes as α

is varied. These extensions require a reformulation of the *Firing* and *Wage payment* rules, which are directly related to wage dynamics. The modified rules are:

- **Hiring** – If i is not an employer ($e_i \geq 0$):
 1. A potential employer j is selected from the set H of all agents except employees ($e_j \neq 0$), with probability $P(j) = w_j / \sum_{n \in H} w_n$.
 2. A wage offer w is drawn uniformly from the interval $[\eta_i, (1 + \alpha)\eta_i]$, where η_i represents the agent's wage expectation and the parameter α therefore controls the intensity of the wage increase sought by the agent. This choice is inspired by Isaac's analysis of the CSA model, in which he proposes replacing Wright's original interval $[\eta_i, 2\eta_i]$ with a fixed incremental adjustment of 1%, aiming to mitigate the excessively high unemployment rates observed in the original model [68]. If w exceeds the wealth of the selected employer ($w > w_j$), it is truncated to $w = w_j$.
 3. If the final wage offer exceeds the agent's expectation ($w > \eta_i$), agent i is hired by employer j ($e_i = j$), and the expectation is updated to $\eta_i = w$. If agent i is not hired and was originally unemployed, a new expectation is drawn uniformly from the interval $[0, \eta_i]$.
- **Wage payment and firing** – If agent i is an employer ($e_i < 0$), we define the set E of employees of i as those agents j for which $e_j = i$. For each employee $j \in E$:
 1. If employer i has sufficient funds, an amount equal to the employee's expectation η_j is transferred from employer ($w_i \rightarrow w_i - \eta_j$) to employee ($w_j \rightarrow w_j + \eta_j$), and the employee's last received wage is updated to $\mu_j = \eta_j$.
 2. If employer i does not have sufficient funds, employee j is fired, and their wage expectation is reset to the last received wage, $\eta_j = \mu_j$. That is, if the agent is fired before receiving the negotiated wage, the expectation is not realized.
 3. If, after processing the entire set E , all employees have been fired, employer i becomes unemployed ($e_i = 0$).

13.3 Results from agent-based simulations

Observables were collected annually, over 1000 years, after a short transient sufficient to attain a steady state. Wealth was calculated as the amount w_i held by agent i at the end of the year, and income y_i as the aggregate wealth received by agent i throughout the year, either as wages for employees, or as revenue for employers. Unless otherwise

stated, $N = 1000$, $\bar{w} = 2$, $p = 1$, which implies that $R = \bar{w}/p = 2$, and $\Phi_j = \Omega_j = 1$, for $j = 1, 2$.

We first tested the effect of injecting money into the system, either among the richest or the poorest segments of the population, and found no significant differences compared to the case where the same total wealth is assigned equally from the start. The result illustrated in Fig. 12 for different protocol of money injection indicates independence on initial conditions.

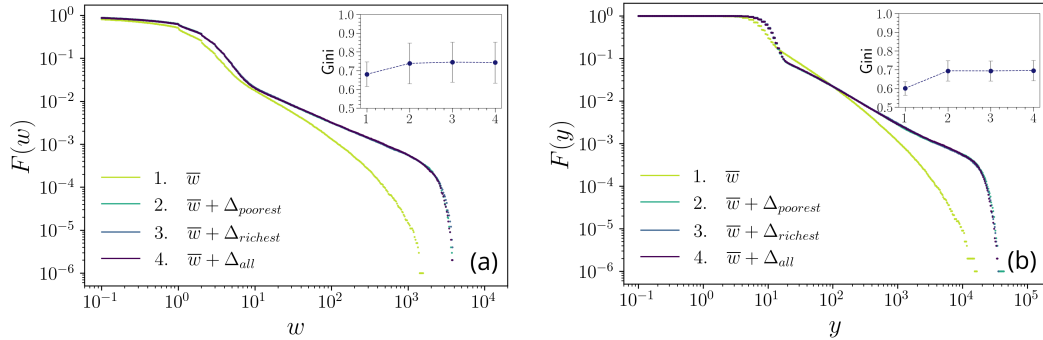


Figure 12: Complementary cumulative distributions of (a) wealth and (b) income in the steady state for different preparations of the system: (1) $\bar{w} = 2$; (2) starting from $\bar{w} = 2$, after reaching the steady state, an amount $\Delta = 4$ is distributed equally among the poorest 20% of the agents; (3) as in (2), but with the amount distributed among the richest 20% of the agents; (4) $\bar{w} = 2.8$ from the start. The insets show the Gini index for each scenario. Note that the distributions are not sensitive to initial condition, but depend only on the wealth per capita \bar{w} .

13.3.1 Expenditure

We examine the effects of varying the frequency Ω_E with which the *Expenditure* rule is applied. The results shown in Fig. 13 indicate that increasing the frequency with which agents spend in the market leads to higher inequality in both wealth and income. This rise in inequality reflects the emergence and consolidation of monopolistic structures as expenditure becomes more frequent.

Within the model, increasing the frequency of market expenditure results in a larger amount of money being injected into the market value V . If the gross domestic product (GDP)—defined here as the aggregate revenue of all firms over a one-year period—is computed as the total firm revenue, then the annual GDP is directly proportional to the total amount of money injected into the market. Consequently, increasing Ω_E leads to higher GDP.

However, while employees' wages remain fixed at the value p , firm income—and therefore employers' profits—depends on the volume of money circulating in the market. As a result, increasing the flow of money into the market raises GDP but simul-

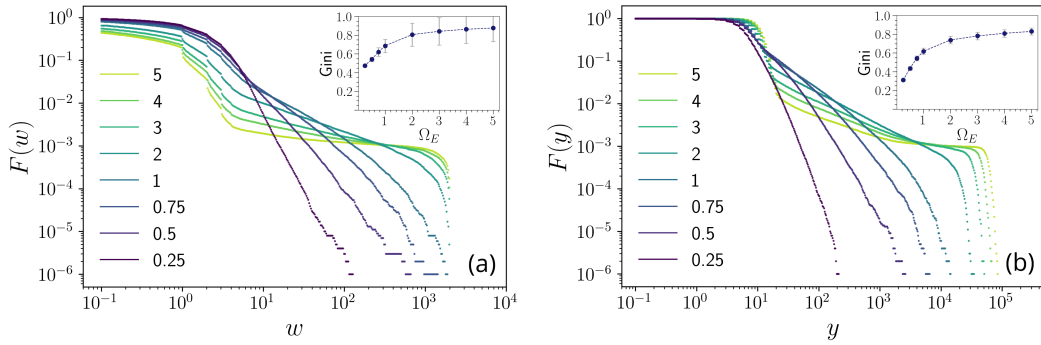


Figure 13: Effects of expenditure frequency Ω_E : Complementary cumulative (a) wealth and (b) income distributions for different values of Ω_E . The insets show the average annual Gini vs. Ω_E . We note that inequality increases as the expenditure frequency increases. This is reflected in both the increase in the Gini index and the shift toward heavier tails in the distributions. In the current and subsequent figures, each distribution was built with values recorded at the end of each year, accumulated over 10^3 years of a single realization. For the inequality indices, we present the average of the annual values (symbols) and their standard deviation (bars).

taneously alters the composition of income: a larger fraction accrues as firm revenue (profits), while a smaller fraction is paid out as wages. Consequently, the labor share of income—the fraction of total income allocated to workers’ wages—decreases, as illustrated in Fig. 14(a).

Following similar reasoning, the GDP can also be modified—rather than by changing the frequency Ω_E —by varying the fraction Φ_E of each agent’s wealth withdrawn and deposited into the market value V , as defined in the *Expenditure* rule. The resulting wealth and income distributions for different values of Φ_E are shown in Fig. 15, with Gini coefficients indicating higher inequality as the fraction Φ_E increases.

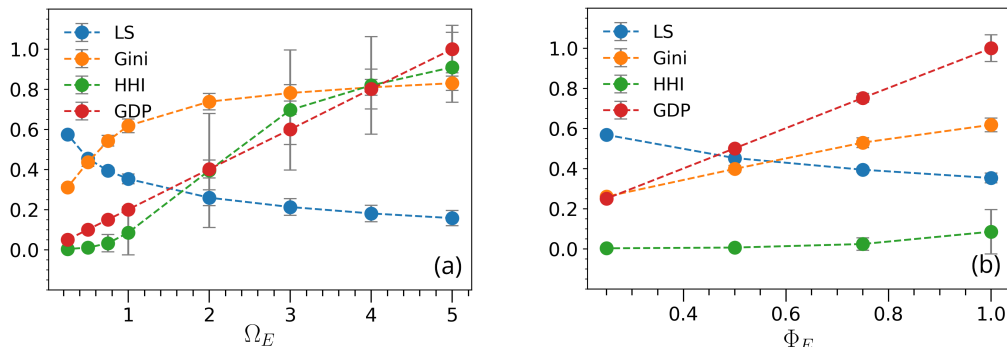


Figure 14: Impact of changes in (a) the expenditure frequency Ω_E and (b) expenditure fraction Φ_E over labor share (LS), Gini of income, normalized HHI, and rescaled GDP. The maximum measured value of GDP is $\approx 6 \times 10^4$ for $\Omega_E = 5$ and $\approx 1.2 \times 10^4$ for $\Phi_E = 1$. In contrast with the other quantities, the labor share (LS) decreases with Ω_E and Φ_E .

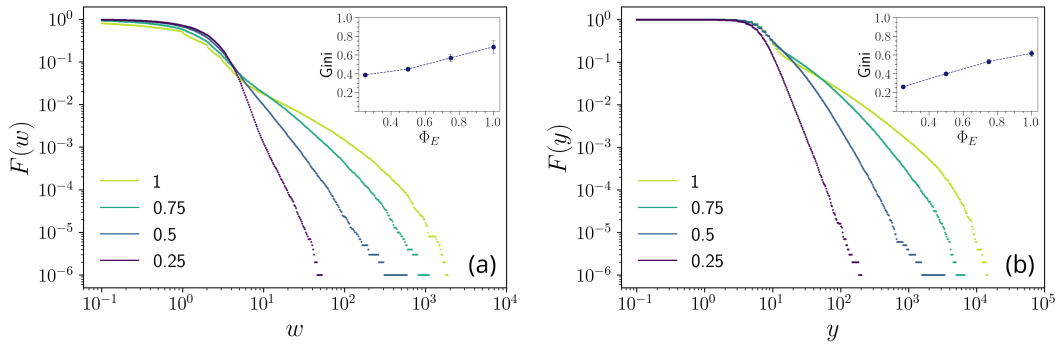


Figure 15: Effects of expenditure fraction Φ_E : Complementary cumulative distributions of (a) wealth and (b) income for different values of Φ_E indicated in the legend. The inset shows the average annual Gini coefficient vs. Φ_E . The higher the expenditure fraction, the greater the inequality. This is reflected both in the increase of the Gini coefficient and in the shift toward heavier tails in the distributions.

We can gain further insight into the underlying dynamics by examining and comparing different macroeconomic indices represented in Fig. 14. We plot, as a function of Ω_E (Fig. 14a) and Φ_E (Fig. 14b), the Gini coefficient of income, the GDP, the labor share (LS), and additionally the Herfindahl-Hirschman Index (HHI)[105], a measure of the size of firms in their respective industries and an indicator of competition. The index is defined as $H = \sum_{i=1}^L M_i^2$, where M_i is the market share of the firm i and L is the number of firms. Actually, we work with the normalized version of HHI: $H^* = (H - 1/L)/(1 - 1/L)$ if $L > 1$, and $H^* = 1$ if $L = 1$. Then $H^* = 1$ indicates monopoly while $H^* = 0$ indicates perfect competition.

For simplicity, each agent who owned a firm during the year is counted as a single firm, even if it went bankrupt at one point and returned to being capitalist at another within the year. Market share is represented by the fraction of the GDP appropriated by the capitalist. All indices are calculated annually at the end of the year and then averaged over 1000 years.

Increasing Ω_E and/or Φ_E raises GDP by allowing more money to circulate in the economy, effectively increasing the total economic output to be distributed among capitalists. We have also noted that this increase is accompanied by higher inequality, as measured by the Gini coefficient. In addition, there is a tendency toward the formation of monopolies, a behavior captured by the increasing HHI. But perhaps the most visible effect is on the labor share. Changing the *Expenditure* rule in order to ‘heat up’ the economy and increase GDP, under these conditions, leads directly to a reduction in the labor share, decreasing the the fraction of total income accruing to workers and thereby further increasing inequality.

13.3.2 Market revenue

We now analyze the modifications of the *Market Revenue* rule. As we can see in Fig. 16, the effect of changing the frequency Ω_M is more subtle and opposite to that observed for Ω_E . That is, increasing the Ω_M softly decreases the inequality measured by the Gini coefficient.

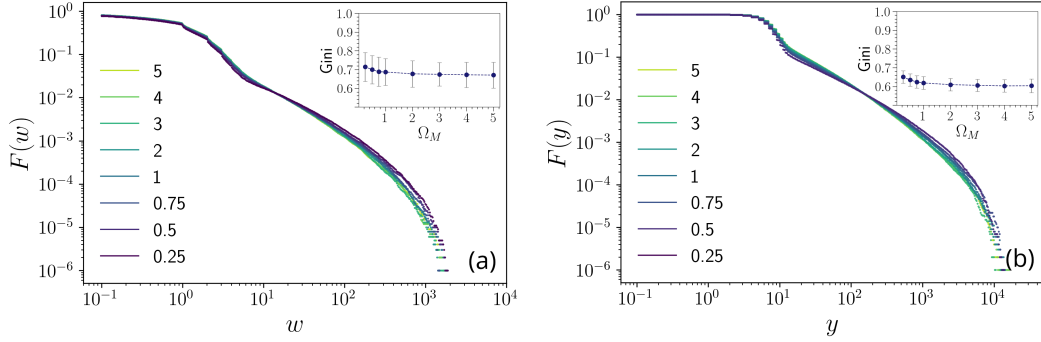


Figure 16: Effects of market revenue frequency Ω_M : complementary cumulative (a) wealth and (b) income distributions for different values of Ω_M . The inset shows the average annual Gini coefficient as a function of Ω_M , indicating that inequality decreases slightly as the frequency of revenue withdrawals increases, with saturation for $\Omega_M > 1$.

When we analyze the effects of changing Φ_M , that is, the fraction withdrawn from the market in the *Market revenue* rule, we observe in Fig. 17, a similar effect to that observed when varying the value of Φ_E , the inequality increases again, but more subtly. Interestingly, increasing Φ_M and Ω_M produces opposite effects on the system's inequality.

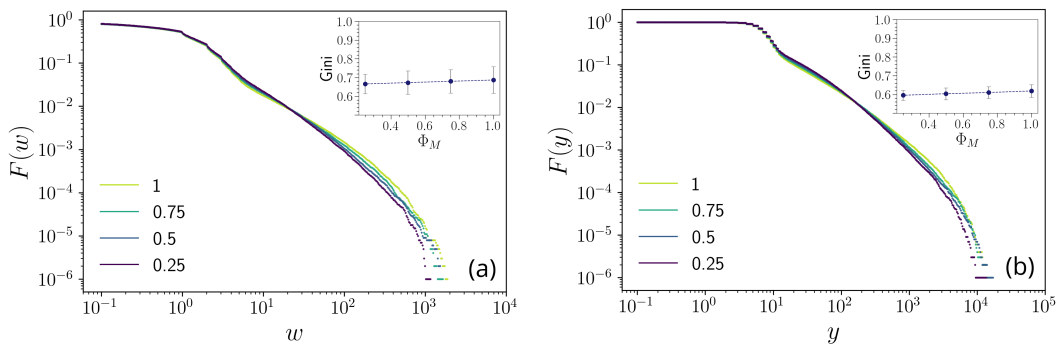


Figure 17: Effects of market revenue fraction Φ_M : complementary cumulative (a) wealth and (b) income distributions for different values of Φ_M . The inset shows the average annual Gini coefficient as a function of Φ_M , indicating a nearly negligible increase in inequality as the fraction of wealth withdrawn from the market increases.

Unlike the changes in the *Expenditure* rule, now the GDP remains unchanged (not shown). That is, modifications in how money is withdrawn from the market value do

not affect consumption, therefore keeping GDP constant. Since, in this model, GDP is given by the aggregate annual income of capitalists, this also implies that the total income appropriated by capitalists does not change. The labor share likewise remains constant, meaning that the fraction of total annual income allocated to workers' wages is unchanged.

Although these indices remain constant, a subtle but systematic variation in the Gini index can be observed across all figures corresponding to modifications of the *Market Revenue* rule. Specifically, inequality increases with Φ_M and decreases with Ω_M . This pattern indicates that the observed change in inequality must originate from variations within classes rather than between them. Since wages are fixed in the model and the total income allocated to workers remains unchanged, the variation in inequality must therefore arise within the capitalist class.

This effect is reflected in the behavior of the HHI, which closely tracks the variation of the Gini coefficient. Increasing Φ_M raises the fraction of market value appropriated by firms at each step; as a result, there is a slight increase in monopoly power and, consequently, in the Gini coefficient. This mechanism becomes particularly pronounced when there has been a large deposit that makes the market value V exceed its average level. In this case, increasing Φ_M implies that a larger fraction of the accumulated value is withdrawn each time the *Market revenue* rule is applied, and less of this value will be distributed among capitalists, increasing the concentration of GDP distribution and, consequently, the concentration of wealth. In extreme cases with $\Phi_M = 1$, the entire market value could be appropriated by a single capitalist.

It is worth noting that, regardless of the value of Φ_M , GDP does not increase. This means that it does not change consumption in the system or the total money available in market value to be appropriated by capitalists throughout the year.

Now, when we increase Ω_M , we observe a more pronounced effect on the variation of inequality for $\Omega_M \leq 1$. In this case, the lower the frequency, the more often agents can deposit money in the market through consumption before the agent withdraws it, increasing the total amount of money available for withdraw. So now, the effect of varying the Ω_M frequency no longer depends as much on above-average deposits, its influence is more strongly felt in the aggregate of ordinary transactions, especially depending on the amount of market value withdrawals that exist between one deposit and another.

Remember that we now maintain $\Phi_M = 1$, which means the worker can withdraw all the money available in the market at once. Thus, we can hypothesize that increasing the frequency has the effect of preventing the accumulation of money in the market and better redistributing revenue among firms, slightly reducing the level of monopoly and, consequently, the Gini index. For $\Omega_M > 1$, workers go to the market more than once before new consumption occurs, so there is always less money available with each

subsequent visit.

We can consider an extreme situation where a worker withdraws all the money at market value the first time, regardless of how many other withdrawal attempts are executed before new consumption occurs, no revenue will be possible, and we would have the same practical effect as if we had $\Omega_M = 1$. Therefore, increasing the frequency of application of rule 3 for values above 1 tends to have a less significant effect than that for values below 1.

More precisely, both changes alter the distribution of GDP among capitalists without altering the total quantity. In the first case, when we change the fraction, we have the same amount of money distributed among capitalists with the same amount of withdrawals from the market. But for lower Ω_M values, the distribution of GDP among capitalists is more uniform; increasing the fraction increases the number of higher and lower value withdrawals from the market value, making it more unequal and slightly affecting the overall inequality of the system.

In the second case, by changing the frequency of withdrawals from the market, we alter the average amount of money withdrawn, with more significant effects for $\Phi_M \leq 1$, as it allows the accumulation of deposits at market value between each withdrawal attempt, since for $\Phi_M > 1$ there is more than one withdrawal attempt before a new deposit is made at market value. Since total GDP remains constant, fewer visits to the market imply larger withdrawals and a more concentrated profit distribution.

13.3.3 Hiring, wage payment and firing rules

Wright reports that the CSA model presents an unemployment rate of 18.5%, a value considered higher than what is normally reported by modern economies. This value is originally compared to expanded measures of unemployment, as more traditional measures only take into account people who are unemployed and actively looking for work. A.G. Isaac provides the example that during the Great Recession in the US, the U6 unemployment rate reached just over 17% [68]. This value accounts for both active job seekers and underemployed or discouraged workers. A.G. Isaac proposes some modifications aimed at correcting minor implementation errors and making the results more realistic. Among the changes introduced, the one of particular interest here is the reduction in the pressure for wage increases, controlled by α , as defined in Section 13.2, from $\alpha = 1$ to $\alpha = 0.01$. In both studies, the authors examined only a single fixed value of α .

Lin Lin also draws attention to the problem of high unemployment in Wright's original model and proposes a modified version that achieves a low unemployment rate [77]. Due to differences in the rules, there is not a variable parameter similar

to α , but only one scenario is analyzed, namely, a single level of pressure for wage adjustments by workers.

First, we verified that increasing the per capita wealth \bar{w} leads only to a rescaling of the distributions, leaving R unchanged. Therefore, to explore variations in R , we directly modify the wage-bargaining parameter α . Figure 18 shows how the wealth and income distributions evolve as α varies. Inequality displays a nonmonotonic dependence on α , with a minimum around $\alpha \simeq 5\%$ for wealth and $\alpha \simeq 10\%$ for income, even though the average wage rises steadily with α . By contrast, the labor share increases throughout the explored range of α , while GDP and HHI remain largely insensitive to this parameter(not shown).

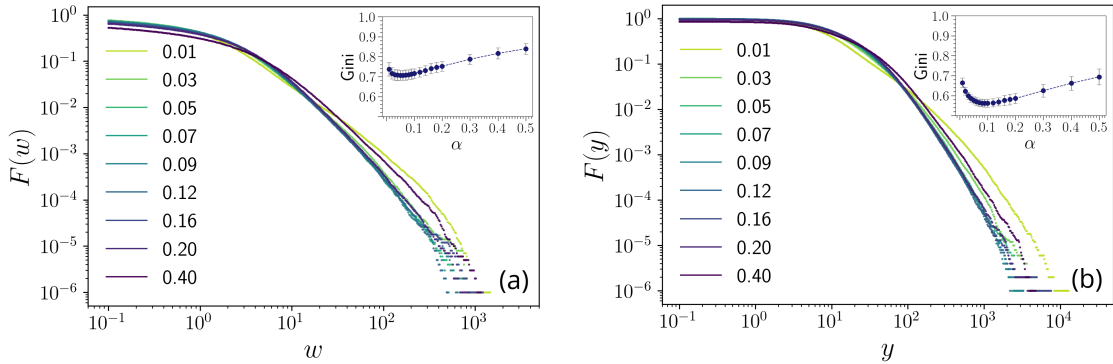


Figure 18: Complementary cumulative (a) wealth and (b) income distributions for different values of α (wage bargaining intensity parameter). The insets show the average annual Gini coefficient as a function of α . The dependence of inequality on workers' wage bargaining power is non-monotonic: inequality initially decreases, reaches a minimum, and then increases, eventually returning to values comparable to or exceeding those at $\alpha \approx 0$.

To understand the nonmonotonic behavior of the Gini indices, we examine Fig. 19, focusing on the unemployment rate. First, recall that increasing α raises the average wage \bar{p} , which in turn reduces the ratio $R = \bar{w}/\bar{p}$. Thus, R and α are inversely related. For large enough values of R (approximately $R \gtrsim 3$), the model produces realistic unemployment rates (approximately 18%, from the color scale in the figure), displaying increasing inequality as R increases. This behavior is consistent with results originally obtained under constant wages and is also observed in empirical data.

This behavior can be explained as follows. As R increases, the fraction of total wealth disputed by capitalists over the year—measured by the GDP—remains constant. However, we observe that both the labor share and the average annual wage per agent decrease, enabling capitalists to hire more agents, thereby lowering unemployment. Nevertheless, the resulting increase in employment, together with the reduction in the size of the capitalist class, is insufficient to compensate for falling wages, ultimately leading to higher inequality and greater monopoly concentration.

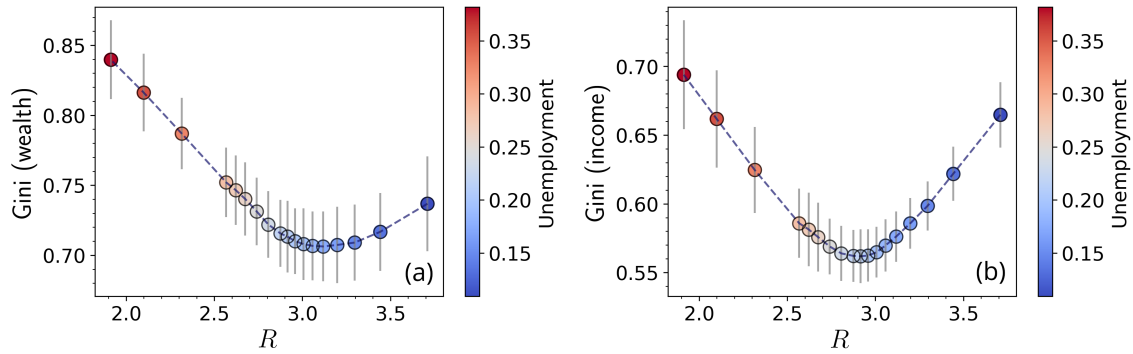


Figure 19: Gini coefficient as a function of R (wealth-to-wage ratio). The different points correspond to different values of the average monthly wage, which in turn are obtained by varying the bargaining intensity parameter, α . The color of the point indicates the unemployment rate that emerges from each α . Uncovering the unemployment rate helps clarify the non-monotonic behavior of the Gini coefficient: for unrealistically high unemployment, inequality decreases as R increases; as the unemployment rate approaches more realistic levels, inequality increases with further increases in R .

The most challenging regime to interpret corresponds to low values of $R \lesssim 3$, where we obtain the novel result that increasing R leads to a reduction in inequality. This behavior can be understood by examining class sizes. At low R , the initially high unemployment rates imply that, at any given time, an unrealistically large fraction of the population has no income. In this regime, although increasing R lowers the average wage of employed agents, it simultaneously enhances the capacity of capitalists to hire additional workers, leading to a decline in unemployment toward more realistic levels.

This reduction in unemployment, together with the expansion of the capitalist class, promotes a substantial redistribution of wealth across the system and ultimately results in lower inequality. Notably, the size of the capitalist class exhibits a non-monotonic dependence on R , varying inversely with the behavior of the Gini coefficient.

These results are also relevant for assessing the validity of the model when compared with empirical unemployment data.

13.4 Conclusions and final remarks

It was already known that in this kind of model, with fixed wages, increasing per capita wealth (and consequently total wealth) leads to a concentration of wealth and income, which indicates that the wealth added to the system is not distributed equally but is concentrated in the capitalist class. By the way, this wealth concentration is a common feature of wealth exchange models, such as the Yard-Sale model and its variants [138, 30, 17, 28, 18]. By combining the most recent results, we can take a step further and understand the effects of other interferences.

Increasing each agent's spending injects more money into the market value. The component of income that depends directly on the size of market value is capitalists' profit revenue. Since employees have a fixed wage, modifications to *Expenditure* rule that increase GDP imply an increase in capitalists' income and, consequently, a worsening of inequality. In other words, as with total wealth, an increase in GDP does not necessarily lead to a more equitable distribution of wealth within the system; on the contrary, it results in higher inequality. In this model, such growth leads to a decline in the labor share, meaning that an increasingly larger fraction of total income is appropriated by capitalists. It also intensifies monopoly power, increasing inequality even within the capitalist class, an effect captured by the HHI. This result is consistent with the central argument advanced by Piketty [102], who, based on extensive historical and empirical evidence, shows that economic growth alone does not necessarily translate into a more equitable distribution of wealth, particularly when growth is not accompanied by proportional increases in labor income.

Modifications to *Market revenue* rule do not change GDP or market value, since wages are fixed. Since market value is the money that capitalists compete for at a given moment and GDP is defined as the money that is withdrawn from market value during a year, GDP is thus the money that capitalists compete for throughout the year. Thus, while changes in *Expenditure* rule increased GDP, leading to an increase in the money appropriated by capitalists, changes in *Market revenue* rule only change how it is distributed, altering the inequality within the capitalist class. Thus, the effects of these changes on the inequality of the entire system are more subtle.

Finally, if we release the system from the fixed wage constraint, total wealth becomes irrelevant because wealth and income distributions scale with total wealth. However, changing the bargaining intensity parameter (α) leads to a change in the average wage paid to workers. As the average wage increases, unemployment also increases, a feature that becomes extremely important here. For the parameter range in which the system has an unemployment rate close to real values ($1\% \leq \alpha \leq 5\%$), we reproduce the same effect observed for fixed wages. That is, as we increase the average wage, with fixed per capita wealth (i.e., we decrease $R = \bar{w}/p$), inequality declines. However, above a certain threshold, the unemployed class becomes excessively (and unrealistically) large, and inequality eventually rises again.

$$1 - G = (1 - G')(1 - f) \text{ ou } G = G' + f(1 - G')$$

Parte IV

Conclusão

A Questões matemáticas e computacionais

A.1 Lei de Pareto como lei estatística

Além da construção do modelo generativo que discutimos com mais detalhes previamente, outra atividade necessária na investigação de sistemas complexos adotando a abordagem proposta consiste na construção de ao menos uma lei estatística macroscópica que deve emergir deste modelo generativo a ser construído. Nesta pesquisa, não nos ocupamos desta parte da investigação; porém, caso o leitor esteja interessado, o livro elaborado por Altmann dedica um capítulo a esta questão, isto é, Como leis estatísticas podem (e devem) ser obtidas a partir dos dados disponíveis[2].

Segundo Altmann[2], a lei de desigualdade de Pareto é a mais influente e provavelmente o primeiro exemplo de lei estatística como uma distribuição de lei de potência. Ela surgiu de uma análise empírica da distribuição de renda de diferentes países, buscando identificar qual a proporção $N(x)$ da população possui uma renda maior que x . Os dados que foram compilados por Pareto de fontes originais são principalmente do século XIX, e o resultado de sua análise foi proposto da seguinte forma:

$$\ln N(x) = \ln A - \tilde{\gamma} \ln(x)$$

Com o mesmo valor $\tilde{\gamma} \approx 1.5$ sendo observado em cenários completamente diferentes, Pareto também percebeu que essa aproximação lembra uma função de distribuição cumulativa complementar (*Complementary cumulative distribution function* - CCDF). A alegação de que esta distribuição descreve a renda (e riqueza) em diferentes países e regiões é chamada de lei de Pareto.

O quão bem os dados se ajustam a esta lei é alvo de debate. Além de uma lei de potências, também foram feitas propostas de que os dados seriam bem descritos por distribuições do tipo Lognormal (ou Lognormal generalizado) ou pela lei exponencial de Boltzmann-Gibbs. Pesquisas empíricas mais recentes tem indicado que a distribuição de renda pode ser separada em uma região de baixa renda e uma região de maior renda, passando de uma distribuição exponencial para uma distribuição de lei de potência. De maneira geral, pesquisas recentes examinando os dados fornecidos pela World Distribution of Income tem sugerido uma distribuição bimodal [77].

De toda forma, mais de um século depois de ter sido proposta, a utilidade das distribuições do tipo Pareto para caracterizar distribuições de renda e riqueza continua

a ser reconhecida nas análises econômicas modernas. Uma vez que estamos em posse da lei estatística, um caminho possível é procurar a explicação da origem da lei, uma tarefa que o próprio Pareto se dedicou inicialmente. Esta tarefa continua a ser desenvolvida até os dias de hoje, uma vez que nenhuma explicação foi capaz de fazer com que os cientistas considerassem este um caso encerrado.

O outro caminho possível é analisar suas consequências. Sobre isso, um debate que tem sido realizado é como a variação ou a falta de variação do expoente $\tilde{\gamma}$ afetaria o bem estar e a desigualdade na população; assim como foram realizadas discussões econômicas sobre como melhorá-lo, assumindo a validade da lei. Evidentemente, todas essas discussões estão imersas em controvérsias.

Definição matemática

Mas por hora, nos interessa que a lei de Pareto nos dá a probabilidade de uma pessoa ter exatamente o valor x da variável de interesse, no nosso caso, a probabilidade de um agente ter uma riqueza no valor w . A função de densidade de probabilidade (*Probability Density Function* - PDF)⁶⁰ conhecida como lei de Pareto, é [101]:

$$p(w) = \frac{\alpha\beta^\alpha}{w^{\alpha+1}}$$

Onde $\alpha > 0$ é o coeficiente de Pareto (parâmetro de forma) que modela a distribuição e $\beta > 0$ é a riqueza mínima (parâmetro de escala). O parâmetro que normalmente domina as discussões sobre a lei de Pareto refere-se ao índice de Pareto. Dessa forma, um objetivo comum é calcular o coeficiente de Pareto nas distribuições que estamos analisando. Para isso, iremos trabalhar com a função de distribuição cumulativa complementar.

A função de distribuição cumulativa (*Cumulative Distribution Function* - CDF) de uma variável aleatória de valor real x é a função dada por:

$$F_X(x) = P(X \leq x)$$

Ou seja, temos a probabilidade de uma variável aleatória X assumir um valor menor ou igual a x . A CDF de uma variável contínua X pode ser expressa em termos de uma função densidade f_x de probabilidade dada por:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt$$

A CCDF pode ser definida, então, como:

$$\bar{F}_X(x) = P(> x) = 1 - F_X(x)$$

⁶⁰Esta função é usada para especificar a probabilidade de uma variável aleatória estar dentro de um determinado intervalo de valores.

Isto é, a probabilidade de uma variável aleatória X assumir um valor maior que x . No nosso caso, estamos interessados na probabilidade de que, ao selecionarmos um agente aleatoriamente, ele tenha uma riqueza superior a w , fazendo uma pequena mudança de notação, temos:

$$\bar{F}_X(w) = P(X > w) = 1 - F_X(w)$$

Podemos calcular ,então, a CDF de Pareto da seguinte forma:

$$F_X(w) = Pr(X \leq w) = \int_{-\infty}^w p(w') dw'$$

Resolvendo a integral:

$$\begin{aligned} F_X(w) &= \int_{\beta}^w \frac{\alpha\beta^\alpha}{x'^{\alpha+1}} dw' \\ &= \alpha\beta^\alpha \left(\frac{w'^{-(\alpha+1)+1}}{-(\alpha+1)+1} \right) \Big|_{\beta}^w \\ &= \alpha\beta^\alpha \left(\frac{w'^{-\alpha}}{-\alpha} \right) \Big|_{\beta}^w \\ &= \alpha\beta^\alpha \left(\frac{w^{-\alpha}}{-\alpha} - \frac{\beta^{-\alpha}}{-\alpha} \right) \\ &= \left(\frac{\beta}{\beta} \right)^\alpha - \left(\frac{\beta}{w} \right)^\alpha \\ &= 1 - \left(\frac{\beta}{w} \right)^\alpha \end{aligned}$$

Então, o CCDF da lei de Pareto será:

$$\bar{F}_X(w) = 1 - \left(1 - \left(\frac{\beta}{w} \right)^\alpha \right) = \left(\frac{\beta}{w} \right)^\alpha = aw^{-\alpha}$$

Onde $a = \beta^\alpha$. Se aplicarmos o logaritmo natural, temos:

$$\ln \bar{F}_X(w) = \ln(aw^{-\alpha}) = \ln(a) + \ln(w^{-\alpha}) = \ln(a) - \alpha \ln(w)$$

Onde retomamos a equação de Preto $\ln N(x) = \ln A - \tilde{\gamma} \ln(x)$, identificando $\bar{F}(w) = N(x)$ e $\alpha = \tilde{\gamma}$. Porém, estamos interessados em obter o índice de Pareto de uma distribuição de valores. Isso é obtido mais facilmente após realizarmos uma linearização. Para linearizar o CCDF da lei de Pareto, começamos aplicando o logaritmo:

$$\begin{aligned} \log_{10}(\bar{F}_X(w)) &= \log_{10}(aw^{-\alpha}) \\ &= \log_{10}(a) + \log_{10}(w^{-\alpha}) \end{aligned}$$

Como a é um valor constante, Nada nos impede de escrever $a = 10^b$. Escrevendo a linearização do CCDF de Pareto como $y = \log_{10}(\bar{F}_X(w))$, temos então:

$$\begin{aligned} y &= \log_{10}(10^b) + \log_{10}(w^{-\alpha}) \\ &= b \log_{10}(10) - \alpha \log_{10}(w) \end{aligned}$$

Fazendo uma substituição de variável do tipo $x = \log_{10}(w)$, ficamos então com a seguinte equação linear:

$$y = b - \alpha x$$

O índice de Pareto nada mais é do que a inclinação desta reta. Além disso, podemos escrever a constante b em termos das constantes originais da lei de Pareto da seguinte forma:

$$b = \log_{10}(a) = \log_{10}(\beta^\alpha)$$

Ou ainda, de forma inversa, podemos obter β a partir da constante b e do coeficiente α calculando $\beta = 10^{(b/\alpha)}$. Este é o CCDF linearizado da lei de Pareto , após aplicarmos o logaritmo na base 10, isto precisará ser retomado mais tarde. Para calcular o índice de Pareto de um conjunto de dados é comum aplicar algum método matemático a esse conjunto de dados, tipicamente regressão linear.

A.2 Gini

A curva de Lorenz é dada por uma função do tipo $L(x)$ que nos indica a fração de riqueza (ou renda) em posse da fração x da população. A igualdade perfeita é dada, então, por uma reta $L(x) = x$.

O coeficiente de Gini é uma medida da desigualdade em um conjunto de dados e é dado pela razão entre a área que se encontra entre a reta de igualdade perfeita e a curva de Lorenz, e a área total sob a reta de igualdade perfeita.

Se temos um conjunto de dados ordenados ($y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_N$), a proporção acumulada da população, ou seja, a posição no eixo X para o dado i é dada por:

$$x_i = \frac{i}{N}$$

Consequentemente a distância entre dois dados i e $i + 1$ é dada por

$$\Delta x = \frac{1}{N}$$

A altura da curva de Lorentz é dado por:

$$y_i = \frac{\sum_{k=1}^i y_k}{\sum_{k=1}^N y_k}$$

Para a reta de igualdade perfeita temos:

$$y_i^* = x_i = \frac{i}{N}$$

Logo a diferença entre as alturas é dada por:

$$\Delta y_i = \frac{i}{N} - \frac{\sum_{k=1}^i y_k}{\sum_{k=1}^N y_k}$$

Assim sendo, a área dada pela diferença entre a reta da igualdade e a curva de Lorenz para a distância entre dois dados é dada por:

$$\Delta x \Delta y_i = \frac{1}{N} \left(\frac{i}{N} - \frac{\sum_{k=1}^i y_k}{\sum_{k=1}^N y_k} \right)$$

Somando então sobre todos os dados:

$$\begin{aligned} A &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \left(\frac{i}{N} - \frac{\sum_{k=1}^i y_k}{\sum_{k=1}^N y_k} \right) \\ &= \frac{1}{N} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N i - \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^i y_k}{\sum_{k=1}^N y_k} \right) \end{aligned}$$

O primeiro termo entre parênteses:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N i = \frac{1}{N} \frac{N(N+1)}{2} = \frac{N+1}{2}$$

Para o somatório duplo no segundo termo, percebendo que para cada k o valor y_k vai aparecer em todos $i \geq k$, isto é $N - k + 1$ vezes:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^i y_k = \sum_{k=1}^N (N - k + 1) y_k$$

Então:

$$A = \frac{1}{N} \left(\frac{N+1}{2} - \frac{\sum_{k=1}^N (N - k + 1) y_k}{\sum_{k=1}^N y_k} \right)$$

Por fim, nos resta apenas lembrar que o Gini é dado pela razão entre a área que se encontra entre a reta da igualdade e a curva de Lorenz (A) e a própria área abaixo da

reta da igualdade. Considerando que os dados estejam normalizados, a área abaixo da reta da igualdade perfeita corresponde simplesmente à metade da área de um quadrado de lado 1 ou seja, $1/2$ o coeficiente de Gini é então:

$$G = \frac{2}{N} \left(\frac{N+1}{2} - \frac{\sum_{k=1}^N (N-k+1) y_k}{\sum_{k=1}^N y_k} \right)$$

Ou em uma forma mais comumente encontrada na literatura[60]:

$$G = \frac{1}{N} \left(N+1 - 2 \left(\frac{\sum_{k=1}^N (N-k+1) y_k}{\sum_{k=1}^N y_k} \right) \right)$$

A.3 Revisão de conceitos estatísticos

Vamos fazer uma revisão baseada no apêndice do livro de Econometria Básica[66]. Outra revisão (talvez até mais interessante) é dada no apêndice do livro “Laws of Chaos”[52].

Somatório:

- $\sum_{i=1}^n ck = c \sum_{i=1}^n k = ckn$

Espaço amostral:

- **Espaço amostral (população):** O conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.
 - **Ponto amostral:** cada membro desse espaço amostral.
- **Evento:** um subconjunto do espaço amostral.
 - **Eventos mutuamente exclusivos:** se a ocorrência de um evento eliminar a ocorrência do outro.
- **Eventos (coletivamente) exaustivos:** se o conjunto de eventos exaurem todas as possíveis resultados de um experimento.

Probabilidade e variáveis aleatórias

Seja A um evento em um espaço amostral, por $P(A)$, a probabilidade do evento A , entendemos a proporção de vezes que o evento A ocorrerá em repetidas tentativas de um experimento. Ou, em um total de n possíveis resultados igualmente prováveis de um experimento, se m deles são favoráveis à ocorrência do evento A , definimos a razão m/n como a frequência relativa de A .

- $0 \leq P(A) \leq 1$ para cada A
- Se A, B, C são um conjunto de eventos exaustivos então a probabilidade de termos um evento A ou B ou C ... é $P(A + B + C) = 1$.

- Se A e B são mutuamente exclusivos: $P(A + B) = P(A) + P(B)$
- **Variável aleatória:** uma variável cujo valor é determinado pelo resultado de um experimento aleatório, usualmente denotado por letras maiúsculas, ex: X .
 - Os valores assumidos pela variável aleatória são normalmente denotados por letras minúsculas, ex.: x .
 - Uma variável aleatória é um objeto matemático que associa resultados possíveis de um experimento aleatório a números reais. Ela não é nem um valor específico nem uma distribuição de probabilidade: é uma função definida sobre o espaço amostral. Por exemplo, no lançamento de uma moeda, podemos definir a variável aleatória X atribuindo 1 para “cara” e 0 para “coroa”. A distribuição de probabilidade surge a partir dessa variável, indicando com que probabilidades cada valor pode ocorrer. Então uma variável aleatória $S = X + X$ pode assumir os valores 0, 1, 2, mas sua distribuição não é necessariamente apenas a soma das duas, ela resulta da combinação probabilística dessas variáveis.

Função de densidade de probabilidade

Discreto: Se X é uma variável aleatória discreta $f(x) = P(X = x_i)$ então a função densidade de probabilidade (FDP) significa a probabilidade de que a variável aleatória discreta X tome o valor x_i , sendo $f(x) = 0$ para $x \neq x_i$.

Contínuo: o elemento da probabilidade $f(x) dx$ é a probabilidade associada a um pequeno intervalo de uma variável contínua e $P(a \leq x \leq b)$ indica a probabilidade de que x situe-se no intervalo entre a e b .

Sendo:

$$f(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

$$\int_a^b f(x) dx = P(a \leq x \leq b)$$

Função de densidade de probabilidade conjunta:

Caso discreto : É a probabilidade de que X tome valor x_i e Y tome o valor y_i dada por $f(x, y) = P(X = x_i \text{ e } Y = y_i)$.

Caso contínuo:

$$f(x, y) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy = 1$$

$$\int_a^b \int_c^d f(x, y) dx dy = P(a \leq x \leq b, c \leq y \leq d)$$

Função de densidade de probabilidade marginal (ou individual)

Caso discreto: em relação a $f(x, y)$, $f(x)$ e $f(y)$ são obtidas por $f(x) = \sum_y f(x, y)$, onde somamos sobre todos valores de Y .

Função de densidade de probabilidade condicional:

Expressa a probabilidade de que X assumo o valor x , posto que Y assumiu o valor y :

$$f(x|y) = P(X = x|Y = y)$$

Se relaciona com a função de densidade de probabilidade conjunta da seguinte forma:

$$f(x|y) = \frac{f(x, y)}{f(y)} \rightarrow f(x, y) = f(y) f(x|y)$$

A probabilidade de que x e y aconteçam é o produto entre a probabilidade que y aconteça e a probabilidade de que x aconteça posto que y aconteceu.

Independência estatística:

As duas variáveis são independente somente se:

$$f(x, y) = f(x) f(y)$$

Média (valor esperado) de uma distribuição de probabilidade:

Propriedades:

- Se c é constante $E(b) = b$.
- Se k e c são constantes: $E(aX + b) = aE(x) + b$
- Se X e Y são variáveis aleatórias independentes $E(XY) = E(X) E(Y)$ ⁶¹
- Se X é uma variável aleatória com função de densidade de probabilidade $f(x)$ e $g(x)$ é qualquer função de X então:

⁶¹ Isso não implica que $E\left(\frac{X}{Y}\right) = \frac{E(X)}{E(Y)}$.

$$E[g(X)] = \sum_x g(x) f(x) \quad \text{se } X \text{ for discreta}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f(x) dx \quad \text{se } X \text{ for contínua}$$

Note que se $g(x) = x$ então temos simplesmente o valor esperado de X .

Variância: É a distribuição (dispersão) em torno do valor esperado.

$$var(x) = \sigma_x^2 = E[(X - \mu)^2]$$

Onde $E(X) = \mu$ é o valor esperado, e σ_x também é conhecido como desvio padrão.

$$var(X) = \sum_x (x - \mu)^2 f(x) \quad \text{se } X \text{ for discreta}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx \quad \text{se } X \text{ for contínua}$$

Propriedades:

- $var = E(X^2) - E(X)^2$
- Se c é constante a variância é 0
- Se a também é constante $var(aX + c) = a^2 var(X)$
- Se X e Y são variáveis aleatórias independentes $var(X \pm Y) = var(X) + var(Y)$

Covariância

A covariância de duas variáveis aleatória X e Y com média μ_x e μ_y é dado por:

$$cov(X, Y) = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)]$$

Ou seja:

$$\begin{aligned}
cov(X, Y) &= \sum_{x,y} (x - \mu_x)(y - \mu_y) f(x, y) \\
&= \sum_{x,y} xyf(x, y) - \mu_y \sum_{x,y} xf(x, y) - \mu_x \sum_{x,y} yf(x, y) + \mu_y \mu_x \sum_{x,y} f(x, y) \\
&= \sum_{x,y} xyf(x, y) - \mu_y \sum_x xf(x) - \mu_x \sum_y yf(y) + \mu_y \mu_x \\
&= \sum_{x,y} xyf(x, y) - \mu_y \mu_x - \mu_x \mu_y + \mu_y \mu_x \\
&= \sum_{x,y} xyf(x, y) - \mu_y \mu_x
\end{aligned}$$

Ou de forma análoga pro caso contínuo:

$$\begin{aligned}
cov(X, Y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x)(y - \mu_y) f(x, y) dx dy \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} xyf(x, y) dx dy - \mu_y \mu_x
\end{aligned}$$

De forma geral:

$$cov(X, Y) = E(XY) - \mu_y \mu_x$$

A covariância mede o quanto as duas variáveis variam conjuntamente em relação às médias. Se $a = (x - \mu_x) > 0$ e $b = (y - \mu_y) > 0$ então $ab > 0$. Agora se ambos $a < 0$ também $b < 0$ então também temos $ab > 0$. Ou seja, se sempre variam juntas vamos ter predominância de $ab > 0$ resultando em uma covariância positiva, de forma similar se sempre variam em sentido oposto, teremos predominância de $ab < 0$ então teremos uma covariância negativa. Mas se for igualmente distribuído, então teremos uma covariância próxima de zero.

Propriedades:

- Se X e Y são independentes então $cov(X, Y) = 0$.
- Se a, b, c, d são constantes: $cov(a + bX, c + dY) = bd \cdot cov(X, Y)$

Coefficiente de correlação:

$$\rho = \frac{cov(X, Y)}{\sqrt{var(X) var(Y)}} = \frac{cov(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

Outra interpretação: Vamos olhar para a correlação de Pearson para uma amostra constituída por um conjunto de pontos $\{(x_i, y_i)\}$, acredito que a melhor forma é

ter uma interpretação geométrica. Se separarmos em um conjunto de pontos $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ e outro $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ então se descontarmos os valores médios:

$$\tilde{X} = (x_1 - \bar{x}, x_2 - \bar{x}, \dots, x_n - \bar{x}), \quad \tilde{Y} = (y_1 - \bar{y}, y_2 - \bar{y}, \dots, y_n - \bar{y})$$

Vamos sobrepor a distribuição de pontos em torno da origem. Agora podemos analisar como cada uma das distribuições se afastam da origem. Se teos só três pontos, temos que \tilde{X} e \tilde{Y} denotam vetores em $3D$. O produto escalar de ambos é dado por:

$$\tilde{Y} \cdot \tilde{X} = \|\tilde{X}\| \|\tilde{Y}\| \cos(\theta)$$

Então:

$$\cos(\theta) = \frac{\tilde{Y} \cdot \tilde{X}}{\|\tilde{X}\| \|\tilde{Y}\|} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = r$$

Portanto, a correlação de Pearson nos fornece o cosseno do ângulo entre os vetores formados pelas variáveis após removermos seus valores médios. Em outras palavras, ela mede o alinhamento entre as variações de X e Y em torno de suas respectivas médias, interpretadas como vetores em um espaço n -dimensional. Conectando com a discussão anterior, tínhamos:

$$\rho = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sum_{x,y} (x - \mu_x)(y - \mu_y) f(x, y)}{\sqrt{\sum_x (x - \mu_x)^2 f(x)} \sqrt{\sum_y (y - \mu_y)^2 f(y)}}$$

Neste caso, como temos n pares observados, a probabilidade empírica de selecionar qualquer observação individual de X (ou de Y) é $f(x_i) = f(y_i) = \frac{1}{n}$. Além disso, como os dados são observados em pares (x_i, y_i) , a distribuição conjunta empírica satisfaz:

$$f(x_i, y_j) = \begin{cases} \frac{1}{n}, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}. \text{ Assim, o termo da covariância pode ser escrito como:}$$

$$\sum_{x,y} (x - \mu_x)(y - \mu_y) f(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y).$$

Os fatores $1/n$ do numerador e do denominador então se cancelam, resultando em:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Spearman

Não difere muito do caso anterior, apenas que ao invés de trabalharmos com os dados originais, nós transformarmos eles em um ranking, só então aplicamos a correlação de Pearson.

Tanto nesta seção quanto na anterior, devemos ter em mente que não analisamos os erros padrão nem os p-values. Em geral, essa análise adicional é importante para avaliar a significância estatística dos resultados, especialmente nos testes de correlação. No entanto, em muitos casos a regressão linear pode ser utilizada apenas como uma ferramenta descritiva, isto é, com o objetivo de encontrar a reta que melhor representa a distribuição dos pontos, independentemente de inferência estatística sobre os coeficientes.

Variâncias de variáveis correlacionadas

Se são correlacionadas então: $var(X \pm Y) = var(X) + var(Y) \pm cov(X, Y)$

Expectativa condicional

A expectativa condicional de X dado $Y = y$ é:

$$E(X|Y = y) = \sum_x x f(x|Y = y) \quad \text{se } X \text{ for discreta}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x|Y = y) dx \quad \text{se } X \text{ for contínua}$$

Se $E(X|Y)$ é uma variável aleatória porque é uma função da variável condicionalmente, $E(X|Y = y)$ é uma constante para um dado valor específico de Y .

Variância condicional

De modo análogo sendo $var(X|Y = y) = E\{[X - E(X|Y = y)]^2 | Y = y\}$:

$$E(X|Y = y) = \sum_x [X - E(X|Y = y)]^2 f(x|Y = y) \quad \text{se } X \text{ for discreta}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} [X - E(X|Y = y)]^2 f(x|Y = y) dx \quad \text{se } X \text{ for contínua}$$

Propriedades da expectativa e variância condicional:

- Se $f(X)$ então $E(f(X)|X) = f(X)$
- Se $f(X)$ e $g(X)$ são funções de X então $E(f(X)Y + g(X)) = f(X)E(Y|X) + g(X)$
- Lei das expectativas iteradas: $E(Y) = E_X[E(Y|X)] = \sum_x E(Y|X = x) f(x)$, onde E_X denota que a expectativa ta cobrindo todos os valores de X .
- Se X e Y forem independentes $E(Y|X) = E(Y)$ e $var(Y|X) = var(Y)$

Momentos de ordem superior:

Momento de ordem r : $E[(X - \mu)^r] = m_r$. Terceiro e quarto momento são utilizados no estudo da “forma” de uma probabilidade. Para o cálculo da assimetria (falta de simetria) calculamos $S = m_3/\sigma^3$ e curtose (elevação ou achatamento) $K = m_4/m_2^2$. Nesse caso $K < 3$ são chamadas platiúrticas (gordas ou de cauda curtas) e $K > 3$ são chamadas leptocúrticas (magras ou cauda longas). E ainda $K = 3$ é chamada mesocúrtica (distribuição normal).

Distribuições:

Sobre a normal:

- Por questão de notação, denotamos uma variável distribuída de forma normal como $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.
- Uma combinação linear de variáveis de distribuição normal é distribuída normalmente: $Y = aX_1 + bX_2 \sim N[(a\mu_1 + b\mu_2), (a^2\sigma_1^2 + b^2\sigma_2^2)]$
- **Teorema do limite central:** $\bar{X}_{x \rightarrow \infty} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$, isto é, \bar{X} aproxima-se da distribuição normal com média μ e variância σ^2/n . Esse resultado é verdadeiro não importando a forma da FDP original.
 - Em outras palavras: dada uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, a soma dessas variáveis, quando devidamente centralizada e normalizada, converge em distribuição para uma variável aleatória normal.
- Se X e Y possuem distribuição conjunta normal (isto é, os pares (X, Y) formam uma distribuição normal bidimensional), então toda a dependência entre elas é determinada pela covariância. Nesse caso, dizer que $Cov(X, Y) = 0$ é equivalente a dizer que são independentes.

Inferência estatística: estimação

Pode ser que sabemos (ou supomos) que uma variável aleatória X segue uma distribuição de probabilidade particular, mas não sabemos os valores dos parâmetros da distribuição. Por exemplo, se temos uma distribuição normal, podemos querer saber a média e a variância. O procedimento habitual é ter uma amostra aleatória de tamanho n e então utilizar estes dados para estimar os parâmetros desconhecidos. Se temos uma variável aleatória X com FDP $f(x)$ e repetimos o experimento 100 vezes de forma independente, podemos considerar este como um único experimento que tem como resultado uma amostra X_1, X_2, \dots, X_{100} , onde todas tem a mesma distribuição $f(x)$. Nesse caso, a FDP conjunta deste experimento é $f(x_1, \dots, x_{100}) = f(x_1) \cdots f(x_{100})$, pois as observações são independentes e identicamente distribuídas. Assim, X_1, \dots, X_{100} constituem uma amostra aleatória de tamanho $n = 100$ proveniente de uma população

com FDP $f(x)$. Deve estar claro: o experimento aqui consiste em retirar 100 valores aleatórios x_i de X . Ou seja, uma amostra aleatória de tamanho n é o conjunto de n valores observados de uma variável aleatória gerada repetidamente segundo a mesma FDP $f(x)$.

Estimação pontual

Vamos supor que sabemos a FDP, mas não sabemos um parâmetro θ . Sorteamos então uma amostra aleatória de tamanho n e desenvolvemos uma função dos valores da amostra de modo que $\hat{\theta} = f(x_1, \dots, x_n)$ (chamado de estimador ou estatística) forneça uma estimativa do verdadeiro θ (chamado de estimativa)⁶². Se ele fornece uma estimativa única, é então conhecido como estimativa pontual.

Estimação intervalar

Agora não temos mais apenas um valor estimado, mas um intervalo no qual esperamos que o verdadeiro valor do parâmetro esteja. O conceito importante é o da distribuição de probabilidade do estimador. Por exemplo, se uma variável aleatória X possui distribuição normal, então a média da amostra também possui uma distribuição normal com média μ (a média verdadeira da população) e variância σ^2/n . Assim, a distribuição do estimador \bar{X} é $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$.

Como sabemos que, em uma distribuição normal, o intervalo entre $\mu \pm 2\sigma/\sqrt{n}$ corresponde a aproximadamente 95% da área sob a curva da distribuição, temos que $P\left(\mu - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} \leq \mu + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right) \approx 0.95$, sendo μ a média da distribuição da população e também da distribuição teórica do estimador, e \bar{X} a média empírica da amostra. Ou seja, temos aproximadamente 95% de chance de que nossa média amostral \bar{X} esteja a uma distância inferior a $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ da média verdadeira teórica. Podemos mostrar facilmente que $a - b \leq X \leq a + b$ é equivalente a $X - b \leq a \leq X + b$, bastando rearranjar os termos da desigualdade, portanto, $P\left(\bar{X} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right) \approx 0.95$ ⁶³. Equivalentemente, o intervalo $\left[\bar{X} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ possui 95% de chances de conter o verdadeiro valor de μ ⁶⁴.

De forma mais geral, na estimação intervalar, construímos dois estimadores $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$ de maneira que:

⁶²Vale dizer que $\hat{\theta}$ também pode ser tratada como uma variável aleatória pois é uma função dos dados amostrais, com uma própria distribuição.

⁶³Mas vale destacar que aqui σ representa o desvio padrão verdadeiro da população. Na prática, como esse valor geralmente é desconhecido, podemos aproximá-lo pelo desvio padrão medido empiricamente na amostra. Contudo, essa substituição adiciona uma incerteza extra à estimação, já que o próprio desvio padrão passa a ser estimado a partir da amostra.

⁶⁴Detalhe técnico: Em mensurações repetidas como essa, os intervalos assim estabelecidos incluirão o verdadeiro μ com 95% de confiança. Porém não podemos dizer que seja de 95% a probabilidade de que um intervalo particular medido contenha μ . Como esse intervalo é fixado, a probabilidade de que ele inclua μ é 0 ou 1. O que podemos afirmar é que, se construirmos 100 desses intervalos, 95 dos 100 intervalos incluirão μ ; não podemos garantir que um intervalo em particular incluirá necessariamente μ .

$$P(\hat{\theta}_1 \leq \theta \leq \hat{\theta}_2) = 1 - \alpha \quad 0 < \alpha < 1$$

Ou seja, podemos afirmar tanto que $p = 1 - \alpha$ é a probabilidade de que este intervalo contenha o verdadeiro θ . Este intervalo se chama intervalo de confiança p , sendo p o coeficiente de confiança e α o nível de significância.

Métodos de estimação

Há três métodos principais de estimação de parâmetros.

Método dos mínimos quadrados: consiste em definir uma função erro, geralmente baseada na soma dos quadrados dos desvios entre os dados observados e os valores previstos pelo modelo, e minimizá-la. Já utilizamos essa ideia anteriormente para estimar a inclinação de uma reta.

Método da verossimilhança: depende da função de verossimilhança. Vamos supor que temos uma variável aleatória X com uma FDP $f(X, \theta)$, novamente conhecemos a FDP não o valor do parâmetro. Se temos uma amostra de n variáveis aleatórias X_i , novamente temos uma FDP conjunta. Agora temos uma interpretação dual desta FDP.

Se sabemos o θ ela é uma FDP de observar os dados dos valores amostrais. Mas se temos os valores amostrais x_n então ela pode ser uma função de θ . Neste caso chamamos de função de verossimilhança, e agora buscamos o valor do parâmetro θ que torna a amostra observada a mais plausível possível. A função verossimilhança, é então:

$$L(\theta; x_1, \dots, x_n) = \prod_i f(x_i; \theta)$$

O estimador de máxima verossimilhança de θ é aquele que maximiza a função de verossimilhança da amostra. Por questões matemáticas em geral tomamos o logaritmo, e seguindo as regras de cálculo diferenciamos a função com respeito a incógnita e igualamos a derivada a zero. O estimador obtido assim é chamado de estimador de máxima verossimilhança. Por exemplo, a distribuição de Poisson é $f(X) = e^{-\lambda} \lambda^x / x!$ e $E(X) = \lambda$. Então obtemos n valores a partir da FDP e construímos uma amostra, a FDP conjunta da amostra é:

$$L(\theta; x_1, \dots, x_n) = \prod_i \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x_i}}{x_i!}$$

Tirando o logaritmo:

$$\begin{aligned}\log L &= \sum [-\lambda \log e + x_i \log \lambda - \log x_i!] \\ &= -\lambda n + \sum x_i \log \lambda - \sum \log x_i!\end{aligned}$$

Diferenciando com respeito a λ e igualando a zero:

$$0 = -n + \frac{\sum x_i}{\hat{\lambda}}$$

Então $\hat{\lambda} = \frac{\sum x_i}{n} = \bar{X}$, sendo que \bar{X} é o estimador de $E(X)$.

Método dos momentos: O método dos momentos baseia-se no chamado princípio da analogia, segundo o qual as propriedades observadas na amostra devem reproduzir, ao menos aproximadamente, as propriedades teóricas da população. Em termos matemáticos, isso significa substituir os momentos (como a média $E(X)$ por exemplo) pelos seus correspondentes amostrais (como a média \bar{X}). Assim, os parâmetros desconhecidos da distribuição são estimados impondo que os momentos teóricos coincidam com os momentos observados na amostra. A justificativa desse procedimento decorre da **Lei dos Grandes Números**, segundo a qual a média amostral converge para a média populacional à medida que o tamanho da amostra aumenta.

Por exemplo, considere uma variável aleatória com distribuição exponencial, $X \sim \text{Exp}(\lambda)$. Nesse caso, a média populacional é dada por $E(X) = \frac{1}{\lambda}$. Pelo método dos momentos, substituímos a média populacional pela média observada na amostra, isto é, $\bar{X} = \frac{1}{\lambda}$ e obtemos o estimador pelo método dos momentos: $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{X}}$. Assim, o parâmetro desconhecido da distribuição é estimado a partir da média observada na amostra. Mas eu não me aprofundarei nem no princípio da analogia, e nem no método dos momentos generalizados.

Propriedades de pequenas amostras: Por trás desses conjuntos de propriedades está a noção de que um estimador possui uma distribuição de probabilidade.

Sem viés: $E(\hat{\theta}) = \theta$, sendo viés = $E(\hat{\theta}) - \theta$

Variância mínima: dizemos que $\hat{\theta}$ é um estimador de variância mínima se sua variância for menor que a de qualquer outro estimador.

Melhor estimador não enviesado (ou estimador eficiente): Se é o estimador de menor variância e sem viés.

Linearidade: Um estimador $\hat{\theta}$ é um estimador linear se ele é um função linear das observações da amostra. Como por exemplo, a média da amostra é uma função linear dos valores de X : $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum X_i$.

Melhor estimador linear não viesado: se o estimador é linear, não viesado e possui uma variância mínima.

Estimador com erro quadrado médio mínimo (MSE): Definimos $MSE =$

$$E \left[\left(\hat{\theta} - \theta \right)^2 \right]$$

Enquanto a variância mensura a dispersão da distribuição de $\hat{\theta}$ em torno da média, o MSE mensura a dispersão em torno do valor verdadeiro. E relação pode ser escrita como:

$$MSE = E \left[\left(\hat{\theta} - \theta \right)^2 \right] = var \left(\hat{\theta} \right) + \left[vies \left(\hat{\theta} \right) \right]^2$$

Na prática, o critério de mínimo erro quadrático médio (MSE) é frequentemente utilizado quando se deseja equilibrar simultaneamente viés e variância, permitindo inclusive a utilização de estimadores viesados caso isso resulte em menor erro total de estimação.

Propriedades de grandes amostras ou assintóticas:

Um estimador pode não satisfazer uma ou mais propriedades em amostra pequena, mas à medida que o tamanho da amostra cresce, o estimador pode possuir várias propriedade estatísticas desejáveis.

Ausência assintótica de viés: $\lim_{n \rightarrow \infty} E \left(\hat{\theta}_n \right) = \theta$

Consistência: Quando o estimador $\hat{\theta}$ se aproxima do valor verdadeiro de θ à medida que o tamanho da amostra torna-se cada vez maior. Diz-se, mais formalmente, que $\hat{\theta}$ é um estimador consistente de θ se a probabilidade de que o valor absoluto da diferença entre $\hat{\theta}$ e θ seja menor do que δ , isto é, uma quantidade positiva arbitrariamente pequena, aproxima-se de 1 quando n tende ao infinito. Simbolicamente:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \hat{\theta} - \theta \right| < \delta \right\} = 1 \quad \delta > 0$$

Isso é frequentemente expresso como:

$$\text{plim}_{n \rightarrow \infty} \hat{\theta} = \theta$$

Condição suficiente: tanto o viés $\lim_{n \rightarrow \infty} E \left(\hat{\theta}_n \right) = \theta$ quanto a variância $\lim_{n \rightarrow \infty} var \left(\hat{\theta}_n \right) = 0$ devem tender a zero a medida que o tamanho da amostra cresce. Ou seja, o MSE deve tender a zero a medida que n cresce.

Algumas propriedades dignas de nota:

1. Invariância (propriedade de Slutsky): Se $\hat{\theta}$ for consistente e $h \left(\hat{\theta} \right)$ for qualquer função que dependa apenas de $\hat{\theta}$: $\text{plim}_{n \rightarrow \infty} h \left(\hat{\theta} \right) = h \left(\theta \right)$
2. Se b é uma constante: $\text{plim}_{n \rightarrow \infty} b = b$
3. Se $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$ forem estimadores consistentes:

$$\begin{aligned}\text{plim}_{n \rightarrow \infty} (\widehat{\theta}_1 + \widehat{\theta}_2) &= \text{plim}_{n \rightarrow \infty} (\widehat{\theta}_1) + \text{plim}_{n \rightarrow \infty} (\widehat{\theta}_2) \\ \text{plim}_{n \rightarrow \infty} (\widehat{\theta}_1 \widehat{\theta}_2) &= \text{plim}_{n \rightarrow \infty} (\widehat{\theta}_1) \text{plim}_{n \rightarrow \infty} (\widehat{\theta}_2) \\ \text{plim}_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\widehat{\theta}_1}{\widehat{\theta}_2} \right) &= \frac{\text{plim}_{n \rightarrow \infty} (\widehat{\theta}_1)}{\text{plim}_{n \rightarrow \infty} (\widehat{\theta}_2)}\end{aligned}$$

4. **Assintoticamente eficiente:** A variância da distribuição assintótica (quando $n \rightarrow \infty$) é chamada de variância assintótica de $\widehat{\theta}$. Então se $\widehat{\theta}$ for consistente e sua variância assintótica for menor do que a variância assintótica de todos os estimadores consistentes de θ então $\widehat{\theta}$ é chamado de assintoticamente eficiente.
5. Normalidade assintótica: o estimador $\widehat{\theta}$ é considerado ter distribuição assintoticamente normal se sua distribuição amostral tende a aproximar-se da distribuição normal à medida que o tamanho da amostra cresce.

Inferência estatística: estando as hipóteses

O problema do teste de hipótese pode ser estabelecido da seguinte forma: admita que tenhamos uma variável aleatória X com uma FDP conhecida $f(x, \theta)$, em que θ é o parâmetro da distribuição. Ao obtermos uma amostra aleatória de tamanho n , obtemos o estimador pontual $\widehat{\theta}$.

Uma vez que o verdadeiro θ é raramente conhecido, levantamos a questão: o valor observado do estimador, obtido a partir da amostra, é plausível sob a distribuição que ele teria caso $\theta = \theta^*$. Isto é, a amostra poderia ter sido gerada por uma distribuição cujo parâmetro verdadeiro é θ^* ?

- **Hipótese nula (ou sustentada) H_0 :** Na linguagem de teste da hipótese, ela afirma que os dados observados são compatíveis com a distribuição que o estimador $\widehat{\theta}$ teria caso o verdadeiro valor do parâmetro fosse $\theta = \theta^*$.
- **Hipótese alternativa H_1 :** A hipótese nula deve ser testada contra uma hipótese alternativa, por exemplo, $H_1: \theta \neq \theta^*$, ao qual afirma que o verdadeiro valor do parâmetro é diferente de θ^* . Neste caso, a amostra observada não faz muito sentido se o parâmetro verdadeiro for θ^* .

A hipótese nula e a alternativa podem ser simples ou compostas. Hipótese simples é quando se especifica os valor dos parâmetros da distribuição (ex.: $\sigma = 2$), e hipótese composta quando não (ex.: $\sigma > 2$).

Para testar a hipótese nula, utilizamos a informação da amostra para obter o que é chamado de estatística de teste e então utilizamos a abordagem do intervalo de

confiança ou do teste de significância para testar a hipótese nula. Vamos trabalhar com um exemplo. Vamos supor que temos uma população de homens com altura média de μ e desvio padrão $\sigma = 2.5$. Uma amostra de 100 homens foi tirada dessa população com média de $\bar{X} = 67$.

Ou seja:

$$X \sim N(\theta, \sigma^2) = N(\mu, 2.5^2)$$

$$\bar{X} = 67, n = 100$$

E vamos admitir que:

$$H_0 : \mu = \mu^* = 69$$

$$H_1 : \mu \neq 69$$

A questão é: poderia a amostra com $\bar{X} = 67$ (a estatística de teste), ter sido extraída da população com o valor médio de $\mu = 69$?

Abordagem do intervalo de confiança

Tendo então a variável aleatória $X \sim N(\theta, \sigma^2)$ e tendo a estatística de teste $\bar{X} \sim (\mu, \sigma^2/n)$. Podemos então estabelecer um intervalo de confiança $(100 - \alpha)$ para μ , e verificar se esse intervalo inclui $\mu = \mu^*$. Se incluir não podemos rejeitar a hipótese nula, se não incluir, podemos rejeitar. Assim se $\alpha = 0.05$ temos um intervalo de confiança de 95% e se esse intervalo incluir μ^* não podemos rejeitar a hipótese nula e esperamos que 95 entre 100 intervalos assim estabelecidos deverão incluir μ^* ⁶⁵.

Usando os valores conhecidos de σ e $n\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n) = N(\mu, (0.25)^2)$, Ou seja, $\sigma_{\bar{X}} = 0.25$ é o erro padrão de \bar{X} . Como o intervalo entre $\bar{X} \pm 1.96\sigma_{\bar{X}}$ cobre aproximadamente 95% da área sob a normal, então o intervalo de confiança de 95% de que μ esteja no intervalo é [66.51, 67.49]. Uma vez que estabelecemos o intervalo, tudo que temos que fazer é verificar se μ está nesse intervalo. Se estiver não podemos rejeitar a hipótese nula, se não estiver, podemos rejeitar. Como este intervalo não inclui $\mu^* = 69$ então rejeitamos a hipótese nula com um coeficiente de confiança de 95%⁶⁶.

Na linguagem do teste de hipóteses, o intervalo de confiança é chamada de região de aceitação, e as regiões fora de região crítica (ou região de rejeição). Os limites inferiores e superiores são chamados de valores críticos.

Temos ainda dois tipos de erros:

⁶⁵Mas ainda há um risco de que no específico caso que realizarmos este teste, seja um dos 5% que não incluiria μ^* .

⁶⁶Mas observe que neste caso se a hipótese for que $\mu = \bar{X}$, nunca rejeitaríamos a hipótese. A hipótese então deve ser formulada independentemente dos dados observados.

- **Erro do tipo 1:** rejeitar H_0 quando ela é verdadeira.
- **Erro do tipo 2:** Não rejeitar H_0 quando ela é falsa.

Tipos de erro

A abordagem clássica é supor que um erro do tipo 1 seja mais sério do que um erro do tipo 2. Ou seja primeiro se minimiza o erro do tipo 1, e então minimiza um erro do tipo 2 quando possível.

Temos:

- α : **nível de significância** é a probabilidade de um erro do tipo 1.
- β é a probabilidade de um erro do tipo 2.
 - Potência de teste: a probabilidade de não cometer um erro do tipo 2. Capacidade de rejeitar uma falsa hipótese nula.

Ou seja fixamos α e níveis como 0.01 ou 0.05 e maximizamos a potência de teste. Vamos tomar novamente um exemplo.

Vamos tomar $X \sim (\mu, 100)$, uma amostra com 25 observações e considerar uma hipótese $H_0 : \mu = 50$. Temos também então $\bar{X} \sim N(\mu, 100/25)$. Considerando um estimador com essa variância que tivesse média de 50, a região de confiança seria $\pm 1.6\sqrt{100/25}$ em torno da média, ou seja entre 46.08 e 53.2, rejeitamos então a hipótese nula de que a média é verdadeira se o valor da média da amostra estiver fora desse intervalo. Lembrando que obtemos isso a partir de que:

$$P(\bar{X} - a \leq \mu \leq \bar{X} + a) = P(\mu - a \leq \bar{X} \leq \mu + a)$$

Porém queremos saber a probabilidade de que X esteja situado na região crítica se μ_v verdadeiro possuir um valor diferente de 50. Vamos considerar três hipóteses alternativas: 48, 52, 56. Nesse caso, considerando que X tem 95% de cair no intervalo [46.08, 53.2] de acordo com nossa hipótese, tem 5% de chance de cair fora do intervalo e ser rejeitado se $\mu_v = 50$. Podemos ver que caso a hipótese nula esteja correta, α nos a probabilidade de rejeitar a hipótese nula mesmo ela sendo verdadeira (erro do tipo I).

Aqui devemos nos atentar ao fato de que, em muitos testes estatísticos implementados em softwares como o Stata (por exemplo, o teste de correlação de Pearson), formulamos uma hipótese nula que representa ausência de efeito ou relação. No caso do teste de Pearson, a hipótese nula usual é a ausência de correlação linear na população, portanto quanto maior a probabilidade de que os dados observados serem compatíveis com a hipótese nula, mais fraco estatisticamente consideramos o resultado do nosso teste. Assim, quanto menor o nível de significância menos propensos estamos

de cometer um erro do tipo I, isto é, descartar a hipótese nula mesmo ela sendo verdadeira. Se adotamos um valor muito baixo de α e mesmo assim rejeitamos a hipótese nula, supomos que é porque ela provavelmente é realmente falsa⁶⁷.

Mas se $\mu_v = 48$ então sobre para 17% a chance de rejeitar a hipótese nula, também temos 17% para caso seja $\mu_v = 52$ e 85% caso seja $\mu_v = 0.56$. Mas veja bem, se fosse $\mu = 48$, então em cada 100 execuções, 83 vezes nossa média da amostra retornaria um valor dentro do intervalo, ou seja, eu não rejeitaria a hipótese nula, mesmo estando errada e cometeríamos um erro do tipo II, assim, não rejeitar a hipótese nula não significa demonstrar que ela seja verdadeira; significa apenas que os dados observados não foram suficientemente improváveis sob a hipótese considerada. Da mesma forma, rejeitar a hipótese nula não significa demonstrar que ela seja falsa, mas sim que os dados observados foram suficientemente improváveis sob essa hipótese segundo o critério de significância adotado.

Podemos notar que pela natureza aleatória do experimento, conforme diminuimos α , aumentamos a região de aceitação e podemos acabar aumentando a quantidade de erro do tipo II. Agora, vamos resumir os passos envolvidos no teste da hipótese estatística:

- **Passo 1.** Formule a hipótese nula H_0 e a hipótese alternativa H_1 (por exemplo: $H_0 : \mu = 69$ e $H_1 : \mu \neq 69$).
- **Passo 2.** Selecione a estatística de teste (por exemplo: \bar{X}).
- **Passo 3.** Determine a distribuição de probabilidade da estatística de teste (por exemplo: $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$).
- **Passo 4.** Escolha o nível de significância α (a probabilidade de cometer um erro do tipo I: rejeitar H_0 quando ela é verdadeira).
- **Passo 5.** Utilizando a distribuição de probabilidade da estatística de teste, estabeleça um valor de confiança $100(1 - \alpha)\%$. Se o valor hipotetizado em H_0 (por exemplo: $\mu = 69$) pertencer ao intervalo de confiança, não rejeitamos H_0 ao nível α . Porém, se ele estiver fora desse intervalo (ou seja, dentro da região de rejeição), pode-se rejeitar a hipótese nula. Tenha em mente que, ao rejeitar uma hipótese nula, corre-se o risco de estar errado em uma porcentagem α , e ao não rejeitar também temos uma chance β de estarmos errados.

Valor p ou nível exato de significância

Existe uma alternativa mais informativa do que simplesmente pré-selecionar níveis arbitrários de significância α . Além disso, os exemplos anteriores assumiam que a

⁶⁷Ainda que nunca possa ser $\alpha = 0$, pois isso implicaria em nunca rejeitar a hipótese nula para nunca cometer nenhum erro do tipo I.

variância da população era conhecida, hipótese frequentemente irrealista, já que na prática normalmente não conhecemos nem a média nem a variância populacional.

O valor-p (ou nível exato de significância) de uma estatística de teste é definido como o menor nível de significância ao qual a hipótese nula pode ser rejeitada. Para entender essa ideia, suponha a hipótese nula $H_0 : \mu = a$. A partir de uma amostra, calculamos a média amostral \bar{X} e para um dado nível de significância α , podemos construir um intervalo de confiança de nível $(1 - \alpha) \%$. Se o valor hipotético a estiver fora desse intervalo, rejeitamos H_0 ; caso contrário, não a rejeitamos.

Caso tivéssemos rejeitado a hipótese nula, poderíamos imaginar diminuir α . Como isso aumenta o intervalo de confiança, torna-se mais difícil rejeitar H_0 . Nesse contexto, o valor-p representa exatamente o ponto limite: ele é o menor valor de α para o qual a hipótese nula ainda seria rejeitada pelos dados observados. Ou seja, quanto menor o valor-p, maior precisaria ser o intervalo de confiança para que H_0 deixasse de ser rejeitada. Equivalentemente, isso significa que os dados observados são menos compatíveis com a hipótese nula, pois seriam mais improváveis caso H_0 fosse verdadeira. Ou seja, para um valor-p de 5% por exemplo, assumindo que a hipótese nula seja verdadeira, existe menos de 5% de probabilidade de observar um resultado tão extremo quanto o obtido.

Como mencionado, em grande parte dos testes estatísticos, a hipótese nula H_0 representa uma hipótese de ausência de efeito, ausência de diferença ou ausência de relação entre variáveis. Nesse contexto, o objetivo do teste é procurar evidências contra a hipótese nula. Assim, quanto menor o valor-p, menos compatíveis os dados observados parecem ser com a hipótese nula e, portanto, maior a evidência contra H_0 . Entretanto, é importante ressaltar que o teste frequentista não prova a hipótese alternativa; ele apenas avalia quão incompatíveis os dados observados são com a hipótese nula.

Abordagem do teste da significância

Vamos abordar uma variável aleatória normal normalizada:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

\bar{X} e n são conhecidos, e se σ for especificado e considerarmos um $\mu = \mu^*$ específico então podemos calcular a probabilidade de ter um valor igual ou maior que Z . Se a probabilidade for muito pequena, então podemos rejeitar a hipótese nula, isto é, se a hipótese nula fosse verdadeira, deveríamos ter uma probabilidade alta de obter Z ou maior. Voltando ao nosso exemplo, suponha a hipótese nula $H_0 : \mu = 69$. Nesse caso,

$$Z = \frac{67 - 69}{2.5/\sqrt{100}} = -8$$

A probabilidade de obter um valor de Z tão extremo quanto $|8|$ (ou mais), assumindo que H_0 seja verdadeira, é extremamente pequena. Isso significa que, se de fato $\mu = 69$, seria extremamente improvável observar uma média amostral tão distante quanto $\bar{X} = 67$. Portanto, suspeitamos que nossa amostra não provenha de uma população cuja média verdadeira seja 69.

Na linguagem dos testes de hipótese, dizemos que uma estatística de teste é estatisticamente significativa quando a probabilidade de observar um resultado tão extremo quanto o obtido é menor ou igual ao nível de significância α , isto é, a probabilidade máxima tolerada de cometer um erro do tipo I (rejeitar H_0 quando ela é verdadeira). Análogo a discussão anterior, assumindo que a hipótese é verdadeira se escolhermos $\alpha = 0.05$. temos um intervalo de confiança de 95%, mas ainda sim, 5% dos dados coletados aleatoriamente poderiam ter um valores extremos fora do intervalo e rejeitaríamos a hipótese nula mesmo sendo verdadeira. Se definirmos $\alpha = 0.05$,então rejeitamos a hipótese nula sempre que a probabilidade associada ao valor observado da estatística (ou maior) de teste for menor que 5%. Em nosso exemplo, a probabilidade de obter um valor tão extremo quanto $Z = -8$ é muito menor que 2.5% em cada cauda da distribuição normal. Portanto, consideramos o resultado estatisticamente significativo e rejeitamos a hipótese nula de que o verdadeiro valor de μ seja 69. Na prática então esta abordagem nos dá p-value.

A estrutura geral é então:

- **Passo 1.** Formule a hipótese nula H_0 e a hipótese alternativa H_1
- **Passo 2.** Selecione a estatística de teste.
- **Passo 3.** Determine a distribuição de probabilidade da estatística de teste.
- **Passo 4.** Calcular a probabilidade, assumindo H_0 verdadeira, de obter um resultado tão extremo quanto o observado.

Referências

- [1] Theodor W. Adorno. *Introdução à dialética*. Editora Unesp, São Paulo, 2021. Tradução de Álvaro Bianchi.
- [2] Eduardo G. Altmann. *Statistical Laws in Complex Systems: Combining Mechanistic Models and Data Analysis*. Springer Nature Switzerland, 2024.
- [3] John Angle. The surplus theory of social stratification and the size distribution of personal wealth. *Social Forces*, 65(2):293–326, 1986.

- [4] Celia Anteneodo. A física das partículas humanas. *Ciência Hoje*, 57(342):34–39, 2016.
- [5] H. Aoyama, Y. Fujiwara, Y. Ikeda, H. Iyetomi, W. Souma, and H. Yoshikawa. *Macro-Econophysics: New Studies on Economic Networks and Synchronization*. Physics of Society: Econophysics and Sociophysics. Cambridge University Press, 2017.
- [6] E. Aydiner, A.G. Cherstvy, and R. Metzler. Money distribution in agent-based models with position-exchange dynamics: the pareto paradigm revisited. *The European Physical Journal B*, 92:104, 2019.
- [7] E. Aydiner, A.G. Cherstvy, R. Metzler, and Igor M. Sokolov. Universal pareto laws in agent-based exchange models: debt and varying initial-money distributions. *The European Physical Journal B*, 96, 2023.
- [8] Ekrem Aydiner, Andrey G. Cherstvy, and Ralf Metzler. Wealth distribution, pareto law, and stretched exponential decay of money: Computer simulations analysis of agent-based models. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 490:278–288, 2018.
- [9] Mikhail Bakhtin. *Marxismo e filosofia da linguagem*. 1929. Livro em PDF. Acesso em: 9 maio 2026.
- [10] Suchismita Banerjee, Bikas K. Chakrabarti, Manipushpak Mitra, and Suresh Mutuswami. On the kolkata index as a measure of income inequality. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 545:123178, 2020.
- [11] César Mortari Barreira. A “nova leitura de marx”: um mapeamento de suas premissas e desenvolvimentos. *Revista da Sociedade Brasileira de Economia Política*, (63):10–40, May 2022. Acesso em: 8 maio 2026.
- [12] Urna Basu and P. K. Mohanty. Modeling wealth distribution in growing markets. *The European Physical Journal B*, 65(4):585–589, October 2008.
- [13] Anna L. C Bazzan. Multiagent systems and agent-based modeling and simulation, 2018. Acesso em 02 mar. 2022.
- [14] Walter Benjamin. A obra de arte na era de sua reprodutibilidade técnica. 1936. Texto em PDF. Acesso em: 9 maio 2026.
- [15] BLS-US. www.bls.gov. (accessed: 28.10.2024).

- [16] Augusto Boal. *Teatro do oprimido e outras poéticas políticas*. Editora Civilização Brasileira, Rio de Janeiro, 1991.
- [17] Bruce Boghosian. Fokker–planck description of wealth dynamics and the origin of pareto’s law. *International Journal of Modern Physics C*, 25(12):1441008, 2014.
- [18] Bruce M. Boghosian. Kinetics of wealth and the pareto law. *Physical Review E*, 89:042804, Apr 2014.
- [19] Ludwig Boltzmann. Further studies on the thermal equilibrium of gas molecules, 1872. Tradução. Acesso em 08 dez. 2025.
- [20] Jhordan Silveira Borba, Sebastian Gonçalves, and Celia Anteneodo. Inequality in a model of capitalist economy. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 664:130457, 2025.
- [21] Jean-Philippe Bouchaud. Economics needs a scientific revolution. *Nature*, 455(7217):1181–1181, 2008.
- [22] Jean-Philippe Bouchaud and Marc Mézard. Wealth condensation in a simple model of economy. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 282(3):536–545, 2000.
- [23] Carlo Cafiero. *O Capital: compêndio*. Editora Polis, São Paulo, 1981.
- [24] Matheus Calvelli and Evaldo M. F. Curado. A wealth distribution agent model based on a few universal assumptions. *Entropy*, 25(8), 2023.
- [25] B. H. F. Cardoso, S. Gonçalves, and J. R. Iglesias. Why equal opportunities lead to maximum inequality? the wealth condensation paradox generally solved. *Chaos, Solitons & Fractals*, 168:113181, 2023.
- [26] Ben-Hur Francisco Cardoso, Sebastián Gonçalves, and José Roberto Iglesias. Wealth distribution models with regulations: Dynamics and equilibria. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 551:124201, 2020.
- [27] Anindya S. Chakrabarti and Bikas K. Chakrabarti. Microeconomics of the ideal gas like market models. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 388(19):4151–4158, 2009.
- [28] Bikas K. Chakrabarti, Anirban Chakraborti, Satya R. Chakravarty, and Arnab Chatterjee. *Econophysics of Income and Wealth Distributions*. Cambridge University Press, 2013.

- [29] A. Chakraborti and B.K. Chakrabarti. Statistical mechanics of money: how saving propensity affects its distribution. *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, 17:167–170, 2000.
- [30] Anirban Chakraborti, Ioane Toke, Marco Patriarca, and Frédéric Abergel. Econophysics review : Ii. agent-based models. *Quantitative Finance*, 11:1013–1041, 03 2011.
- [31] Arnab Chatterjee, Bikas K. Chakrabarti, and S.S Manna. Pareto law in a kinetic model of market with random saving propensity. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 335(1):155–163, 2004.
- [32] James Chen. Financial assets: Understanding liquid and illiquid types, April 2026. Reviewed by Margaret James; fact-checked by Vikki Velasquez. Investopedia. Accessed: 2026-05-10.
- [33] James Chen. Nonfinancial assets: Meaning, valuation, and real-world examples, February 2026. Reviewed by Caitlin Clarke. Investopedia. Accessed: 2026-05-10.
- [34] Paul Cockshott. A comment on a lecture about hegel, August 2020. Acesso em: 9 maio 2026.
- [35] Paul Cockshott and Maxi Nieto. *Ciber-comunismo: planificación económica, computadoras y democracia*. Editorial Trotta, Madrid, 2020.
- [36] W. Paul Cockshott and Allin Cottrell. *Towards a New Socialism*. Spokesman Books, Nottingham, 1993.
- [37] W. Paul Cockshott, Allin Cottrell, Greg Michaelson, Ian Wright, and Victor Yakovenko. *Classical Econophysics*. Routledge, London, 2012.
- [38] Osvaldo Coggiola. *Teoria Econômica Marxista*. Boitempo Editorial, São Paulo, 2024. Accessed: 2026-05-09.
- [39] Fernando Nogueira da Costa. Economia da complexidade ou econofísica, 2024. Acesso em 08 dez. 2025.
- [40] Henrique Oliveira da Silva. *Em busca da aplicabilidade de sociedades artificiais em informática educativa*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.
- [41] Ricardo Santos David. Ideologia e dialogismo: Mikhail bakhtin, história e conceitos que cabem na sala de aula. *Revista Letra Magna*, 13(21):109–126, 2017. Acesso em: 9 maio 2026.

- [42] René Descartes. Carta-prefácio aos princípios da filosofia. 1663. Prefácio em forma de carta.
- [43] Thiago Dias and Sebastián Gonçalves. Effectiveness of wealth-based vs exchange-based tax systems in reducing inequality. *Physica A*, 641:129721, 2024.
- [44] A. Dragulescu and V.M. Yakovenko. Statistical mechanics of money. *The European Physical Journal B*, 17(4):723–729, 2000.
- [45] Adrian Drăgulescu and Victor M. Yakovenko. Exponential and power-law probability distributions of wealth and income in the united kingdom and the united states. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 299(1):213–221, 2001.
- [46] Albert Einstein. *Como vejo o mundo*. Nova Fronteira, Rio de Janeiro, 1981.
- [47] Ingo Elbe. Entre marx, marxismo e marxismos: leituras da teoria de marx, August 2021. Tradução de Reginaldo Gomes e Romulo Cassi. Acesso em: 8 maio 2026.
- [48] Friedrich Engels. Anti-dühring, 1877. Disponível no Marxists Internet Archive. Acesso em: 8 maio 2026.
- [49] Friedrich Engels. Ludwig feuerbach e o fim da filosofia clássica alemã, 1886. Disponível no Marxists Internet Archive. Acesso em: 9 maio 2026.
- [50] Friedrich Engels. Carta a joseph bloch de 21 de setembro de 1890, September 1890. Correspondência de Friedrich Engels a Joseph Bloch.
- [51] Friedrich Engels. *A origem da família, da propriedade privada e do Estado*. Boitempo Editorial, São Paulo, 2019.
- [52] Emmanuel Farjoun and Moshe Machover. *Laws of Chaos: A Probabilistic Approach to Political Economy*. Verso, 2020. E-book.
- [53] Emmanuel D. Farjoun, Moshé Machover, and David Zachariah. *How Labor Powers the Global Economy: A Labor Theory of Capitalism*. Springer, 2022.
- [54] J. Doyne Farmer. *Making Sense of Chaos: A Better Economics for a Better World*. Yale University Press, New Haven, 2024.
- [55] J. Doyne Farmer and Duncan Foley. The economy needs agent-based modelling. *Nature*, 460(7256):685–686, 2009.

- [56] Ben Fine and Alfredo Saad-Filho. *O Capital de Marx*. Editora Contracorrente, São Paulo, 1 edition, 2021.
- [57] Richard Fleming. Lenin’s conception of socialism: Learning from the early experiences of the world’s first socialist revolution. *Forward*, 9(1), 1989. Spring/Summer 1989. Reproduced at Marxists Internet Archive. Accessed: 2026-05-09.
- [58] Philipp Frank. The origin of the separation between science and philosophy. *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, 80(2):115–139, 1952. Acesso em: 9 maio 2026.
- [59] Agustín Fuentes. *Why We Believe: Evolution and the Human Way of Being*. Yale University Press, New Haven, 2019.
- [60] Jaqueson K Galimberti, Stefan Pichler, and Regina Pleninger. Measuring inequality using geospatial data. *The World Bank Economic Review*, 37(4):549–569, None 2023.
- [61] Mauro Gallegati, Steve Keen, Thomas Lux, and Paul Ormerod. Worrying trends in econophysics. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 370(1):1–6, 2006. Econophysics Colloquium.
- [62] Marco Cesar Goldbarg and Henrique Pacca L. Luna. *Otimização combinatória e programação linear: Modelos e algoritmos*. Campus, Rio de Janeiro, 2000.
- [63] Antonio Gramsci. *Cadernos do cárcere: obra completa*. IGS-Brasil, Rio de Janeiro, 2024. Livro eletrônico em PDF. Tradução IGS-Brasil. Título original: *Quaderni del carcere*.
- [64] Max Greenberg and H. Oliver Gao. Twenty-five years of random asset exchange modeling. *The European Physical Journal B*, 97(59):1708–1720, 2024.
- [65] Ernesto Che Guevara. O socialismo e o homem em cuba, March 1965. Edição em PDF. Acesso em: 9 maio 2026.
- [66] D.N. Gujarati and D.C. Porter. *Econometria Básica - 5.Ed.* McGraw Hill Brasil, 2011.
- [67] Enver Hoxha. A luta ideológica e a educação do homem novo, 1971. Acesso em: 9 maio 2026.
- [68] Alan G. Isaac. Exploring the social-architecture model. *Eastern Economic Journal*, 45:565–589, 2019.

- [69] Marko Jusup, Petter Holme, Kiyoshi Kanazawa, Misako Takayasu, Ivan Romić, Zhen Wang, Sunčana Geček, Tomislav Lipić, Boris Podobnik, Lin Wang, Wei Luo, Tin Klanjšček, Jingfang Fan, Stefano Boccaletti, and Matjaž Perc. Social physics. *Physics Reports*, 948:1–148, 2022. Social physics.
- [70] Gustavo L. Kohlrausch and Sebastian Gonçalves. Wealth distribution on a dynamic complex network. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 652:130067, 2024.
- [71] Leandro Konder. *Os marxistas e a arte: breve estudo histórico-crítico de algumas tendências da estética marxista*. Coleção Arte e Sociedade. Expressão Popular, São Paulo, 2013.
- [72] H. Lavička, L. Lin, and J. Novotný. Employment, production and consumption model: Patterns of phase transitions. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(8):1708–1720, 2010.
- [73] Marc Lavoie. *Post-Keynesian Economics: New Foundations*. Edward Elgar Publishing, Cheltenham, UK & Northampton, MA, USA, 1st edition, 2014. Extensively revised edition of *Foundations of Post-Keynesian Economic Analysis*.
- [74] Vladimir Ilyich Lenin. Que fazer?, 1902. Edição em PDF. Acesso em: 9 maio 2026.
- [75] Sérgio Lessa and Ivo Tonet. *Introdução à Filosofia de Marx*. Expressão Popular, São Paulo, 2008.
- [76] Hugo Lima, Allan R. Vieira, and Celia Anteneodo. Nonlinear redistribution of wealth from a stochastic approach. *Chaos, Solitons Fractals*, 163:112578, 2022.
- [77] Lin Lin. *Agent-Based Models, Macroeconomic Scaling Laws and Sentiment Dynamics*. PhD thesis, Kiel University, Kiel, 2012.
- [78] Luiz Fernando Fontoura Lira. Althusser e as duas etapas do pensamento de marx: o conceito de “sobredeterminação”. *Lugar Comum – Estudos de Mídia, Cultura e Democracia*, (59), January 2021. Acesso em: 8 maio 2026.
- [79] G. Lukács and M.S. Luzón. *Historia y consciencia de clase: estudios de dialéctica marxista : con un nuevo prólogo del autor*. Obras completas. Editorial Grijalbo, S.A., 1969.
- [80] Anatoli Lunatcharski. *Revolução, arte e cultura*. Expressão Popular, São Paulo, 2022. Livro em PDF. Acesso em: 9 maio 2026.

- [81] Pattie Maes. *Agents that Reduce Work and Information Overload*. The MIT Press, Cambridge, 1997.
- [82] Ernest Mandel. *Iniciação à Teoria Económica Marxista*. 1967. Versão digital publicada no Marxists Internet Archive. Accessed: 2026-05-09.
- [83] Karl Marx. O 18 de brumário de Luís Bonaparte, 1852. Disponível no Marxists Internet Archive. Acesso em: 8 maio 2026.
- [84] Karl Marx. Salário, preço e lucro, 1865. Acesso em: 9 maio 2026.
- [85] Karl Marx. Crítica do programa de Gotha, 1875. Disponível no Marxists Internet Archive. Acesso em: 9 maio 2026.
- [86] Karl Marx. Carta para Wilhelm Bracke de 11 de abril de 1877, April 1877. Correspondência de Karl Marx a Wilhelm Bracke.
- [87] Karl Marx. *Para a crítica da economia política*. Boitempo Editorial, São Paulo, 2008. Tradução de Edgard Malagodi.
- [88] Karl Marx. *O capital: crítica da economia política. Livro I: o processo de produção do capital*. Boitempo Editorial, São Paulo, 2013. Tradução de Rubens Enderle.
- [89] Karl Marx. *O Capital: Crítica da Economia Política — Livro III: O Processo Global da Produção Capitalista*. Boitempo Editorial, São Paulo, 2017. Tradução de Rubens Enderle. Organização de Friedrich Engels. Accessed: 2026-05-09.
- [90] Karl Marx. *Introdução à crítica da filosofia do direito de Hegel, o manifesto inaugural do materialismo histórico*. Edições Redelp, Goiânia, 2020. Apresentação e comentários de Nildo Viana.
- [91] Karl Marx and Friedrich Engels. *A ideologia alemã*. Boitempo Editorial, São Paulo, 2007. Tradução de Rubens Enderle, Nélcio Schneider e Luciano Cavini Martorano.
- [92] Marxists Internet Archive. Glossary of terms, 2026. Acesso em: 9 maio 2026.
- [93] Humberto R. Maturana and Varela Francisco J. *De máquinas e seres vivos: autopoiese - a organização do vivo*. Artes Médicas, Porto Alegre, 1997.
- [94] Ho Chi Minh. Da moralidade revolucionária, 1958. Acesso em: 9 maio 2026.
- [95] C. F. Moukarzel, S. Gonçalves, J. R. Iglesias, M. Rodríguez-Achach, and R. Huerta-Quintanilla. Wealth condensation in a multiplicative random asset exchange model. *The European Physical Journal Special Topics*, 143:75–79, 2007.

- [96] José Paulo Netto and Marcelo Braz. *Economia política: uma introdução crítica*. Cortez Editora, São Paulo, 2023.
- [97] Luna Nguyen. *The Worldview and Philosophical Methodology of Marxism-Leninism: Curriculum of the Basic Principles of Marxism-Leninism*. Banyan House, 2023. Curriculum text.
- [98] Luna Nguyen. *Historical Materialism*. Banyan House, 2025. Curriculum text.
- [99] Oxford Review. Cultural hegemony: Definition and explanation, 2026. Acesso em: 9 maio 2026.
- [100] Vilfredo Pareto. *Cours d'économie politique. Vol. 1*. F. Rouge, 1896.
- [101] Carlos Marcelo Pedroso. Modelagem e avaliação de desempenho, 2022. (accessed: 27 fev 2025).
- [102] Thomas Piketty. *O capital no século XXI*. Intrínseca, Rio de Janeiro, 2014. Tradução de Monica Baumgarten de Bolle.
- [103] L. Plata-Pérez, J. Sánchez-Pérez, and F. Sánchez-Sánchez. An elementary characterization of the Gini index. *Mathematical Social Sciences*, 74:79–83, 2015.
- [104] Giovanni Reale and Dario Antiseri. *História da filosofia: Antiguidade e Idade Média*. Coleção Filosofia. Paulus, São Paulo, 1990.
- [105] Marcelo Resende. Medidas de concentração industrial: uma resenha. *Análise Econômica*, 12(21 & 22):24–33, 2009.
- [106] Dean Rickles. Econophysics for philosophers. *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 38(4):948–978, 2007.
- [107] Dean Rickles. Philosophy of econophysics. In *Routledge Encyclopedia of Philosophy*. Taylor & Francis, 2023. Acesso em 08 dez. 2025.
- [108] Jorge Rocha, Inês Boavida-Portugal, and Eduardo Gomes. Introductory chapter: Multi-agent systems. In Jorge Rocha, editor, *Multi-agent Systems*, chapter 1. IntechOpen, Rijeka, 2017.
- [109] Isaak Illich Rubin. *A Teoria Marxista do Valor*. Editora Brasiliense, São Paulo, 1980. Accessed: 2026-05-09.
- [110] Anwar Shaikh and Amr Ragab. Some universal patterns in income distribution: An econophysics approach. *Metroeconomica*, 74(1):248–264, 2023.

- [111] Paul Singer. *Curso de Introdução à Economia Política*. Forense Universitária, Rio de Janeiro, 17 edition, 2000. Accessed: 2026-05-09.
- [112] Jose Maria Sison. *Basic Principles of Marxism-Leninism*. Foreign Languages Press, Paris, 2025. 9th printing. Acesso em: 9 maio 2026.
- [113] F. Slanina. *Essentials of Econophysics Modelling*. Titolo collana. OUP Oxford, 2013.
- [114] Alexander Spirkin. *Dialectical Materialism*. Progress Publishers, Moscow, 1983. Disponível no Marxists Internet Archive. Acesso em: 9 maio 2026.
- [115] Dylan Sullivan and Jason Hickel. Capitalism and extreme poverty: A global analysis of real wages, human height, and mortality since the long 16th century. *World Development*, 161:106026, 2023. Acesso em: 9 maio 2026.
- [116] Kim Il Sung. Sobre a eliminação do dogmatismo e do formalismo e o estabelecimento do juche no trabalho ideológico, December 1955. Discurso aos propagandistas e agitadores do Partido do Trabalho da Coreia. Acesso em: 9 maio 2026.
- [117] Kim Il Sung. Acerca dos problemas do período de transição do capitalismo ao socialismo e da ditadura do proletariado, May 1967. Discurso pronunciado diante dos trabalhadores da esfera ideológica do Partido. Marxists Internet Archive. Accessed: 2026-05-09.
- [118] Kim Il Sung. *Teoria da Construção Económica do Socialismo*. Coleção Documentos. Edições Maria da Fonte, 1976. Marxists Internet Archive. Accessed: 2026-05-09.
- [119] Joana Tavares. O socialismo é uma doutrina triunfante, May 2021. Entrevista com Antonio Candido. Acesso em: 9 maio 2026.
- [120] Mao Tsé-Tung. Sobre a nova democracia, January 1940. Acesso em: 9 maio 2026.
- [121] Do The Tung. Clarifying the development of the socialist-oriented market economy. *Communist Review*, 2024. Professor, Doctor Do The Tung. Published by the Communist Review of Vietnam. Accessed: 2026-05-09.
- [122] UBS. Global wealth report, 2022. UBS Wealth Management. Accessed: 2023-05-10.
- [123] UNISON. Vulnerable workers, 2026. Accessed: 2026-05-10.

- [124] United Nations. *Sustainable Development Outlook 2019: Gathering Storms and Silver Linings*. United Nations, New York, 2019. Accessed: 2026-05-09.
- [125] Hunter A. Vallejos, James J. Nutaro, and Kalyan S. Perumalla. An agent-based model of the observed distribution of wealth in the united states. *J. Econ. Interact. Coord.*, 13:641–656, 2018.
- [126] Nicolas D Villarreal. The social architecture model, now with fixed capital, 2022. (accessed: 30 jun 2024).
- [127] WID. Data - WID - World Inequality Database. <https://wid.world/data/>, 2025. Accessed: 2025-06-04.
- [128] Wikipédia. Revolução de outubro, 2026. Acesso em: 9 maio 2026.
- [129] Uri Wilensky and William Rand. *An Introduction to Agent-Based Modeling: Modeling Natural, Social, and Engineered Complex Systems with NetLogo*. The MIT Press, 2015.
- [130] Ludwig Wittgenstein. *Investigações filosóficas*. Os Pensadores. Nova Cultural, São Paulo, 1999. Tradução de José Carlos Bruni.
- [131] Ellen Meiksins Wood. *A origem do capitalismo*. Jorge Zahar Editor, Rio de Janeiro, 2001. Tradução de Vera Ribeiro.
- [132] Erik Olin Wright. *Como ser anticapitalista no século XXI*. Boitempo Editorial, São Paulo, 2019. Tradução de Fernando Santos.
- [133] Ian Wright. The social architecture of capitalism. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 346(3-4):589–620, February 2005.
- [134] Ian Wright. The emergence of the law of value in a dynamic simple commodity economy. *Review of Political Economy*, 20(3):367–391, 2008. Accessed: 2026-05-09.
- [135] Ian Wright. Implicit microfoundations for macroeconomics. Technical Report 2008-41, Kiel Institute for the World Economy, 2008. Accessed: 2026-05-09.
- [136] Victor M. Yakovenko. Monetary economics from econophysics perspective. *The European Physical Journal Special Topics*, 225:3313–3335, 2016. Social physics.
- [137] Victor M. Yakovenko. Statistical mechanics approach to econophysics. In Robert A. Meyers, editor, *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*, pages 1–35. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2020.

- [138] Victor M Yakovenko. Statistical physics perspective on economic inequality. In *Routledge International Handbook of Complexity Economics*, pages 279–291. Routledge, 2024.
- [139] Victor M. Yakovenko and J. Barkley Rosser. Colloquium: Statistical mechanics of money, wealth, and income. *Rev. Mod. Phys.*, 81:1703–1725, Dec 2009.